



Breyttar áherslur í Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði

Hafa áherslur í stærðfræðikennslu breyst?

Andrea Helga Sigurðardóttir

Lokaverkefni til B.Ed-prófs
Háskóli Íslands
Menntavísindasvið



HÁSKÓLI ÍSLANDS

Breyttar áherslur í Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði
Hafa áherslur í stærðfræðikennslu breyst?

Andrea Helga Sigurðardóttir

Lokaverkefni til B.Ed-prófs í Grunnskólakennarafræði
Leiðsögukennari: Guðbjörg Pálsdóttir

Kennaradeild
Menntavísindasvið Háskóla Íslands
Febrúar 2012

Breyttar áherslur í Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði.

Ritgerð þessi er 10 eininga lokaverkefni til B.Ed-prófs við Kennaradeild, Menntavísindasviði Háskóla Íslands.

© 2012, Andrea Helga Sigurðardóttir

Ritgerðina má ekki afrita nema með leyfi höfundar.

Prentun: Bóksala Menntavísindasviðs

Reykjavík, Ísland 2012

Ágrip

Ritgerð þessi er lokaverkefni til B.Ed-prófs á Menntavísindasviði Háskóla Íslands. Leitast er við að greina viðhorf og hugmyndir starfandi kennara, með mislanga starfsreynslu, til breyttra áherslna á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Byrjað er á því að ræða um hugmyndir og kenningar fræðimanna um stærðfræðináms- og –kennslu. Þær kenningar sem hér ræðir eru meðal annars hugmyndir Freudenthal, kenning Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla, hugsmíðihyggjan og hugmynd Brousseau um kennslusamning. Næst er farið yfir breytingar á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá árunum 1989, 1999 og 2007 og rætt um helstu námsgögn í stærðfræði á þessum árum. Í lok fræðilegrar umfjöllunar er farið yfir möguleg tengsl milli umræddra kenninga og hugmynda um stærðfræðináms- og –kennslu og uppbyggingar námskrárinnar en einnig eru skoðuð tengsl námskrár og námsgagna. Tekin voru viðtöl við tvo stærðfræðikennara á unglingsstigi til að fá aukna innsýn í viðhorf og hugmyndir starfandi kennara á stærðfræðináms- og –kennslu. Ekki er um samanburðarrannsókn að ræða þannig að svör þátttakenda eru ekki borin saman heldur eru hugmyndir þeirra bornar saman við fræðilega umfjöllun. Hvor þátttakandi fyrir sig leit jákvæðum augum á breyttar áherslur í námskrá og telur mikilvægt að kennari sé sveigjanlegur og beiti fjölbreyttum kennsluáferðum til að geta komið til móts við þarfir nemenda sinna.

Þakkir

Ég vil byrja á því að þakka leiðbeinanda mínum, Guðbjörgu Pálsdóttur, fyrir alla hjálpina og þann stuðning sem hún hefur veitt mér við vinnu þessa verkefnis. Þá vil ég þakka kennurunum tveimur fyrir þátttökuna og Iðunni Arnarsdóttur fyrir yfirlesturinn. Einnig vil ég þakka fjölskyldu minni fyrir einskæra þolinmæði, stuðning og hvatningu á meðan vinnu stóð sem og samnemendum mínum á stærðfræðikjörsviði.

Efnisyfirlit

Ágrip	3
Þakkir	4
Efnisyfirlit	5
1. Inngangur	6
2. Fræðilegur bakgrunnur	9
2.1 Kenningar um stærðfræðináám.....	9
2.2 Stærðfræðináám og –kennsla.....	13
2.3 Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði.....	17
2.4 Námsefni.....	19
2.5 Tengsl námsefnis við kenningar og námskrár.....	22
2.6 Samantekt.....	25
3. Aðferð og rannsóknarsnið	28
4. Stærðfræðikennarar á vettvangi	29
4.1 Viðmælandi A.....	29
4.2 Viðmælandi B.....	34
5. Umræður	38
6. Lokaorð	45
7. Athugasemdir	47
8. Heimildir	48
9. Viðauki	50

1. Inngangur

Þegar störf og hlutverk kennara eru skoðuð er mikilvægt að átta sig á því að starfið felur í sér fleiri þætti en það að kenna nemendum viðfangsefni námsbóka. Ýmsar kenningar hafa komið fram um hvernig haga skuli kennslu og mikilvægt er að kennarar nýti þær kenningar sem eiga við hverju sinni þegar unnið er að skipulagi kennslu þannig hún höfði til nemenda. Einnig er mikilvægt að kennarar geri sér grein fyrir því að hugmyndir þeirra og viðhorf til náms skiptir máli. Fjölbreyttur hugsunarháttur í uppsetningu og skipulagi getur gert gæfumuninn og spornað við því að kennari staðni og sitji fastur í gömlu fari.

Viðfangsefni þessa verkefnis snýr að þessum fjölbreytileika þar sem tekið er mið af breyttum áherslum *Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði* og skoðað í tengslum við kenningar og hugmyndir um stærðfræðinám og –kennslu. Með þær áherslubreytingar í huga sem orðið hafa á námskránni kom fram áhugi hjá höfundu að kynna sér nánar tengsl milli kenninga fræðimanna um stærðfræðinám og –kennslu og áhersluatriða námskrár og kanna hvernig það birtist í námsefni unglunga sem og í kennslu.

Eins og fyrr segir hafa fjölmargir sett fram kenningar og hugmyndir um stærðfræðinám og –kennslu. Þar má nefna hugmyndir Freudenthal en hann leggur áherslu á að sú stærðfræði sem kennd er í skólum skuli tengjast þeim raunheimi sem nemendur lifa í. Að hans mati er mikilvægt að nemendur geti tengt viðfangsefni stærðfræðinnar við dagleg störf og með því móti geti þeir byggt upp þekkingu og aukið skilning sinn. Hugmyndir Freudenthal tengjast á margan hátt við hugsmíðihyggjuna sem og kenningu Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla. Með hugsmíðihyggjunni er áhersla lögð á að nemendur byggji upp einstaklingsbundinn skilning á viðfangsefninu, það er að segja þeir eiga að nýta eigin reynslu og fyrri þekkingu til að byggja upp frekari þekkingu og skilning á viðfangsefninu. Kenning Vygotsky um félagsmenningarlega skólann, eða þátttökusamlíkingin eins og hún er oft kölluð, leggur aftur á móti áherslu á að nemendur fái tækifæri til að ræða hugmyndir og aðferðir í tengslum við viðfangsefnið. Þannig ná nemendur að byggja upp félagslegan skilning sem þeir svo nýta til að byggja upp eigin þekkingu á viðfangsefninu og gera að sínu eigin. Hann leggur mikla áherslu á að skilja þroskaferli nemenda og þróun hugsunar hjá hverjum einstaklingi í tengslum við menningarlega og félagslega þætti umhverfisins.

Allar þessar kenningar taka mið að því að nemendur skilji viðfangsefnið og geti unnið með það á eigin forsendum, munurinn felst aðallega í því frá hvaða sjónarhorni litið er á nám. Þá

er átt við að í bæði hugsmíðihyggjunni og þátttökusamlíkingunni kemur fram mikilvægi tungumáls þó áherslur séu ekki þær sömu. Hugsmíðihyggjan tekur mið af því að nemendur byggi upp eigin þekkingu og skapi svo umræður til að styrkja ætlaðan sameiginlegan skilning en þátttökusamlíkingin tekur mið af því hvernig nemendur ræða um viðfangsefnið og að þeir taki virkan þátt í framkvæmd og vinnu viðfangsefnisins.

Brousseau var franskur fræðimaður sem kom með hugmyndir um nálgun á kennslu en ein þeirra er hugmynd um kennslusamning. Hann segir að í hverri kennslustofu sé óundirritaður samningur milli nemenda og kennara sem felur í sér hvernig kennslu skuli háttað. Samkvæmt Brousseau á nám sér þó ekki stað þegar haldið er í kennslusamninginn heldur þegar hann er rofinn en það gerist þegar kennari eða nemendur fara út fyrir það svið sam samningurinn nær yfir.

Mikilvægt er að kennarar séu sveigjanlegir og beiti fjölbreyttum kennsluháttum með þarfir nemenda að leiðarljósi. Nemendur verða að fá tækifæri til að ræða hugmyndir sínar og aðferðir að lausn stærðfræðilegra verkefna svo þeir geti styrkt samskiptahæfni sína og byggt upp færni í röksemdafærslu. Stærðfræðileg hæfni nemenda styrkist jafnt og þétt milli ára en ræðst einnig af því hvernig kennari skipuleggur kennsluna. Ef kennari einbeittir sér að því að láta nemendur vinna verkefni beint upp úr námsbókum og fer sjaldan út fyrir þau verkefni þá getur það hægt á uppbyggingu stærðfræðilegrar hæfni nemenda. Því er mikilvægt að nemendur fái tækifæri til að vinna í samvinnu við aðra, mynda umræður um viðfangsefnið, vinna með sama viðfangsefnið á fjölbreyttan hátt og hanna sjálfir og nota þau hjálpargögn sem þeir telja sig þurfa til að geta styrkt stærðfræðilega hæfni sína og byggt upp þekkingu.

Þessar hugmyndir um skipulag kennslustunda og mikilvægi þess að hafa þarfir nemenda að leiðarljósi má vel tengja við þá þróun sem hefur átt sér stað á skipulagi og uppbyggingu *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá árinu 1989 og til dagsins í dag. Þær áherslubreytingar sem höfundur telur hvað mest áberandi í uppbyggingu námskrárinnar eru þær að í námskránni frá árinu 1999 var farið að skipta markmiðum í eftirfarandi flokka; aðferðamarkmið, inntaksmarkmið, áfangamarkmið, lokamarkmið og þrepamarkmið. Í aðferðamarkmiðum var lögð áhersla á notkun tungumáls, lausnum verkefna og þrauta, röksamhengi og röksemdafærslu og tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf sem og önnur svið. Í inntaksmarkmiðum er aftur á móti tekið mið af þeim þáttum stærðfræðinnar sem varða inntak, það er: tölur; reikningur, reikniaðferðir og mat; hlutföll og prósentur; mynstur og algebra; rúmfræði; og tölfraði og líkindafræði. Áfangamarkmið eru þau markmið sem nemendur eiga

að hafa náð tókum á við lok hvers stigs grunnskólans, það er að segja við lok yngsta stigs, við lok miðstigs og við lok unglingastigs en lokamarkmiðin er þau markmið sem nemendur eiga að hafa tileinkað sér við lok grunnskóla. Bæði áfangamarkmið og lokamarkmið fela í sér þau markmið sem varða inntak og aðferðir og mikilvægt er að nemendur átti sig á að þessi markmið myndi eina heild í stærðfræðináminu en ekki nokkra flokka markmiða sem þeir eiga að læra. Því er mikilvægt að kennarar setji sér og nemendum sínum raunhæf markmið í allri stærðfræðilegri vinnu þeirra og að unnið sé markvisst að öllum þáttum inntaks- og aðferðamarkmiða.

Eftir að þessar breyttu áherslur námskrárinnar komu fram var farið í að setja saman nýtt námsefni þar sem tekið væri mið af ofangreindum áherslubreytingum. Þá komu til sögunnar námsflokkarnir *Eining*, fyrir nemendur á yngstastigi, *Geisli* fyrir nemendur á miðstigi og *Átta-10* fyrir nemendur á unglingastigi. Námsflokkurinn *Átta-10* er námsefni sem samanstendur af námsbókum, kennsluleiðbeiningum með hugmyndum að námsmatsverkefnum og þemaheftum. Í því námsefni er tekið mið af þeim markmiðum sem sett eru nemendum í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og því telur höfundur mikilvægt að kennarar leiti leiða til að setja fram viðfangsefnin á fjölbreyttan og árangursríkan hátt svo nemendur hafi möguleika á að ná tókum á viðfangsefninu og byggja upp þekkingu.

Með framangreindar kenningar og hugmyndir um stærðfræðináms og –kennslu í huga, samhliða breyttum áherslum *Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði* og nýju námsefni var tekið viðtal við tvo starfandi stærðfræðikennara. Annar kennarinn er að hefja sitt fjórða starfsár sem stærðfræðikennari en hinn er á þrettánda starfsári. Leitast var við að kanna viðhorf starfandi kennara til þeirra breytinga sem orðið hafa á námskránni, það er að segja hvernig hafa áherslur í stærðfræðikennslu breyst með nýjum áherslum námskrár? Það er spurningin sem höfundur hefur í huga við framkvæmd og úrvinnslu þessa verkefnis. Þó ber að taka fram að ekki er um að ræða samanburðarrannsókn og því eru hugmyndir viðmælenda ekki bornar saman heldur tekið mið af hugmyndum þeirra um stærðfræðináms og –kennslu sitt í hvoru lagi.

2. Fræðilegur bakgrunnur

Stærðfræði er grein sem hefur verið iðkuð í mörg þúsund ár en það má sjá á því að fræðimenn hafa rannsakað forn talnakerfi, rituð á steina, sem eru talin vera yfir 20.000 ára gömul. Sjá má að menn voru farnir að beita samlagningu og frádrætti heilla talna en þó ekki á formi talna eins og við þekkjum í dag heldur voru notuð ýmis konar ták. Þessi kerfi eru talin hafa verið notuð til að skrá gang sólar og að það hafi veitt mönnum stuðning til að tengja saman árstíðir og breytingar á veðurfari með nokkuð reglulegu millibili. Fræðimenn telja kerfið ekki auðskilið í nútímasamfélagi en hafa þó áttað sig á tilgangi þess og segja að notast hafi verið við sambærilegt tugakerfi og þekkt er í dag (Hansen, Skott og Jess, 2007).

2.1 Kenningar um stærðfræðinám

Í bókinni *Matematik for lærerstuderende: Delta* er kafli þar sem höfundar ræða hugmyndir hollenska fræðimannsins Freudenthal en hugmyndir hans og kenningar um stærðfræðinám og –kennslu komu fram snemma á 20. öld. Höfundar greina frá því að Freudenthal hafi lagt áherslu á að sú stærðfræði sem nemendur læri í skólum tengist hinum raunverulega heimi og að hvert viðfangsefni tengist lifandi eða dauðum hlutum í umhverfinu. Þá gætu nemendur myndað tengsl við viðfangsefnið og byggt upp þekkingu. Hann segir einnig mikilvægt að nemendur geri sér grein fyrir að lykilatriði þess að ná tökum á viðfangsefni og skilja þær aðferðir sem notaðar eru sé að taka þátt í framkvæmd vinnunnar því öðruvísi þróist ekki skilningur. Hann lagði því áherslu á að nemendur skilji viðfangsefnið, átti sig á faglegum tengslum ólíkra þátta og læri að vinna með þau gögn sem í boði eru til að leysa verkefni (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Brousseau var franskur fræðimaður sem kom með hugmyndir að nálgun á kennslu. Hugmyndir hans eru ræddar í bókinni *Matematik for lærerstuderende: Delta* og telja höfundar að hugmyndir Brousseau séu að hluta í anda kenninga Piaget. Hugmyndir Piaget fela í sér að nám eigi sér stað vegna sambands samlögunar og aðhæfingar. Með samlögun er átt við að nýrri reynslu er bætt við þá þekkingu sem fyrir er og aðhæfing er þegar einstaklingur nær valdi á nýrri hugsun eða aðferð og getur nýtt hana í daglegu lífi án umhugsunar. Þessu má líkja við barn sem hefur lært að telja, samlögun, en hefur ekki áttað sig á því að það að telja getur gefið mynd af fjölda. Þegar barnið áttar sig á þessum tengslum þá á sér stað aðhæfing. Samkvæmt Piaget er samsvörun á milli mannlegs skilnings og líffræðilegrar aðlögunar, það er að segja hver einstaklingur þróar og aðlagar skilning sinn á aðstæðum með því að breyta og

bæta við þá þekkingu sem fyrir er. Brousseau telur nám þó ekki einungis vera byggt á hugmyndum Piaget. Hann leggur áherslu á að kennarar eigi að vera nemendum innan handar svo þeir geti náð tökum á og tileinkað sér viðfangsefni stærðfræðinnar (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Ein af hugmyndum Brousseau að nálgun á kennslu er kennslusamningurinn en sú hugmynd var kynnt árið 1980. Þessi samningur byggir á gagnkvæmum væntingum milli nemenda og kennara og felur í sér óundirritað samkomulag þeirra á milli um hag kennslunnar. Samningurinn getur verið með misjöfnu sniði en það fer einkum eftir nemendum hverju sinni og hvaða félagslegu viðmið hafa þróast innan hópsins í samvinnu við kennarann. Kennarinn fylgir sínum hluta samningsins með því að kynna viðfangsefni, svara spurningum nemenda og gæta þess að nemendur hafi þau gögn sem þeir þurfa. Að mati Brousseau er þetta ekki það sem felst í námi. Hann segir að nám eigi sér stað þegar samningurinn rofnar en það getur bæði komið frá kennara eða nemendum. Rof á samningnum á sér stað þegar breyting verður á hinu hefðbundna sniði kennslunnar, það er að segja ef nemendahópur er vanur að taka þátt í umræðum um viðfangsefnið þá er samningnum rift þegar þeir eiga að leysa verkefni sem fela í sér einstaklingsvinnu og ígrundun á eigin skilningi. Nemendur sem eru aftur á móti vanir að vinna einir geta rofið samninginn með því að taka upp hópvinnu og umræður og þróað með sér ætlaðan sameiginlegan skilning á viðfangsefninu.

Þetta má orða sem svo að þegar samningurinn er í gildi vinna nemendur að verkefnum út frá þeim aðferðum sem kennarinn hefur lagt til, þannig að vitneskja færist frá kennara til nemenda. Kennslan á sem sagt ekki að vera byggð upp þannig að kennarinn svari beint spurningum nemenda heldur telur Brousseau að kennarar eigi að notast við aðferðir sem fela í sér að nemendur nýti eigin þekkingu, vitneskju og reynslu til að leysa verkefni. Einnig segir hann að þegar haldið er í kennslusamninginn sé verið að eyðileggja möguleika nemenda á að ná tökum á raunverulegum tilgangi náms. Með hugmynd hans að notkun kennslusamningsins eiga nemendur að geta tengt nýja þekkingu við fyrri reynslu og þróað skilning sinn og þekkingu á viðfangsefninu. Einnig eiga nemendur að uppgötva og tileinka sér aðferðir og víkka þar með skilning sinn svo þeir geti tengt viðfangsefni og aðferðir við mismunandi þætti innan stærðfræðinnar (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Hugsmíðihyggjan er kenning sem felur í sér að nemendur byggji upp þekkingu á viðfangsefni og geti nýtt þessa nýju þekkingu þannig hún henti þeim sjálfum. Þetta má orða þannig að með hugsmíðihyggjunni er átt við að hver einstaklingur fyrir sig byggir upp þekkingu á

reynsluheiminum, fyrir tilstuðlan félagslegan skilning. Engir tveir einstaklingar hafa nákvæmlega sömu reynslu að baki og þar af leiðandi hafa engir tveir nákvæmlega sama skilning eða þekkingu á viðfangsefninu. Nemendur eiga að fá tækifæri til að byggja upp þekkingu með því að bæta við það sem fyrir er en þetta gefur þeim einnig tækifæri til að dýpka þekkingu sína á viðfangsefninu.

Þekkingu er ekki hægt að byggja upp á óvirkan hátt heldur byggir einstaklingurinn hana upp á virkan hátt. Skilningur snýst ekki um að uppgötva heim, sem þegar er til, heldur um að koma skipulagi á reynslu sína (Skott, Jess og Hansen, 2011:70).

Hér sést að mikilvægt er að nemendur fái tækifæri til að byggja upp þekkingu og skilning á eigin forsendum (Skott, Jess og Hansen, 2011).

Önnur kenning sem einnig felur í sér nám með skilningi en þó með öðrum áherslum er kenning Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla, oft kallað þátttökusamlíking. Þar er meginhugmyndin sú „að þróa skilning á því hvernig hið sérstaka, sem felst í því að vera manneskja, tengist félagslegri, menningarlegri þróun mannsins“ (Skott, Jess og Hansen, 2011:99). Samkvæmt Vygotsky er það hin æðri hugarstarfsemi sem aðskilur manneskjur frá öðrum lifandi verum en það felst í skynjun, athygli, minni og hugsun hvers einstaklings. Æðri hugarstarfsemi er háð áhrifum menningar á skilning hvers einstaklings á umheiminum og þá sérstaklega vegna tungumálsins. Það að taka þátt í umræðum sem varða viðfangsefni hefur mikil áhrif á uppbyggingu skilnings en einnig hefur það áhrif á hugtakamyndun einstaklings. Það felst í að þegar nemendur tileinka sér nýtt hugak í námi, er mikilvægt að þeir fái tækifæri til að ræða saman um þetta nýja hugtak og öðlist félagslegan skilning á hugtakinu til að geta gert það að sínu eigin. Vygotsky einblínir þó ekki á hugarstarfsemi einstaklings og þróun hugsunar í nálgun sinni á nám í tengslum við félagsmenningarlega skólann. Hann beinir sjónum sínum að því að reyna að skilja þroskaferli og þróun einstaklings í tengslum við menningarlega og félagslega þætti umhverfisins.

Vygotsky telur notkun tungumáls hafa mikil áhrif á skynjun, athygli, minni og hugsun hvers einstaklings. Samkvæmt honum á „æðri hugarstarfsemi okkar sér stað fyrir tilstuðlan tákna, fyrst og fremst tungumálsins“ (Skott, Jess og Hansen, 2011:101). Því má segja að tungumálið sé meginþáttur fyrir þróun á æðri hugarstarfsemi einstaklings. Hugtakamyndun hvers og eins er atferli sem felur í sér ákveðin markmið, byggir upp vitsmunalega starfsemi, og styrkist með notkun tungumálsins. Því má segja að tungumálið hafi mikil áhrif á þróun hugtakaskilnings en sem dæmi þá á tungumálið þátt í að einstaklingur haldi athygli við það sem hann er að gera.

Vygotsky telur þroska hafa mikil áhrif á nám einstaklings. Samkvæmt honum snýst þroskahugtakið um það hvernig breytingar á hinni æðri hugarstarfsemi fléttast saman, það er skynjun, athygli, minni og hugsun, en þessir þættir gegna veigamiklu hlutverki á öllum þroskastigum einstaklingsins. Þegar litið er á tengsl náms og þroska þá talar Vygotsky um það sem samtengt ferli, það er að segja að með námi skapist aðstæður sem fleyta einstaklingum áfram í þroska. Þó skal ekki líta á þroska sem línulegt ferli því nemendur nýta sér aðstæður á ólíkan hátt og telur hann að þroski eigi sér stað eftir að nemandi hefur fengið kennslu um viðfangsefni og útfært á sinn hátt. Þetta má orða sem svo að nám og þroski eigi sér ekki stað samtímis heldur geti nám átt sér stað á undan og komið af stað þroska (Skott, Jess og Hansen, 2011).

Þegar kenningarnar sem hér hefur verið rætt um eru bornar saman má sjá að þær tengjast á margan hátt. Kenning Freudenthal miðar að því að nemendur vinni verkefni sem þeir geta tengt við raunheim sinn. Nemendur eiga að átta sig á tengslum mismunandi hugtaka og viðfangsefna því þannig byggi þeir upp þekkingu sína. Einnig segir hann að ef nemendur ætli sér að byggja upp skilning á viðfangsefni þá verði þeir að taka virkan þátt í framkvæmd vinnunnar. Þetta er hægt að tengja við bæði hugsmíðihyggju og kenningu Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla. Hugsmíðihyggjan leggur áherslu á einstaklinginn og hvernig hann öðlast skilning á viðfangsefninu með tilliti til eign reynslu. Í báðum kenningum, það er kenningu Freudenthal og hugsmíðihyggjunni, byggja nemendur upp þekkingu með því að tengja viðfangsefnið við raunheim sinn og mynda tengsl á milli mismunandi viðfangsefna. Hins vegar tekur kenning Vygotsky mið af félagslega þættinum, það er hvernig einstaklingur öðlast skilning út frá þátttöku í félagslegum samskiptum. Þetta má tengja við kenningu Freudenthal því í báðum kenningum eiga nemendur að taka þátt í vinnu til að geta byggt upp þekkingu og áttað sig á tengslum ólíkra viðfangsefna.

Hugmynd Brousseau um kennslusamninginn felur í sér riftun á hefðbundinni kennslu. Rof þetta getur til dæmis verið þegar nemendur eru vanir að vinna einir að lausn verkefna og kennarinn ákveður einn daginn að breyta hefðbundinni uppröðun kennslustofunnar. Nemendur eiga svo að vinna saman að umræðum og ígrunda áður en þeir byrja að vinna verkefni í tengslum við viðfangsefnið. Riftun kennslusamnings má til dæmis lýsa með þeim hætti að ef notast er við hugsmíðihyggju í hefðbundinni stærðfræðikennslu þá verður rof á samningum þegar kennslu er breytt þannig hún miði að þátttökusamlíkingunni.

2.2 Stærðfræðinám og –kennsla

Í greininni *What Is Mathematics Education For?* segir Greer (2009) að stærðfræði sé það viðfangsefni sem oft er sagt vera það sem öllum beri skylda til að læra og að nemendur fái oft á tíðum ekki útskýringar á hvað felist í því að læra stærðfræði. Það er að segja margir nemendur hafa hvorki hugmynd um af hverju þeir eiga að þjálfra og styrkja röksemdafærslu og aðferðir til lausnaleita né hver ástæða þess sé að menningararfur þeirra og reynsla skipti máli í námi. Greer telur nauðsynlegt að nemendur séu meðvitaðir um gildi stærðfræðinnar í samfélaginu. Til að nemendur geti náð þessu markmiði verða kennarar, að mati Greer, að tileinka sér pólitískar aðferðir en það felst í að taka mið af samfélagi nemenda og nýta það í kennslu. Samfélagið sem nemendur lifa í er það sem nemendur þekkja og skilja, að mestu, og geta tengt við reynsluheim sinn (Greer, 2009).

Í sömu bók birti Pais (2009) greinina *The Tension Between What Mathematics Education Should Be For and What It Is Actually For*, en þar kemur fram að ástæður þess að nemendur þurfi að læra stærðfræði megi skipta í eftirfarandi flokka; stærðfræði er hægt að nota í daglegu lífi, stærðfræði er mikilvægur menningararfur sem þarf að varðveita, nemendur þroska hugrænt ferli með stærðfræði og að þátttaka í samfélaginu feli í sér notkun á stærðfræði. Hann telur að ef nemendur átti sig á merkingu þessara flokka muni þeir skilja ástæður stærðfræðináms.

Í greininni *Menntun stærðfræðikennara, námsmat og stærðfræðileg hæfni*, segir Kristín Bjarnadóttir (2003) að stærðfræðileg hæfni nemenda sé mikilvægur þáttur í námi og vitnar í KOM-skýrsluna¹ því til stuðnings. Í skýrslunni kemur fram að stærðfræðileg hæfni nemenda eigi að birtast í allri þeirra vinnu sem við kemur stærðfræði. Má þar nefna að nemendur skuli öðlast hæfni í að lesa og skrifa stærðfræðilega texta, eigi að geta áttað sig á merkingu þeirra og geta útskýrt og kunna að setja upp stærðfræðileg líkön sér til stuðnings. Stærðfræðileg hæfni felur í sér að tekist er á við viðfangsefnin á markvissan hátt, sama á hvaða aldri einstaklingur er og hafa höfundar skýrslunnar flokkað stærðfræðilega hæfni í 8 flokka. Þeir fela í sér að nemendur hafi hæfni til:

1. Stærðfræðilegrar hugsunar
2. Að leita lausna
3. Að setja fram stærðfræðileg líkön
4. Stærðfræðilegar röksemdafærslu
5. Að geta sett stærðfræðileg viðfangsefni fram á fjölbreyttan hátt

6. Að fara með táknmál stærðfræðinnar og setja hana fram á formlegan hátt
7. Samskipta, það er að geta tjáð sig um og með stærðfræði
8. Að nýta hjálpartæki til stærðfræðilegra verka

Mikið er lagt upp úr því að nemendur geti nýtt tungumálið, bæði munnlega og skriflega, en einnig að allir flokkarnir tengist innbyrðis.

Hæfni í stærðfræðilegri hugsun felur í sér að nemendur öðlist þekkingu til að skilja mismunandi hugtök stærðfræðinnar og geta nýtt þau til stærðfræðilegrar vinnu. Þegar nemendur vinna að þrautalausn styrkir það sjálfstæð og skipuleg vinnubrögð og með þjálfun öðlast þeir hæfni til að leysa verkefni út frá texta sem og að rökstyðja aðferðir sínar. Það að notast við stærðfræðileg líkön getur styrkt nemendur í námi og þeir geta öðlast hæfni til að leysa mismunandi verkefni. Með þessum leiðum ættu nemendur að geta unnið að mismunandi viðfangsefnum, myndað tengsl milli ólíkra aðferða og yfirfært þekkingu sína á önnur svið. Mikilvægt er að nemendur kunni að nota og lesa stærðfræðileg táknmál en einnig að yfirfæra hefðbundinn texta, það er orðapraut, á táknmál stærðfræðinnar. Hjálpartæki geta auðveldað nemendum að ná tókum á og skilja hugtök stærðfræðinnar, það er talnagrindur geta aðstoðað nemendur til að átta sig á samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu. Allir flokkar tengjast því að nemendur byggji upp hæfni í samskiptum og röksemdafærslu. Nemendur þjálfu og styrka samskiptahæfni með því að ræða aðferðir og hugmyndir sínar við bekkjarfélaga en þeir verða líka að gefa öðrum tækifæri til að ræða sínar hugmyndir. Virkni í umræðum felst ekki einungis í því að útskýra heldur einnig að hlusta. Með samvinnu, umræðum um viðfangsefni, rökstuðningi og að hlusta á aðferðir annarra ná nemendur að styrkja hæfni í röksemdafærslu og samskiptum samhliða því að styrkja og öðlast hæfni hinna flokkanna (Kristín Bjarnadóttir, 2003).

Þau hæfniviðmið sem hér var lýst eru í stöðugri þróun hjá hverjum einstaklingi allt lífið en hver og einn byrjar strax á unga aldri að byggja upp stærðfræðilega hæfni sem eykst og styrkist með hverju ári. Því þarf að huga að því við skipulagningu náms að nemendur fái tækifæri til að vinna með alla hæfniflokkana átta svo þeir geti byggt upp stærðfræðilega hæfni. Það geti falið í sér samvinnunám þar sem nemendur eiga að ræða og nota mismunandi aðferðir að lausnum, þjálfu hvert annað í notkun ýmis konar hjálpartækja og styrkja stærðfræðilega hugsun hvers annars með notkun röksemdafærslu og stærðfræðilegra tákna.

Nám felst í því að nemendur geti tengt viðfangsefni við raunheim sinn og eiga að geta nýtt það sem þeir læra í sínu daglega lífi. Þetta kemur fram í bókinni *Matematik for*

lærerstuderende: Delta, en þar segir einnig að mikilvægt sé að kennarar skipuleggi hvert viðfangsefni og setji sér og nemendum sínum raunhæf markmið. Með því fá nemendur tækifæri til að vinna með hvert viðfangsefni á eigin forsendum og tengja við eigin reynslu og fyrri þekkingu til að dýpka fræðilegan skilning á hugtökum sem og aðferðum (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Þegar unnið er með unglingum er mikilvægt að hafa í huga að viðfangsefni sé sett upp með þeim hætti að það vekji áhuga. Notkun fjölbreyttra kennsluhátta felur í sér að skapa umræður og vinna í litlum hópum en einnig að fá nemendur til að nýta þau líkön, tæki og tól sem í boði eru. Gott er ef nemendur fá tækifæri til að finna eigin aðferðir eða útbúa líkön og tæki sem þeir nota til að leysa verkefni. Með því getur vaknað áhugi og vilji til að vinna að verkefninu því þá eru nemendur að nýta eigin hugmyndir. Einnig getur nálgun sem þessi skapað grundvöll fyrir góðar umræður og ígrundun meðal nemenda á viðfangsefninu þar sem nemendur útskýra og færa rök fyrir þeim tækjum og aðferðum sem þeir hyggjast nota (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008; Hyde, 2009).

Mikilvægi þess að röksemdafærsla sé notuð á öllum skólastigum kom fram í kring um 1970. Þá var farið að tala um mikilvægi þess að nemendur nýti röksemdafærslu til að átta sig á viðfangsefninu og til að dýpka þekkinguna. Einnig var farið að tala um að nemendur ættu að þróa með sér samskiptahæfni svo þeir gætu aukið þekkingu sína, það er að segja að ræða hugmyndir sínar og hlusta á hugmyndir annarra. Undanfarna áratugi hefur áhersla á notkun röksemdafærslu aukist sem og áhersla á að þjálfarar færni og leikni í notkun hugtaka í stærðfræðilegum verkefnum. Nemendur áttu einnig að læra að útskýra og rökstyðja aðferðir sínar sem átti svo að leiða til aukinna samskipta milli nemenda. Með þessu er átt við að nemendur ígrundi bæði aðferðir sínar og annarra í umræðum um viðfangsefnið og dýpki þannig þekkingu sína. Þátttaka í bekkjarumræðum um viðfangsefni getur styrkt vald nemenda á eigin stærðfræðilegri hugsun og byggt upp sameiginlegan skilning meðal nemenda á hugtökum tengdum viðfangsefninu. Þetta ýtir undir það að nemendur þjálfarar rökshugsun sína og læri að nota stærðfræðileg tákni, að setja fram hugmyndir svo aðrir skilji og ígrunda eigin aðferðir. Röksemdafærsla á að vera hluti af allri stærðfræðilegri vinnu nemenda (Hansen, Skott og Jess, 2007).

Cai (2010) segir eitt það mikilvægasta sem kennari þarf að huga að er að gera þrautalausnir að þætti í stærðfræðikennslunni. Þá er átt við að nemendur læri að skilja stærðfræðileg viðfangsefni með því að vinna að verkefnum sem feli í sér djúpa þekkingu en þannig ættu

nemendur að ná að þróa með sér hæfni til lausnaleitar. Einnig nær vinna sem þessi yfir þróun á hugtakaskilningi nemenda og hvernig þeir tengja saman mismunandi stærðfræðilegar aðferðir og viðfangsefni. Cai telur að þeir nemendur sem öðlast leikni í þrautalausnum með stærðfræði læri ekki einungis að vinna skipulega heldur nái þeir einnig að dýpka almennan skilning sinn á stærðfræði (Cai, 2010).

Í grein Leikin (2009) *Teaching Mathematics With and For Creativity*, segir hún frá mikilvægi þess að kennarar séu skapandi og hugmyndaríkir þegar unnið er að skipulagi kennslustunda. Að hennar mati eru það hinir hefðbundnu kennarar sem taka námsbókina fyrir í beinni kennslu, það er að segja þeir leggja fyrir verkefni beint upp úr bókinni. Hinir hugmyndaríku kennarar mæta til kennslu með eigin verkefni sem þó má rekja til námbóka en þá eru bækurnar nýttar sem stuðningur fyrir það viðfangsefni sem tekið er fyrir hverju sinni. Hún telur að kennarar eigi að geta nýtt sköpunagáfu sína enn frekar með því að leggja fram eigin útskýringar og verkefni tengd viðfangsefninu og fá nemendur til að vinna saman að lausn sem og að átta sig á tengslum milli hugtaka og viðfangsefnis (Leikin, 2009).

Kennarar ættu að leggja aukna áherslu á að þróa leiðir sem henta til að þeir geti hjálpað nemendum í að ná valdi á gagnrýnni hugsun, lausn þrauta, og ákvarðanatöku með því að nota stærðfræðilega rökhusun og aðferðir. Ef afmörkuð stærðfræði er kennd þannig að nemendur eigi að leggja á minnið og læra utanbókar staðreyndir og nota aðferðir með endurtekningu þá mun koma að því að eiginleikar eins og vettvangur þrautalausna, rökfræði og athuganir deyi út. Þetta kemur fram í grein Goldin (2010) *Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion*, en hann leggur áherslu á mikilvægi þess að úskýra þessa möguleika sérstaklega og þá bæði stærðfræðilega og vitsmunalega. Þegar nemendur vinna að þrautalausnum eiga þeir að fá tækifæri til að velja verkefninu fyrir sér, ígrunda og ræða aðferðir sínar. Kennari á að beina þeim á rétta braut án þess þó að gefa upp til hvers er ætlast. Nemandi sem vinnur eftir þessum leiðum nær að þróa þekkingu, færni, og stærðfræðilega hugsun þegar hann skoðar verkefni sitt, eftir að hafa fundið lausn, og ígrundar eigin aðferðir (Goldin, 2010).

Hér hefur verið rætt um mikilvægi þess að kennarar séu meðvitaðir um það samfélag sem nemendur búa við og nýti í skipulagi kennslustunda. Þeir eiga að leggja áherslu á að setja sér og nemendum raunhæf markmið, skipuleggja kennslu út frá hverjum nemendahóp og beita fjölbreyttum kennsluaðferðum með það að markmiði að höfða til áhugasviðs nemenda.

Einnig er mikilvægt að kennarar einbeiti sér að því að styrkja stærðfræðilega hæfni nemenda en sú hæfni á að koma fram í allri stærðfræðilegri vinnu þeirra. Þá skiptir máli að vinna með alla hæfniflokkana átta því samspil þeirra styrkir nemendur í stærðfræðilegum samskiptum sem og notkun röksemdafærslu. Með notkun umræðna milli nemenda um viðfangsefnið læra þeir að færa rök fyrir hugmyndum sínum og aðferðum og eru þá samtímis að styrkja hæfni í röksemdafærslu. Þetta má einnig gera þegar unnið er að þrautalausnum því þá styrkist stærðfræðileg hugsun nemenda, þeir læra að vinna með sömu aðferðir við mismunandi aðstæður og dýpka þannig þekkingu sína á viðfangsefninu.

Þegar nemendur fá tækifæri til að vinna að stærðfræðilegum verkefnum á eigin forsendum, fá tækifæri til að vinna með alla hæfniflokkana og þegar þeir átta sig á tengslum stærðfræðinnar við daglegt líf eru auknar líkur á að þeir nái tókum á stærðfræðinni og geti byggt upp stærðfræðilega hæfni. Þetta fer þó allt eftir því hvernig kennari leggur verkefni fyrir nemendur. Mikilvægt er að námsbækur komi ekki í stað kennarans heldur að þær séu notaðar sem stuðningur fyrir það viðfangsefni sem tekið er fyrir hverju sinni.

2.3 Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði

Uppsetning og skipulag *Aðalnámskrá grunnskóla* hefur breyst mikið ef bornar eru saman núgildandi námskrá og sú sem gefin var út árið 1989. Sú síðarnefnda var gefin út í einu bindi þar sem fjallað var um meginhlutverk grunnskólanna sem og markmið hvernar námsgreinar. Í dag gefur Menntamálaráðuneytið út sér námskrá fyrir hverja námsgrein en einnig er gefin út almennur hluti námskrárinnar, alls eru þetta þrettán námskrár.

Í þeim hluta námskrárinnar frá 1989 sem snýr að stærðfræði kemur fram að nemendur áttu að læra að nota tákni stærðfræðinnar og ná tókum á viðfangsefninu þannig það gæti nýst þeim í daglegu lífi. Einnig áttu þér að gera sér grein fyrir að notkun röksemdafærslu og mikilvægi þess að tileinka sér skipuleg vinnubrögð. Markmið stærðfræðinnar voru sett fram sem inntaksmarkmið og áttu nemendur að læra að nota tölur og talnakerfi til að leysa ýmis reikningsverkefni, kunna skil á aðferðum til að vinna með rúmfræði, geta beitt sér í líkindareikningi og tölfræði og geta nýtt hagnýta stærðfræði eins og að vinna með tíma og fjármál (Menntamálaráðuneytið, 1989).

Á þeim tíma sem námskráin frá 1989 var í gildi var áhersla lögð á kennsluaðferðir eins og leitarnám og verkefnavinnu en það felur í sér að virkja nemendur í eigin námi, veita þeim þjálfun í öflun upplýsinga og að vinna skipulega úr þeim. Einnig kemur fram í námskránni að

oft þykir einfaldast að kynna viðfangsefni fyrir nemendum á töflu og að því loknu leysi nemendur verkefni en með þessu eru kennarar að notast við útlistunarkennsluaðferð. Þrátt fyrir þetta var talið gott ef uppsetning námsbóka væri með þeim hætti að nemendur gætu aflað sér upplýsinga á eigin spýtur. Því var leitaraðferðin talin henta nemendum og þeim gefið tækifæri til að velta viðfangsefninu fyrir sér og prófa sig áfram. Nemendur fengu einnig tækifæri til að ráða ferðinni, að hluta til, því ef verkefni væri þeim ofviða væri hætta á að þeir myndu gefast upp (Menntamálaráðuneytið, 1989; Ingvar Sigurgeirsson, 1999).

Árið 1999 kom út ný og endurbætt námskrá sem var skipt upp eftir námsgreinum og áhersla lögð á mikilvægi stærðfræðimenntunar því stærðfræði væri stór þáttur í menningunni. Stærðfræði er sögð vera verkfæri svo einstaklingur hafi tök á að skilja umhverfi sitt betur en einnig til að auka vitsmunaprofna hvers og eins. Áhersla er lögð á að nemendum sé gefið tækifæri til að vinna með krefjandi verkefni, sem eru í senn miserfið og misflókin, á fjölbreyttan hátt hvort sem um ræðir vinnu í litlum hópum eða einstaklingsvinnu (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010).

Í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá árinu 1999 var sú nýbreytni að markmiðum var skipt í tvo flokka; markmið sem varða inntak og markmið sem varða aðferðir. Þar kom fram mikilvægi þess að nemendum sé gert grein fyrir þessum markmiðum, að þau vegi jafnt í öllu námi, og að kennarar taki mið af báðum flokkum markmiða í kennslu sinni, það er að segja að nýta bæði inntaks- og aðferðamarkmið til fulls. Í námskránni segir:

Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsháttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn. Allir þurfa t.d. að skilja mál og vog og átta sig á fjármálum sínum. Aukin almenn tölvunotkun, t.d. notkun töflureikna, kallar á breytta stærðfræðiþekkingu fólks. Ekki er síður mikilvægt að geta tekið afstöðu og metið upplýsingar af tölulegum toga ætli fólk að verða virkir þátttakendur í þjóðfélaginu. Til þess þarf þekkingu og rökvisi en umfram allt nægilegt sjálfstraust til að beita henni (Menntamálaráðuneytið, 1999:5).

Hér sést að talið er mikilvægt að nemendur öðlist þekkingu og skilning á stærðfræði og að þeir geti nýtt þessa nýju þekkingu á mörgu sviðum. Einnig má tengja þetta við það að nemendur eigi að geta nýtt þá þekkingu sem þeir byggja upp í stærðfræðinámi sínu öllum stundum í daglegu lífi, hvort sem um ræðir verkefni dagsins í dag eða í komandi lífi.

Markmiðum námskrárinnar frá 1999 er skipt í lokamarkmið, áfangamarkmið og þrepamarkmið en þau eru sett fram þar sem öllum grunnskólum landsins er ætlað að vinna að sömu markmiðum. Í lokamarkmiðum er horft til þeirrar þekkingar, hæfni og skilnings sem

nemendur eiga að hafa öðlast við lok grunnskólagöngu sinnar en áfangamarkmiðum er skipt í þrjá flokka eftir stigum grunnskólans. Þar kemur fram hvað nemendur eiga að hafa tileinkað sér við lok yngstu deildar, 1. – 4. bekkur, við lok miðdeildar, 5. – 7. bekkur og að lokum við lok unglíngadeildar, 8. – 10. bekkur. Þrepamarkmiðin eru safn markmiða og viðfangsefna og eru sett fram til stuðnings við uppsetningu skólanámskrár hvers grunnskóla. Þrepamarkmiðum er skipt niður í tíu þrep og eru viðmiðunarmarkmið sem eiga að mynda stíganda í námi fyrir allt grunnskólanámið svo nemendur hafi tæk á að ná valdi á settum áfangamarkmiðum (Menntamálaráðuneytið, 1999).

Í aðferðamarkmiðum er sjónum beint að þætti tungumálsins, lausnum verkefna og þrauta, röksamhengi og röksemdafærslu, og tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf sem og önnur svið. Áhersla á mikilvægi tungumálsins felur í sér að nemendur geti unnið saman og myndað umræður um tiltekin viðfangsefni, rætt lausnir sínar og fært rök fyrir þeim. Þannig eykst stærðfræðilegt læsi nemenda sem og skilningur og þekking á stærðfræði og þeir ættu að geta útfært og tengt þessa nýju þekkingu við önnur svið. Inntaksmarkmiðum er svo skipt í eftirfarandi flokka: tölur; reikningur, reikniaðferðir og mat; hlutföll og prósentur; mynstur og algebra; rúmfræði; og tölfræði og líkindafræði. Þrátt fyrir þessa skiptingu er mikilvægt að unnið sé markvisst með alla þætti markmiðanna og þeir tengdir saman svo nemendur geti litið á námsefnið sem eina heild en ekki flokka efnisþátta sem ber að læra og kunna (Manntamálaráðuneytið, 1999).

Árið 2007 var gefin út ný námskrá fyrir grunnskóla landsins og þær breytingar sem varða stærðfræði fela í sér auknar áherslur á lausnaleit, notkun röksemdafærslu en einnig tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf. Nemendur eiga að fá tækifæri til að þjálfa upp leikni og færni til að geta tekist á við viðfangsefnin en samkvæmt námskránni ná nemendur þeim markmiðum með samvinnu í námi, notkun umræðna í kennslustundum og ígrundunar á viðfangsefninu (Menntamálaráðuneytið, 2007).

2.4 Námsefni

Þegar *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* kom út árið 1999 var samið nýtt námsefni í samræmi við fyrrnefndar áherslubreytingar og urðu þá til þrjú nýjir námsefnisflokkar. Fyrsti flokkurinn er námsefni sem er byggt upp fyrir nemendur í yngstu deild, það er að segja 1. – 4. bekk, og ber titilinn *Eining*. Þá var farið í að gefa út námsefnið *Geisli* fyrir nemendur í miðdeild, 5. – 7. bekk og að lokum *Átta-10* fyrir nemendur á unglíngastigi (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010). Námsbækurnar *Átta-10* tilheyra námsefni sem

samanstendur af námsbókum, kennsluleiðbeiningum með hugmyndum af námsmatsverkefnum og þemaheftum.

Áður en nýja námsefnið var gefið út höfðu nemendur á unglingastigi, að stórum hluta, unnið í námsbókunum *Almenn stærðfræði*. Þær voru fyrst gefnar út árið 1987 og voru þá þýddar námsbækur frá Svíþjóð. Inntak bókana var í samræmi við markmið námskrárinnar sem þá var í gildi, það er *Aðalnámskrá grunnskóla 1989*. Hver kafli þessara námsbóka skiptist í undirkafla sem allir byrja með sýnidæmi og í kjölfar voru verkefni sem nemendur áttu að vinna (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010; Björk, Björkstén, Brolin, Ernestam og Ljungström, 1996).

Uppsetning nýju námsbókanna, *Átta-10*, er með öðru sniði en þar er mikið um texta og nemendum gefinn kostur á að vinna saman í hóp og skapa umræður. Verkefni eru af ýmsum toga og áhersla lögð á verkefni sem tengjast daglegu lífi. Námsbækurnar eru sex talsins og þar af eru tvær bækur fyrir hvert skólaár. Skipulag námsbókanna er með þeim hætti að hverri bók er skipt í nokkra kafla. Hver kafli inniheldur verkefni sem tengjast inntaksmarkmiðum *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði 1999 og 2007*, og jöfn áhersla er lögð á alla þætti aðferðamarkmiða. Í námsbókunum er nemendum gefið tækifæri til að byggja upp þekkingu og skilning, styrkja skilning sinn á hugtökum stærðfræðinnar, ígrunda, þjálfun í notkun röksemdafærslu og að vinna í samvinnu við aðra. Þar má nefna að í bók 1 eru níu kaflar þar sem teknir eru fyrir inntakspættir úr námskránni og í bók 2 er haldið áfram umfjöllun um þessa þætti, með viðbót. Þannig er unnið að myndun samfelldrar umfjöllunar um viðfangsefnið jafnt og þétt svo nemendur eyði ekki löngum tíma við sama viðfangsefnið eins og var með námsbækurnar *Almenn stærðfræði*. Þegar nemendur vinna að hverju viðfangsefni fyrir sig í styttri tíma og halda svo áfram að bæta við þá þekkingu í næstu bók eru auknar líkur á að þeir nái að viðhalda þekkingunni og byggja upp fjölþættan skilning. (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010; Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008).

Leiðbeiningar fyrir nemendur í námsbókunum *Átta-10* eru með myndrænum hætti. Þegar unnið er að verkefnum sem fela í sér að nota skuli ákveðnar reglur þá sést mynd af stækkunargleri og reglurnar settar fram í glerinu. Nemendum er einnig gefinn kostur á að skoða mismunandi aðferðir að sömu lausn en með því geta þeir fundið þá aðferð sem hentar þeim og á sama tíma ættu þeir að ná að auka við skilning sinn með því að mynda umræður um þessar ólíku aðferðir. Í námsbókunum eru sett upp sérstök hópverkefni, umræðuverkefni og

rannsóknarverkefni sem fela í sér möguleika á ígrundun og dýpkun þekkingar á viðfangsefninu (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2005).

Með tilkomu nýju námsbókanna var stefnt að því að kennarar tækju upp breytt fyrirkomulag í kennslustundum í samræmi við breytingar á námskrá. Hugmyndir að breytingu á kennslu var að minnka umfang töflukennslu og einstaklingsvinnu og auka samvinnu meðal nemenda og notkun umræðna, það er að segja fjölga verklegum verkefnum og gefa nemendum tækifæri til að rannsaka og kynna sér hvert viðfangsefni upp á eigin spýtur eða í litlum hópum. Með öðrum orðum þá var stefnt að því að breyta kennslu úr því að vera kennaramiðuð í það að vera nemendamiðuð. Þetta þýddi að kennarinn væri ekki lengur í brennidepli heldur nemendurnir og mikilvægt að skipuleggja kennslu út frá þeim nemendahóp sem unnið er með í hvert skipti. Þarfir og þekking nemenda er mismunandi og því ber að haga kennslu þannig að hún henti nemendum (Menntamálaráðuneytið, 1999; Tomlinson, 2003; Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008).

Höfundar námsbókanna *Átta-10* hafa það að markmiði að nemendur fái tækifæri til að vinna að viðfangsefni þannig þeir geti byggt upp þekkingu og skilning:

Unglingar eru oft mjög leitandi og því opnir fyrir að prófa nýja hluti. Þeir þurfa því að fá bæði félagslega og vitsmunalega ögrun sem leiðir þá á nýjar slóðir. Margir unglingar hafa náð nokkru valdi á óhlutbundinni hugsun og þarf að taka mið að því við skipulagningu náms. Áfram þurfa nemendur stuðning við að tengja nýja umfjöllun við fyrri þekkingu og mikla áherslu þarf að leggja á að verkefni séu merkingarbær fyrir nemendur (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008:4).

Með kennsluleiðbeiningum sem fylgja námsbókunum er lögð áhersla á að hvert viðfangsefni sé skipulagt þannig að nemendur geti bætt við reynslubankann með því að byggja ofan á eigin þekkingu. Mikilvægt er þó að hafa í huga að ef nemendur eiga að verða meðvitaðir um eigin þekkingu á viðfangsefninu þá verður að gefa þeim tækifæri á að ræða viðfangsefnið sín á milli og ígrunda. Í þessu samhengi er margt sem bendir til þess að ekki sé æskilegt að haga kennslu þannig að nemendur vinni að sem flestum verkefnum heldur væri skynsamlegra ef kennari tæki út þau verkefni sem honum finnst viðeigandi og reyni að vinna skipulega að þeim með nemendum. Þetta getur skipt miklu máli því nemendur eru jafn ólíkir og þeir eru margir og því getur ekki gengið upp að láta alla vinna eins að sömu verkefnum (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008; Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2010; Skovsmose, 2001; Hyde, 2009).

Höfundar *Átta-10* hafa bent á að með útgáfu námsefnisins áttu sér stað breytingar á nálgun kennslunnar sem krafðist breytinga á vinnulagi og skipulagi kennslustunda, þá sérstaklega fyrir þá kennara sem höfðu unnið með eldri námsbækur. Einnig bentu þeir á að kennarar hafa oft á tíðum þróað með sér ákveðnar aðferðir og skipulag í kennslu sem erfitt getur verið að breyta þrátt fyrir útgáfu nýrrar námskrár. Þess vegna hafa höfundar lagt áherslu á kennluleiðbeiningar sem geta veitt kennurum aðstoð við notkun námsbókanna og að tekið er fyrir aðeins eitt viðfangsefni í hverjum kafla (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010).

Á heimasíðunni http://vefir.nams.is/stae_ungl_stig/ er að finna lausnir á verkefnum úr námsbókunum *Átta-10*, kennluleiðbeiningar fyrir allar sex námsbækurnar, ítarefni, þrautir og margt fleira sem getur aðstoðað kennara við uppbyggingu kennslustunda. Aðgengi og umgjörð heimasíðunnar er sett upp á auðveldan og skýran hátt og því ætti það ekki að reynast kennurum erfitt að afla sér upplýsinga um námsefnið.

2.5 Tengsl námsefnis við kenningar og námskrár

Eftir aldamótin 2000 var hugtakið: „skóli fyrir alla“ mikið í umræðunni og mörg lönd farin að innleiða það kerfi. Með þessu hugtaki er átt við að allir nemendur eiga að fá nám við sitt hæfi, sama hvernig högum þeirra er þáttað. Þá var farið að minnka áherslu á beinan reikning og meira lagt upp úr því að nemendur byggja upp þekkingu og skilning á viðfangsefninu og aukinni fjölbreytni í kennslu. Allt þetta var gert til að nemendur gætu átt greiðari aðgang að uppbyggingu þekkingar miðað við eigin reynslu (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá 1999 of 2007 er lögð áhersla á fjölbreytta kennsluhætti en það er meginforenda þess að geta mætt þörfum ólíkra nemenda:

Helstu leiðir til að mæta þörfum ólíkra nemenda eru að velja viðfangsefni sem:

- hægt er að glíma við á mismunandi getustigum,
- eru krefjandi án þess að ofbjóða,
- allir nemendur bekkjarins geta fengist við út frá sínum forsendum

(Menntamálaráðuneytið, 1999:13)

Með þessu er átt við að þegar verkefni eru lögð fyrir sé æskilegt að nemendur vinni að ólíkum þáttum þar sem viðfangsefni hvers nemanda miðist að námsgetu og kunnáttu. Einnig getur skipt máli ef verkefnin tengjast daglegu lífi nemenda á einhvern hátt því þá getur vaknað upp áhugi á viðfangsefninu og nemendur vinna nákvæmara starf. Með þessum hætti öðlast nemendur frekari skilning á viðfangsefninu heldur en ef þeim er sagt að sitja hver við sitt borð

og vinna í þögn (Menntamálaráðuneytið, 1999; Tomlinson, 2003; Ingvar Sigurgeirsson, 1999).

Breytingar þessar fela í sér hugtakið skóli fyrir alla og þar af leiðandi stærðfræði fyrir alla. Í námskránni frá 1999 kemur fram að áhersla er lögð á jafnrétti allra til náms, hvort sem um er að ræða kyn, þjóðerni eða þjóðfélagsstöðu. Allir hafa jafnan rétt á að læra að nota og vinna með verkefni sem tengjast inntaks- og aðferðamarkmiðum námskrárinnar. Þó er ekki gert ráð fyrir að nemendu nýti viðfangsefnin á sama hátt heldur verða þeir að fá tækifæri til að nálgast viðfangsefnið á sínum forsendum og fá menntun sem hæfir þeim og þeirra þörfum (Menntamálaráðuneytið, 1999; Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008)

Í kennsluleiðbeiningum sem fylgja námsefninu *Átta-10* setja höfundar námsefnisins fram sína sýn á fyrirlögn og framkvæmd verkefna, áherslur og markmið sem kennarar geta nýtt til að skipuleggja eigin kennslu. Tilgangurinn er því að gefa kennurum innsýn á fjölbreyttar leiðir á nálgun á kennslu með tilliti til viðfangsefnis. Það er svo á ábyrgð kennara hvernig þeir nýta kennsluleiðbeiningarnar. Höfundar telja aftur á móti mikilvægt að kennarar fái tækifæri til að vinna sjálfir að hugmyndum í samvinnu við nemendur svo nemendur geti áttað sig á aðferðum og gert viðfangsefnið að sínu eigin og unnið með það á skapandi hátt (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010). Þegar kennarar haga kennslu þannig hún höfði til nemenda getur það styrkt jákvæðan vinnuanda meðal nemenda og kennara. Einnig má segja að þegar kennari sýnir í verki að hann beri virðingu fyrir nemendum og hugmyndum þeirra eykur það líkur á gagnkvæmri virðingu en með því verður vinnuandi kennslustofunnar enn jákvæðari (Tomlinson, 2003).

Námsbækurnar *Átta-10* eru byggðar upp með það í huga að mæta þörfum hvers og eins nemanda en það má orða sem svo að viðfangsefnin í bókunum bjóði upp á margar og fjölbreyttar leiðir varðandi einstaklingsmiðuð nám. Þegar kennarar fara að huga að einstaklingsmiðuðu námi eru þeir að hugsa um að nemendur vinni hvorki allir á sama hátt né á sama hraða en þó er mikilvægt að hafa í huga að allir nemendur eiga að fá tækifæri til að kynnast öllum viðfangsefnum stærðfræðinnar. Í kennsluleiðbeiningum sem fylgja bók 3 segir:

Áherslur í stærðfræðinámi hafa verið að breytast. Í áherslubreytingunum felst m.a.:

- Viðurkenning á að nemendur byggja upp eigin stærðfræðiþekkingu og að það taki tíma,
- að leitað sé leiða í kennslu sem skapi nemendum góð tækifæri til að byggja upp eigin þekkingu og þess sé ekki vænst að allir stefni í sömu átt á sama tíma,
- að ekki sé endilega best að meta skilning í stærðfræði með skriflegum prófum sem tekin eru á tilteknum tíma,
- að beiting og notkun stærðfræði sé mikilsverðari námsárangur en að geta sýnt færni í meðferð reikniriti

(Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008:4)

Þegar kemur að skipulagi og uppbyggingu stærðfræðikennslustunda er mikilvægt að kennari gæti að því að huga að þörfum hvers og eins nemenda en einnig að þörfum nemendahópsins sem heild. Uppbygging og skipulag kennslustunda felur í sér marga og ólíka þætti, hvort sem um ræðir vinnulag í kennslu eða viðfangsefnið sem unnið er með, en það sem skiptir meginmáli er viðhorf kennarans til námsins. Kennari sem gerir sér grein fyrir því að nemendur stunda nám með ólíkum hætti, að þeir noti sínar eigin aðferðir þó þær aðferðir séu ekki eins og þær sem kennarinn notar sjálfur, er líklegri til að nota hugmyndir nemenda og fá þá til að miðla sínum aðferðum til samnemenda (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008).

Námsbækurnar *Átta-10* komu til vegna breyttra áherslna á námskrá eins og áður hefur komið fram en bækurnar eru samdar í anda hugsmíðihyggju, það er nám þar sem nemendur byggja upp þekkingu sína með skilningi. Einnig má vel tengja uppsetningu bókana og hugmyndir höfundar við kenningu Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla því eins og fram hefur komið leggja höfundar námsefnisins áherslu á umræður og félagslega ígrundun.

Höfundur þessa verkefnis túlkar hugmyndir um námsefnið *Áttu-10* með þeim hætti að þar er unnið með nokkurs kona samspil á milli þessara tveggja kenninga. Það er að segja að nemandi nýtir annars vegar eigin reynslu til að byggja upp og bæta við sig þekkingu, finnur aðferðir til að gera viðfangsefnið að sínu eigin með tilliti til fyrri þekkingar og hins vegar að byggja upp skilning með félagslegri þátttöku og notkun tungumáls. Þegar kenningarnar eru bornar saman á þennan hátt er möguleiki á að margir myndu telja sem svo að námsefnið væri tengdara kenningu Vygotsky, sem höfundur er að mörgu leyti sammála. Þrátt fyrir það telur höfundur mikilvægt að leiða hugann að því að í námsefninu er lögð áhersla á að nemendur fái tækifæri til að stunda nám á sínum forsendum og fái kennslu við sitt hæfi. Með það í huga telur höfundur að uppsetning námsbókanna, með tilliti til kennsluleiðbeininga, taki mið af báðum kenningum.

Eins og áður hefur komið fram bjóða námsbækurnar *Átta-10* upp á fjölbreyttar kennsluáferðir. Það fer svo eftir kennurum hvernig þeir nýta þá möguleika þegar þeir útfæra verkefni bókana. Margar bækur eru til sem gefa góða sýn á hvernig hægt er að breyta kennsluháttum þannig þeir höfði til nemenda. Meginatriði er að kennari þekki nemendur sína og leggi verkefni fyrir þannig að nemendur geti tengt það við daglegt líf og vekja þannig áhuga á viðfangsefninu. Þó er mikilvægt að hafa í huga að það sem hentar einum hóp hentar kannski ekki næsta hóp. Nemendur verða að fá tækifæri til að velta viðfangsefninu fyrir sér og

gott ef þeir ná að skapa umræður í litlum hópum svo þeir geti byggt upp skilning frá mismunandi sjónarhornum (Hyde, 2009; Skovsmose, 2001; Boaler, 2008). Gott dæmi er aðferð Boaler og Humphreys í bókinni *Connecting mathematical ideas* en hún felst í að nemendur byrja á að skoða verkefnið sjálfir og ígrunda en ef þeir lenda í vandræðum með skilning þá eigi þeir að spyrja fyrst einn vin, spyrja svo annan vin og svo tala við kennarann (Boaler og Humphreys, 2006). Þetta er góð leið, að mati höfundar, til að þjálfa nemendur í að leita sér aðstoðar sín á milli og skapa umræður í litlum hópum um viðfangsefnið.

Skipulag kennslustunda er mismunandi meðal kennara en þó er grunnhugmynd höfunda að námsefninu *Átta-10* sú að námsbókin sé stuðningur og viðmið kennara um hvað tekið er fyrir í hverri kennslustund. Bókina ætti aldrei að nota þannig að hún komi í stað kennarans en því er mikilvægt að kennarar nýti sér hugmyndir úr kennsluleiðbeiningum, hagi kennslu þannig hún höfði til ólíkra nemenda og setji verkefni upp með þeim hætti að nemendur hafi tók á að vinna að verkefnum á mismunandi erfiðleikastigum. Með þessu ná nemendur að þróa með sér eigin þekkingu og færni með því að ígrunda og mynda umræður (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2008). Þessu til stuðnings bentu Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010, á í grein sinni *The implementation of the Intended Curriculum in Teaching Materials: Author's Perspective*, að rannsóknir hafi sýnt að nemendur öðlist frekar skilning á viðfangsefni fái þeir tækifæri til að glíma við það upp á eigin spýtur eða í litlum hópum. Þá er ekki að undra að í dag sé farið að leggja áherslu á umræður og samvinnunám í kennslu. Þetta er eitt af því sem höfundar hafa reynt að leggja áherslu á með námsefninu en sem dæmi þá er að finna í námsbókunum margvísleg verkefni sem taka tíma að vinna úr og hvetja nemendur til að nota eigin þekkingu í stærðfræði. Verkefni eru einnig sett upp þannig að þau megi leysa bæði skriflega og munnlega en þá eru nemendur að stykja notkun tungumálsins sem og röksemdafærslu (Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2010).

2.6 Samantekt

Hér að framan hefur verið rætt um ýmsar kenningar sem varða stærðfræðinám og –kennslu. Höfundur þessa verkefnis telur að rekja megi áherslubreytingar og þróun á *Aðalnámsskrá grunnskóla, stærðfræði síðastliðna áratugi* til þessara kenninga. Námskráin frá 1989 er á margan hátt í anda hugsmíðihyggju og uppsetning námsbókanna *Almenn stærðfræði* í samræmi við það. Það er að segja nemendur áttu að tileinka sér ákveðnar aðferðir og byggja upp skilning á viðfangsefninu. Í þessum námsbókum var að finna sýnidæmi við upphaf hvers viðfangsefnis sem nemendur áttu að nýta við lausn verkefna (Björk, Björkstén o.fl., 1996).

Skipulag kennslustunda á þessum árum tengir höfundur við hugmynd Brousseau að kennslusamning. Þá er átt við að kennarar héldu í sinn hluta samningsins með því að afhenda nemendum námsgögn og svara spurningum þeirra og nemendur héldu í sinn hluta með því að vinna þau verkefni sem kennari sett fyrir. Miðað við þetta skipulag hefði Brousseau sagt að nemendur væru ekki að stunda nám því kennslusamninguinn væri ekki rofinn.

Með tilkomu *Átta-10* bókanna telur höfundur að nokkurs konar rof á kennslusamningi hafi átt sér stað því markmið með námsefninu var, eins og markmið *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, að breyta þeirri hefðbundnu kennslustund sem fest hafði rætur í allmörgum grunnskólum landsins. Það er að segja markmiðið var að fá kennara til að beita fjölbreyttum kennsluáferðum þannig að kennslan höfðaði til ólíkra þarfa nemenda. Einnig að fá kennara til að nýta eigið hugmyndaflug ásamt hugmyndum í kennsluleiðbeiningum til að kynna viðfangsefni og leggja fyrir verkefni með mismunandi áferðum.

Eftir að *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* kom út árið 1999 mátti sjá breytingar sem fólu í sér tengsl milli stærðfræðilegrar hæfni og uppbyggingu þekkingar. Það má sjá í loka- og áfangamarkmiðum námskrárinnar. Lýsing á hæfniflokkunum átta tengir höfundur við aðferðamarkmið námskrárinnar því þar er tekið mið af notkun röksemdafærslu, tungumálsins og lausnaleit. Í hæfniflokkunum kemur einnig fram mikilvægi stærðfræðilegrar hugsunar, að geta nýtt stærðfræði á fjölbreyttan hátt og að geta notað hálpargögn og tákni stærðfræðinnar. Samkvæmt KOM-skýrslunni eiga kennarar að haga kennslu þannig að nemendur nái að vinna með og styrkja alla hæfniflokkana jafnt og þétt en það er einmitt eitt af því sem fram kemur í námskránni. Það er að segja að mikilvægt er að nemendur átti sig á tengslum inntaks- og aðferðamarkmiða og að unnið sé markvisst að öllum þáttum markmiðanna.

Höfundur telur sig einnig sjá skýr áhrif frá Freudenthal, Vygotsky og hugsmíðihyggju í námskránni frá árinu 1999. Þá er átt við að í stærðfræðinámi á Íslandi er lögð áhersla á að nemendur öðlist skilning á viðfangsefninu, byggji upp og dýpki þekkingu sína bæði með því að tengja við reynslu og fyrri þekkingu og með því að taka þátt í umræðum, ígrundun og framkvæmd verkefna. Frá Freudenthal er það hugmyndin um að nemendur eigi að geta tengt viðfangsefnin við raunheim og þannig byggt upp þekkingu og myndað tengsl milli ólíkra þátta en einnig að nemendur taki virkan þátt því þannig dýpki þeir þekkingu sína. Þau atriði námskrárinnar sem höfundur tengir við hugsmíðihyggju snúa að námi einstaklingsins og mikilvægi þess að hver og einn fái tækifæri til að vinna verkefni á eigin forsendum og byggja upp þekkingu og skilning með því að tengja við eigin reynslu. Áhrif frá Vygotsky telur

höfundur koma fram í aðferðamarkmiðum námskrárinnar og þá sérstaklega þætti tungumáls og notkun röksemdafærslu. Einnig er lögð áhersla á samskipti nemenda með umræðum, sameiginlega ígrundun og þátttöku í verklegri vinnu í námskránni en þessi atriði telur höfundur að megi rekja beint til kenninga Vygotsky.

Í námsefninu *Átta-10* kemur skýrt fram, að mati höfundar, að tekin eru mið af áherslum *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá 1999 við uppsetningu og skipulag. Mikið er um verkefni sem fela í sér tengsl við daglegt líf, nemendur fá tækifæri til að ígrunda viðfangsefnið, vinna að þrautalausnum og verkefnum sem fela í sér hópvinnu, verklegar æfingar og umræður. Lögð er áhersla á að nemendur byggi upp þekkingu og skilning á eigin forsendum og tengja saman mismunandi aðferðir og viðfangsefni.

Taka ber þó fram að höfundur telur sig ekki sjá tengsl milli námskrár og nálgunar Brousseau, það er að segja kennslusamninginn. Hvergi kemur fram í námskránni að kennarar eða nemendur eigi að stefna að því að rjúfa hina hefðbundnu kennslu til að framfylgja því að nám eigi sér stað eins og Brousseau setur það fram. Þó skal hafa í huga að mikil áhersla er lögð á fjölbreyttar kennsluáferðir á námskránni sem margir gætu litið á að sé rof á kennslusamningi en gæta þarf að því að þegar nemenendur og kennarar hafa komið sér saman um ákveðið kerfi innan kennslustofunnar þar sem unnið er á fjölbreyttan hátt þá er það þeirra samkomulag og telst því sem hefðbundin kennslustund.

Það er því mat höfundar að út frá kenningum og hugmyndum ofantaldra fræðimanna hafi átt sér stað þróun á stærðfræðinámi og -kennslu sem birtast í áherslubreytingum *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Þessar breytingar fela í sér breytingu á skipulagi og uppbyggingu kennslustunda sem og námsgagna en það kemur skýrt fram, að mati höfundar, í uppbyggingu námsefnisins *Átta-10*.

Hvernig ætli viðhorf starfandi kennara séu til þessara breytinga, það er að segja hvernig hafa áherslur í stærðfræðikennslu breyst með nýjum áherslum *Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði*? Það er spurningin sem höfundur hefur í huga við framkvæmd og úrvinnslu þessa verkefnis.

3. Aðferð og rannsóknarsnið

Við framkvæmd þessarar rannsóknar var miðað við eiginlegt rannsóknarsnið þar sem upplýsingum var safnað með viðtölum, notast var við hálfopin viðtöl. Tekin voru viðtöl við tvo stærðfræðikennara á unglíngastigi tveggja grunnskóla á höfuðborgarsvæðinu. Við val á þátttakendum var notast við hentugleikaúrtak þar sem skráð voru nöfn þeirra kennara sem komu til greina úr þýði allra stærðfræðikennara á unglíngastigi á höfuðborgarsvæðinu. Mikilvægt var að annar kennarinn væri búinn að starfa sem kennari til lengri tíma en hinn í ekki fleiri en fimm ár. Annar þátttakandinn hóf störf við þann skóla sem hann starfar við í dag haustið eftir að hann lauk kennaranámi en hann er að hefja sitt fjórða starfsár. Hann hefur því ávallt kennt við sama skólann. Hinn þátttakandinn sem varð fyrir valinu er að hefja sitt þrettánda starfsár og hefur kennt á unglíngastigi síðastliðin tíu ár.

Viðtölin fóru fram í hvorum skóla fyrir sig og rannsakandi lagði fram opnar spurningar, sjá Viðauka 1. Spurningalistinn sem rannsakandi miðaði við í viðtölunum var notaður sem viðmiðunarrámi en þátttakendum var gefinn kostur á að svara hverri spurningu með eigin orðum. Í viðtölunum voru þátttakendur beðnir um að lýsa þeim áherslubreytingum sem þeir telja að hafi orðið á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* frá 1989 til 1999 og 1999 til 2007 og hvort þessar breytingar kæmu fram í kennslu hjá þeim. Rætt var um inntakspáttinn almenn brot, hvaða áherslubreytingar hafi orðið á inntakinu, hvort kennslan sjálf hafi breyst samhliða breytingum í námskrá og þeir beðnir um að lýsa kennslu nemenda í 8. bekk á almennum brotum. Einnig voru þátttakendur spurðir hvaða þróun þeir sæju fyrir sér á kennsluháttum og hvert þeir myndu vilja stefna með kennslu sína.

Notast var við lítið hljóðupptökutæki þegar viðtölin fóru fram. Að þeim loknum fór rannsakandi yfir viðtölin, skráði þau niður og skrifaði sögu hvors kennara. Ekki var gerður samanburður á viðtölum þátttakenda þar sem ekki var um að ræða samanburðarrannsókn heldur leitast við að greina viðhorf starfandi kennara, með mislanga starfsreynslu, til breyttra áherslna á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*.

4. Stærðfræðikennarar á vettvangi

Tekin voru viðtöl við tvo stærðfræðikennara á unglingsstigi tveggja grunnskóla á höfuðborgarsvæðinu. Í fyrra viðtalinu var rætt við kennara sem er að hefja sitt fjórða starfsár sem kennari en í síðara viðtalinu var rætt við kennara sem er að hefja sitt þrettánda starfsár. Hvort viðtal fyrir sig hófst á því að þátttakendum var kynntur tilgangur viðtalsins, að það væri þáttur í lokaverkefni til B.Ed gráðu frá Menntavísindasviði Háskóla Íslands. Einnig var þeim sagt að verkefnið fælist í því að skoða hvaða breytingar starfandi stærðfræðikennarar teldu hafa orðið á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, milli árunna 1989 og 1999 annars vegar og 1999 og 2007 hins vegar, og hvaða áhrif það hefði á kennslu. Þáttur viðtalsins væri að greina viðhorf kennara til þessara breytinga, hvaða breytingar þeir teldu að hefðu átt sér stað á kennslu og hvort notkun námsgagna hefði breyst með tilliti til breytinga á námskrá.

4.1 Viðmælandi A

Fyrri viðtalið fór fram þann 19. október 2011 og hér verður sá viðmælandi nefndur viðmælandi A. Eins og áður hefur komið fram hefur viðmælandi A starfað við sama grunnskólann frá því hann lauk kennaranámi. Hann hefur kennt nemendum á öllum stigum skólans en sér aðallega um stærðfræðikennslu unglings. Í skólanum sem hann starfar við hefur verið sett upp kerfi þar sem nemendur fá fjórar 35 mínútna kennslustundir í stærðfræði á viku og kallar viðmælandi A þessar kennslustundir fagtíma. Nemendur sækja einnig svokallaða námstíma þar sem þeim er gefinn kostur á að vinna í því námsefni sem þeir telja sig þurfa að vinna með hverju sinni. Þessar kennslustundir nýtast nemendum einnig þegar unnið er að stórum verkefnum eða ef stefnan er tekin á könnun eða hlutapróf á næstu dögum. Í námstímunum eru tveir til þrjú kennarar viðstaddir og segir viðmælandi A að nemendur ættu að geta leitað eftir aðstoð flestra kennara eða eins og hann orðar það: „Námsefni nemenda í unglingsáæild eru nú engin geimvísindi“. Þessi aðstoð getur meðal annars falist í að nemendum er beint á rétta braut eða þeim hjálpað að finna aðferð til að leysa verkefnið. Hann segir þetta kerfi ganga vonum framár og er ánægður með þá þróun sem hefur átt sér stað í kennslu innan skólans.

Viðmælandi A hefur ekki mikla skoðun á breytingum á *Aðalnámskrá grunnskóla* frá árinu 1989 til 1999 því hann hefur einungist starfað eftir einni námskrá. Hann telur þó breytingar frá árinu 1999 til 2007 fela í sér tilfærslur á inntaki. Þar á hann við að viðfangsefni framhaldskóla var færð niður á unglingsstigi grunnskóla og viðfangsefni af unglingsstigi fært

niður á miðstig. Hann tekur þó fram að það viðfangsefni sem fært var niður á miðstig skili sér oft á tíðum ekki til nemenda því þeir hafi ekki nógu gott vald á þeim þáttum við upphaf 8. bekkjar. Fram kom í viðtalinu að viðmælandi A segir viðfangsefni stærðfræðinnar yfirgripsmikið og hann hafi ekki tök á að komast yfir alla þætti námskrárinnar, ekki ennþá. Hann segir sig vera stöðugt að þróa eigin kennslu en hafi ekki fundið hvaða leiðir hann geti farið til að komast yfir allt námsefnið þannig að nemendur öðlist skilning á því.

Í viðtalinu kom fram sú spurning hvort einhverjar breytingar hefðu átt sér stað í kennslu hjá honum eftir að *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, kom út árið 2007. Þar sem viðmælandi A hefur bara kennt eftir þeirri síðarnefndu hafa litlar breytingar átt sér stað í kennslu hjá honum hvað það varðar en fram kom að hann sé alltaf að þróa þær aðferðir sem hann noti. Hann spurði því hvort ekki væri í lagi ef hann segði frá því hvernig hann skipuleggur kennsluna.

Námsgögn sem viðmælandi A nýtir í kennslu eru námsbækurnar *Almenn stærðfræði* og *Átta-10*. Bækurnar *Almenn stærðfræði* voru gefnar út árið 1987 og því segir hann inntakspætti bókanna ekki miða að núgildandi námskrá. Þrátt fyrir það er að hans mati vel hægt að nota bækurnar, gæta þarf þó að því að velja viðfangsefni sem eru í gildi samkvæmt núgildandi *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Námsbækurnar *Átta-10* eru notaðar í kennslustundum, fag tímum, og tók viðmælandi A fram að í þessum fag tímum tæki hann fyrir þau viðfangsefni sem nemendur þyrftu frekari útskýringar á og þjálfun í að nota til að öðlast skilning. Þessar námsbækur eru ávallt inni í kennslustofunni því þær eru ekki hluti af heimanámi nemenda, ef þeir ná ekki að ljúka við verkefni dagsins á að klára það í næsta fag tíma. Þau viðfangsefni sem tekin eru fyrir í fag tímum eru í flestum tilfellum viðfangsefni aðferðamarkmiða *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* sem ekki er lögð áhersla á í námsbókinni *Almenn stærðfræði*. Dæmi um verkefni sem unnið er að í fag tímum eru lausnir orðaþrauta þar sem nemendur eiga að byggja upp færni til að skilja stærðfræðilega texta og færa yfir á tákniál stærðfræðinnar, verkleg hópvinnuverkefni, tengsl við daglegt líf og verkefni sem fela í sér nýtingu á umhverfinu. Viðmælandi A notar mikið verkefni sem fela í sér vinnu utandyra og hann reynir að fara með nemendur út úr kennslustofunni eins oft og tækifæri gefst. Þar leggur hann fyrir ýmis konar verkefni, eins og að finna flatar- og rúmmyndir í umhverfinu, mæla lengdir og stærðir og beita mismunandi reikniaðferðum.

Viðmælandi A benti á í viðtalinu að *Átta-10* bækurnar noti hann sem viðmið fyrir það efni sem hann tekur fyrir og leggur áherslu á að búa til sín eigin verkefni. Nemendur vinna einnig

verkefni sem sett eru fram í námsbókunum en það gerist ekki oft. Hann segist ekki bundinn við fyrirfram ákveðnar vinnuáætlanir í hverri kennslustund og ef hann finnur að nemendur eru ekki í stakk búnir til að vinna að viðfangsefni dagsins er hann mjög sveigjanlegur og breyti til. Sú breyting getur falið í sér að tekið er fyrir annað viðfangsefni, kennslustund verði að þrautátíma eða kennsluháttum breytt til að vekja áhuga nemenda á viðfangsefninu.

Viðmælandi A var spurður um vinnuáætlanir nemenda en hann hafði áður sagt sig ekki vera bundinn við ákveðna áætlun í hverri kennslustund. Hann útskýrði þá að hann setur upp viðmiðunaráætlun fyrir önnina þar sem fram kemur hvaða viðfangsefni verði tekin fyrir, hvaða verkefni eigi að vinna og hvenær eigi að taka könnun. Þessi áætlun miðar að verkefnum úr námsbókinni *Almenn stærðfræði* en þær bækur nota nemendur í námstímum og sem heimavinnu. Viðmælandi A segir bækurnar henta vel í vinnu sem þessari því nemendur geti leitað til hvaða kennara sem er eftir aðstoð og jafnvel til foreldra. Einnig segir hann að í bókunum sé að finna góð sýnidæmi sem nemendur geta nýtt sem stuðning en hann leggur mikið upp úr því að nemendur læri inn á þá vinnuáðferð að leita sjálfir leiða til að leysa verkefni. Viðmælandi A telur mikilvægt að nemendur læri þessi vinnubrögð því þetta sé sú aðferð sem notast er við í framhaldskólum, það er að nemendur skoða sýnidæmin í námsbókunum svo þeir átti sig á hvernig hægt er að leysa verkefni og nota svörin aftast í bókunum til að sjá hvort lausn sé rétt. Ef nemandi fær ekki rétt svar og þarf aðstoð við að sjá villuna þá fær hann aðstoð við að skoða útreikninga sína og finna hvar villan liggir. „Þetta fyrirkomulag svínvirkar og ég er mjög ánægður með að hafa fundið kerfi sem virkar svona vel á ekki lengri tíma“ segir viðmælandi A.

Viðmælandi A útskýrði vinnuáætlanirnar í viðtalinu en hann leggur mikið upp úr því að nemendur læri að skipuleggja eigin vinnu og það gera þeir með því að hefja hverja viku á því að setja saman eigin vinnuáætlun fyrir komandi viku. Þar á að koma fram hvert stefnan er tekin, hvað þeir ætli að taka mikið fyrir og á hve löngum tíma en þetta skipulag miðar einungis að verkefnum úr námsbókinni *Almenn stærðfræði*. Flestir nýta viðmiðunaráætlun kennarans við skipulag sitt en þó eru nemendur sem þurfa að fara hægar yfir efnið til að öðlast skilning og aðrir sem fara hraðar. Viðmælandi A leggur þó mikla áherslu á að þegar kemur að nýju viðfangsefni sem hann telur að nemendur þyrftu aðstoð með í upphafi þá nýti hann fagtímana fyrir innlög.

Viðmælandi A hefur sett upp námsmat, símat, fyrir haustönn sem skiptist í fjóra þætti. Nemendur skila vinnubókum sínum til kennara tvisvar sinnum yfir önnina þar sem virkni

nemenda er könnuð, það er að segja hvort þeir hafi unnið öll verkefni sem sett voru fyrir, en einnig er skoðað skipulag hvernar blaðsíðu og útreikningar. Þessi þáttur í símati gildir 30%. Á haustönn eru þrjár kannanir lagðar fyrir nemendur úr námsbókinni *Almenn stærðfræði* sem hver fyrir sig gildir 10% en einnig vinna nemendur að verklegum verkefnum í fagtímum sem gilda 30%. Að lokum leggur hann fyrir tölfræðiverkefni í desember sem gildir 10%. Með þessu sést að nemendur taka ekkert lokapróf fyrir júl. Þegar skólaári lýkur í maí taka nemendur aftur á móti stórt lokapróf úr allri námsbókinni *Almenn stærðfræði* en viðmælandi A telur það góða leið til að þjálfa nemendur í að taka stórt lokapróf.

Viðmælandi A var spurður um inntakið almenn brot og hvort hann fyndi fyrir fyrrnefndum tilfærslum á inntaki þegar unnið er með það viðfangsefni. Hann segir að greinilegur munur sé á þessu viðfangsefni en það felist aðallega í viðbót á inntaki um hlutföll sem kemur fram í einum kafla í námsbókinni *Átta-10*, bók 1, en það sé að mörgu leyti nýtt. Hann segir að mikilvægt er að nemendur hafi öðlast þekkingu á almennum brotum áður en þeir byrja að vinna með hlutföll. Í kaflanum um hlutföll eiga nemendur að vera búnir að kynnast samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu almennra brota. Þetta segir viðmælandi A vera gott dæmi um það viðfangsefni sem nemendur eiga að hafa lært í 7. bekk en skili sér ekki. Af þeim sökum notar hann mikið námsbókina *Almenn stærðfræði* svo nemendur öðlist þá grunnþekkingu á almennum brotum sem upp á vanti. Viðmælandi A segir að í námsbókinni *Átta-10*, bók 1, sé þó kafli um almenn brot en hann komi fram síðar og því ekki í tengslum við hlutföllin hvað kaflaröðun varðar.

Inntakið almenn brot var rætt nánar í viðtalinu og viðmælandi A beðinn um að lýsa því hvernig hann skipuleggur kennslustund fyrir nemendur 8. bekkja á því inntaki. Þegar hann byrjar að vinna með hugtakið almenn brot leggur hann áherslu á að nemendur átti sig á og skilji hugtakið og þær aðferðir sem þar skipta máli. Hann skiptir nemendum í þriggja manna hópa þar sem hver hópur býr til sitt veggspjald. Á veggspjaldið skrifa nemendur almenn brot og tengja úr því fimm anga. Á enda hvers anga skrifa þeir samlagning, frádráttur, margföldun, deiling og samnefni og setja svo fram eigin útskýringar á því hvernig unnið er með þessi atriði í tengslum við almenn brot. Með þessari aðferð sjá nemendur myndrænt hvernig reikniaðgerðirnar fjórar tengjast innbyrðis og hvernig hægt er að nota þær í tengslum við samnefnara. „Svona geta nemendur líka séð að reikniaðgerðirnar margföldun og deiling með almennum brotum eru á margan hátt auðveldari og þægilegri viðureignar en samlagning og frádráttur almennra brota“, segir viðmælandi A brosandi. Hann segir einnig að þessi aðferð gefi nemendum tækifæri á að taka þátt í kennslustundinni og varni því að hann sem kennari

komi fyrir eins og fyrirlesari. Kynning hans á samnefnara skiptist í tvær aðferðir. Annars vegar að margfalda saman nefnara brotanna og hins vegar að beita frumþáttun en hann leggur mikið upp úr því að nemendur skilji og kunni að fara með frumtölur, því hann telur það dýpka talnaskilning nemenda. Að mati viðmælanda A er talnaskilningur einn mikilvægasti þáttur stærðfræðinnar og það er hans ósk að nemendur skilji hvað þeir eru með í höndunum en hann er alfarið á móti páfagaukalærdómi. Hann segir að kennsla sem feli í sér páfagaukalærdóm sé ein af verslu kennsluáðferðum sem notaðar hafa verið því nemendur læri ekkert á því. Þeir öðlist skilning á viðfangsefni með því að vinna með það og átta sig á þeim aðferðum sem hægt er að nota en ekki með því að leggja aðferðir á minnið.

Viðmælandi A er sífellt að þróa kennslu sína eins og áður hefur komið fram og þegar hér var komið sagði hann að hugmyndin að hugarkorti almennra brota sé enn í þróun en hann hefði á þessari stundu verið að fá enn betri hugmynd. Hún fælist í að láta nemendur vinna að mörgum litlum hugarkortum, eitt fyrir samlagningu, annað fyrir frádrátt, þriðja fyrir margföldun, fjórða fyrir deilingu, fimmta fyrir samnefnara en bæta svo við tveimur þar sem annað sýnir tengsl almennra brota og tugabrota en hitt tengsl almennra brota og prósentu.

Þegar viðmælandi A er spurður hver stefna hans sé og hvernig hann sér áframhaldandi þróun kemur netið fyrst upp í huga hans. Með því að nota netið langar hann að: „taka það sem ég geri í fagtímum og víkka út á netið, eins og ef ég er með greinar eða fréttir í kennslu þá gæti ég sett það inn“ en með þessu telur hann sig geta nýtt betur þann stutta tíma sem hann hefur með nemendum í fagtímum. Einnig vill hann halda áfram að þróa kerfið og tekur dæmi um þá nemendur sem fara hæggar yfir efnið. Hann segir að mikilvægt sé að nálgast þessa nemendur og að þeir fái þá aðstoð sem þeir þurfa en eitt af meginmarkmiðum hans er að allir nemendur nái fram sínum besta árangri. Honum finnst hann ekki ná að nálgast þessa nemendur með nógu góðum hætti en segir það skipta miklu máli að gefast ekki upp, hann nái til þeirra einn daginn. Annað sem hann vill sjá þróast er tölfræðivinnan sem hann leggur fyrir í lok haustannar. Honum finnst nemendur ekki fá nógan tíma til að kynnst tölvuvinnu og vill bæta það. Hann hafi oft fundið að margir þeirra nemenda sem sitja mikið fyrir framan tölvur hafi ekki þekkingu á því hvernig eigi að vista skjöl, hvað þá að vinna með töflureikni.

Þegar viðmælandi A var spurður að því hverjar skoðanir hans væru á þeim breytingum sem orðið hafa á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* segist hann vera nokkuð ánægður með uppbyggingu hennar þrátt fyrir miklar og hraðar breytingar. Hann segir að mikilvægt sé að kennarar fari ekki í kerfi ef þeir sjái fram á að komast ekki yfir allt það efni sem sett er fram.

„Ef ég lendi í þeirri stöðu þá gæti ég að því að velja þau viðfangsefni sem mér finnst mikilvægt að nemendur læri og kunni, en ég reyni að passa upp á að allir hafi heyrt minnst á öll viðfangsefni sem sett eru fram í námskránni þó ekki hafi verið unnið með þau“. Að hans mati taka námsbækurnar *Átta-10* mið af öllum þáttum *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og segir þau markmið sem sett eru fram í upphafi hvers kafla í námsbókunum gefi góða sýna á þau áhersluatriði sem fram koma í aðferða- og inntaksmarkmiðum námskrárinnar.

Að lokum vildi viðmælandi A koma því á framfæri að í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* sé einn þáttur aðferðamarkmiða sem honum finnst þörf á að skoða betur, það er að segja röksemdafærslur. Hann segir mikilvægt að nemendur læri að rökstyðja aðferðir sínar og að beita rökhusun en honum finnst vanta kennsluefni í tengslum við viðfangsefnið. Hann telur sjálfan sig nokkuð góðan í rökhusun en það sé annað mál að kenna það. Þetta segir hann vera atriði sem vert sé að kanna svo kennarar gætu unnið markvisst að því að ná fram árangri.

4.2 Viðmælandi B

Seinna viðtalið fór fram þann 28. október 2011 og verður sá viðmælandi nefndur viðmælandi B. Þær áherslubreytingar sem hann telur sýnilegastar í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*, 1999, er uppsetning þrepa- og áfangamarkmiða. Honum finnst eftir þessar breytingar auðveldara að ákvarða viðfangsefni hvers árgangs og telur það mikinn kost. Einnig segir hann að inntaksáherslur hafi breyst vegna tilfærslna á inntaki milli framhaldskóla og grunnskóla og tók dæmi um að vægi algebru við lok grunnskóla hefði aukist en einnig að nú sé mikil áhersla lögð á tengsl stærðfræði við daglegt líf. Þrátt fyrir þessar breytingar segir hann þær ekki hafa haft áhrif á kennsluna sjálfa og telur marga kennara kenna að einhverju leyti eftir eigin höfði en reyna þó að taka tilliti til þeirra breytinga sem eigi sér stað.

Þegar hann hóf að starfa sem kennari var notast við námsbækurnar *Almenn stærðfræði* og hann segir þær vera einfaldar í notkun og auðveldar í kennslu. Hann tekur einnig fram að þær séu ágætar að mörgu leyti, eru yfirgripsmiklar og auðvelt að velja úr viðfangsefni sem henti til kennslu. Að hans mati er þó vöntun á viðfangsefni í þessum námsbókum með tilkomu skiptingar aðferða- og inntaksmarkmiða. Þessi vöntun sé þó aðallega verkefni um þrautalausnir og stærðfræði í daglegu lífi. Þegar námsbækurnar *Átta-10* komu til sögunnar segir hann að meira hafi verið lagt upp úr þrautalausnum og uppgötvun nemenda á eigin námi. Hann segir að í gegnum árin hafi hann safnað að sér ýmis konar verkefnum um þrautalausnir og reyni að tengja það saman í kennslu. Hann notar *Átta-10* bækurnar þó sem grunn, það er hann velur verkefni úr bókinni og blandar við efni úr eldri námsbókum.

Að mati viðmælanda B er kennslan langt frá því að vera bundin við eina ákveðna námsbók, eins og áður segir, en hann notar einnig heimasíðuna rasmus.is og aðrar erlendar heimasíður þegar hann skipuleggur kennslustundir. Hann safnar saman gögnum úr samfélaginu og nýtir þegar hann leggur fyrir verkefni sem fela í sér vinnu í töflureikni. Þetta gerir hann þó nemendur séu ekki að vinna með ákveðinn tölfræðikafla í námsbók því hann segir sig ekki vera bundinn við eitthvað eitt viðfangsefni, þetta fari alfarið eftir vinnuáhuga nemenda.

Í viðtalinu var viðmælandi B spurður út í þá þróun sem hann sér fyrir sér í kennslu sinni. Sú þróun felur í sér að þar sem hann er kominn með svo mikið efni þurfi hann að taka það allt saman og takmarka sig, það er að segja sigta út það sem hann telur vera gott eða vont námsefni. Hann reynir að setja sér langtímaáætlanir en ekki vikuplön og „reyni að grípa gæsina þegar tækifæri gefast, eins og ef það er heimsmeistaramót, ólympíuleikar eða ef eitthvað sérstakt á sér stað í samfélaginu“. Að hans mati er mikilvægt að kennari fylgist með nemendum sínum, viti hvað er að gerast í kringum þá og þegar hann finnur að vinnuáhugi nemenda er ekki til staðar reynir hann að vera sveigjanlegur og breyta fyrra skipulagi. Hann segir „ef nemendur eru ekki í stuði til að vinna þá þýðir ekkert að ætlast til að ná fram einhverjum árangri“, því leggur hann áherslu á að vera sveigjanlegur og bindur sig ekki við fyrirfram ákveðið skipulag. Hann segir að mikilvægt sé að kennarar endurskoði skipulagið reglulega, reyni að haga kennslu þannig hún höfði til nemenda og tekur mið af dagsformi nemenda við val á kennsluáðferð.

Rætt var um viðfangsefnið almenn brot og þær breytingar sem viðmælandi B telur að hafi orðið á inntakinu en hann telur þær breytingar vera komnar til vegna uppsetningar námsbóka. Að hans mati eru námsbækurnar *Átta-10* nokkuð leiðandi hvað varðar reikniaðgerðir og nálgun. Í dag telur hann skipta miklu máli hvernig nýtt viðfangsefni er kynnt fyrir nemendum en áður hafi verið lagt upp úr því að nemendur byrji strax að vinna. Því segir hann að mikilvægt sé að nemendur fái að kynnast almennum brotum áður en farið er í að vinna með þau, en þá á hann meðal annars við að nemendur átti sig á tengslum almennra brota við talnalínu og tugabrot. Hann segir að þó þessi atriði hafi komið fram í eldri námskrám hafi námsbækurnar verið leiðandi og ekki farið inn á þessi svið. Í gömlu námsbókunum var bara einn kafli í heildina um almenn brot en í dag koma almenn brot fyrir í hverri námsbók með smá viðbót og segir hann það vera mikinn kost, viðfangsefnið þyngist örlítið með hverri viðkomu.

Skipulag kennslustunda í almennum brotum er með þeim hætti að viðmælandi B hefur tekið saman þau hugtök sem honum finnst að nemendur eigi að kunna skil á og reynir að kynna hvert hugtak fyrir sig. Hann telur að með þeim hætti öðlist nemendur skilning á hugtökum og geti á þeim grunni sett fram eigin útskýringar, eins og hvernig hægt er að stytta og lengja brot. Að hans mati er mikilvægt að nemendur glósi vel í tímum, „ef nemendur ná að byrja nýjan kafla vel átta þeir sig frekar á viðfangsefninu“. Viðmælandi B segir að kennslustofan bjóði ekki upp á tilfærslur með borð og stóla en hann gefur nemendum tækifæri til að vinna verkefni þar sem þeir vilja; liggjandi á gólfinu, fætur uppi á borði eða með tónlist í eyrum en þeir fá einnig val um að vinna saman eða einir. Hann leggur áherslu á að nemendur vinni við þær aðstæður sem þeim þykir þægileg og líður vel en tekur fram að þetta sé mjög einstaklingsbundið og alls ekki fyrir alla.

Viðmælandi B vinnur að því markmiði að nemendur viti að hann er til staðar fyrir þá, að hann sé meiri vinnufélagi en yfirmaður, og hann segir nemendum að ef þeir leiti ekki til hans þá verði hann hálf atvinnulaus. Honum finnst einnig mikilvægt að kennarar geri sér grein fyrir vinnuþoli nemenda. Að hans mati haldi nemendur í 8. bekk ekki einbeitningu í 80 mínútur samfleytt og því tók hann upp kerfi sem felst í því að þegar hann kynnir nýtt viðfangsefni þá eiga nemendur að glósa vel og taka þátt í umræðum fyrstu 20 mínútur kennslunnar. Ef þeir svo vinna vel í 20 til 30 mínútur fá þeir að hætta fyrr eða fá frjálsan tíma í kennslustofunni þangað til tímanum lýkur. Hann hefur fundið að ef hann heldur þeim mikið lengur verði þeir þreyttir og erfiðir viðureignar. Þetta kerfi hefur gengið vel og honum finnst nemendur skila betri afköstum og vinni betur en ella. Þessari aðferð beitir hann þó ekki í hverri kennslustund heldur aðallega, eins og áður segir, þegar nemendur eru að byrja á nýju viðfangsefni sem reynist þeim erfitt og flókið. Skipulag hefðbundinnar kennslustundar er með þeim hætti að nemendur taka í það minnsta 5 mínútna hlé þegar kennslustund er hálfnuð en þá eiga allir að standa upp frá borðum sínum.

Viðmælandi B var spurður um uppsetningu *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og hver skoðun hans væri á námskránni. Hann segir námskrána vel skipulagða, hafi ekkert út á hana að setja, og er ánægður með þær breytingar sem orðið hafa. Hann tekur einnig fram að kennarar eigi ekki að hafa of miklar áhyggjur af námskránni sjálfri. Honum finnst mikilvægt að kennarar séu gagnrýnir á sjálfa sig, duglegir að skoða eigin vinnu, geri sér grein fyrir að alltaf er hægt að gera betur og leggi sig fram við að leita nýrra leiða að nálgun í kennslu. Alltaf eiga sér stað einhverjar breytingar milli árganga og því verði þeir að vera duglegir að finna upp á nýjum aðferðum, vera með mismunandi verkefni eða hvað sem þeim dettur í hug

til að gera námið lifandi og skemmtilegt fyrir hvern nemendahóp. Einnig verða kennarar að gæta þess að festast ekki í gömlu fari, það er að segja vera ekki með sama skipulag og sömu verkefni ár eftir ár, „það er ekki það sem geri kennarastarfið skemmtilegt“.

Viðmælandi B metur vinnuáhuga og virkni nemenda viku fyrir viku og segir að erfitt sé að hugsa lengra fram í tímann en það því þá stendur hann ekki frammi fyrir því að vera sífellt að gera breytingar. Hann leggur áherslu á að nemendur vinni vel og í lengri tíma að hverju viðfangsefni svo hann hafi tók á að breyta til inn á milli eins og það að leggja fyrir tölfræðiverkefni. Þetta er að hans mati góð leið til að þjálfa upp sjálfsaga nemenda því þeir þurfi á því að halda áður en þeir hefja nám í framhaldskólum. Að hans sögn gildir að „krakkarnir verða að vera sæmilega agaðir og geta unnið hratt og örugglega“. Hann segir einnig að hann hafi fengið góða svörun frá eldri nemendum um að kennsluaðferðir hans hafi átt þátt í að stökkið úr grunnskóla upp í framhaldskóla hafi ekki verið of mikið eins og var fyrir marga aðra.

Þegar viðmælandi B var spurður út í þá þróun sem hann sér á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og hver stefnan væri í þeim málum telur hann námskrána fara í hringi. Hann tekur sem dæmi að í kringum árið 1960 var farið að tala um hugmyndir nýstærðfræði og þar hafi þrautalausnir og verkefni tengd þrautum komið fram og þetta sé að koma upp aftur núna. Það sem honum dettur helst í hug er spurningin um hvort það geti verið að námsefnið stýri námskrárvinnunni. Hann tekur sem dæmi að nú sé búið að gefa út nýjar námsbækur í stærðfræði fyrir yngri deldir, *Sproti*, og að þær bækur sviði mjög til eldri námsbóka eins og *6A* og *6B*, það er að segja í bókunum má sjá svipaða uppsetningu. Honum finnst líklegt, ef tekið er mið af námsgagnabreytingum, að þessar námsbækur muni stýra uppsetningu á næstu námskrá. Í lokin bendir hann svo á að vert væri að kanna hvað það er sem verið er að kenna, námskrána eða námsbækur.

5. Umræður

Höfundur þessa verkefnis telur greinilegt að þegar unnið er að skipulagi og uppbyggingu *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* sé tekið mið af kenningum og hugmyndum framangreindra fræðimanna því hann telur sig sjá sterk tengsl þar á milli. Einnig finnst honum koma skýrt fram að með útgáfu námsefnisins *Átta-10* sé einnig tekið mið af áðurnefndum kenningum því markmið hvers viðfangsefnis í námsflokkinum má finna í aðferða- og inntaksmarkmiðum námskrárinnar. Hugmyndir Freudenthal, kenning Vygotsky og hugsmíðihyggjan miða allar að því að nemendur skilji það viðfangsefni sem unnið er með hverju sinni þó þær líti á nám frá ólíkum sjónarhornum.

Viðmælandi A er á sínu fjórða starfsári og hefur því einungis kennt eftir námskránni frá árinu 2007. Þó finnur hann fyrir þeim breytingum sem urðu á námskránni hvað varðar tilfærslur á inntaki og telur nemendur ekki hafa nógu gott vald á sumum viðfangsefnum sem þeir eiga að hafa öðlast þekkingu á samkvæmt markmiðum *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Hann nefnir að nemendur eiga að hafa öðlast þekkingu á samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu með almennum brotum þegar þeir hefja nám í 8. bekk en það sé ekki að skila sér. Af þeim sökum telur hann sig þurfa að byrja það viðfangsefni alveg frá grunni og leggur mikla áherslu á að nemendur þekki frumtölur og kunnir að vinna með þær. Hann telur að þegar nemendur öðlast þekkingu á notkun frumtalna leiði það til þess að þeir eigi auðveldara með að átta sig á og vinna með reikniaðgerðir almennra brota. Einnig segir hann að þekking á frumtölum styrki nemendur í að skilja tengsl milli samnefnara almennra brota og reikniaðgerða. Hann telur mikilvægt að nemendur byggi upp þekkingu á frumtölum því það dýpki talnaskilning þeirra.

Það að viðmælandi A telji sig þurfa að byrja á grunni með nemendum þegar kemur að viðfangsefninu almenn brot telur höfundur geta verið eina af ástæðum þess að viðmælandi A segir sig ekki ná að fara yfir alla þætti aðferða- og inntaksmarkmiða námskrárinnar. Höfundur telur að ef nemendur hafa ekki byggt upp þekkingu og skilning á þeim viðfangsefnum sem tekin eru fyrir í 7. bekk þá leiði það til þess að þeir þurfi að byggja þá þekkingu upp í 8. bekk. Með þessu er hætt á að nemendur fái ekki nógan tíma til að byggja upp þekkingu á viðfangsefnum sem þeir eiga að hafa náð tökum á við lok 8. bekk til að ná settum markmiðum námskrárinnar. Því telur höfundur að mikilvægt sé að stærðfræðikennarar á öllum stigum

grunnskólans vinni saman svo nemendur hafi tök á að byggja upp þekkingu á öllum viðfangsefnum stærðfræðinnar jafnt og þétt í náminu.

Viðmælandi A notast við námsbókina *Almenn stærðfræði* sem aðalnámsefni í 8. bekk, það er að segja nemendur vinna að verkefnum úr bókinni í námstímum og heimavinnu. Viðfangsefni bókanna eru valin af viðmælanda A þar sem hann tekur mið af markmiðum námskrarinnar og í lok skólaárs þreyta nemendur lokapróf úr viðfangsefnum bókarinnar. Hann segir þessar bækur yfirgripsmiklar og henta vel því nemendur geta nýtt sýnidæmi til að átta sig á hvernig hægt er að leysa verkefni. Dæmi um uppsetningu af þessu tagi má sjá í *Almenn stærðfræði fyrir grunnskóla I*, bls. 162:

Lenging og stytting

Brot eru lengd með því að margfalda bæði teljara og nefnara með sömu tölu.

$$\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20} \quad (\text{lenging með } 5)$$

Lenging breytir ekki stærð brotsins, aðeins útliti þess.

5105 Lengdu brotið

a) $\frac{1}{2}$ með 10

b) $\frac{3}{7}$ með 4

a) $\frac{1}{2} = \frac{10 \cdot 1}{10 \cdot 2} = \frac{10}{20}$

b) $\frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 7} = \frac{12}{28}$

5106 Lengdu brotið $\frac{1}{4}$ með

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

5107 Margfaldaðu bæði teljara og nefnara brotsins $\frac{1}{10}$ með

a) 7

b) 10

c) 75

d) 100

e) 150

5110 Lengdu brotið $\frac{5}{9}$ þannig að það fái nefnarann 36

Þar sem $4 \cdot 9 = 36$, þá lengjum við með 4.

$$\frac{5}{9} = \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 9} = \frac{20}{36}$$

5111 Lengdu brotin þannig að þau fái nefnarann 12

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{6}$

Hér koma fram skýrar leiðbeiningar um hvernig nemendur eiga að leysa verkefni. Nemendum er ekki gefinn kostur á að nýta eigin þekkingu og finna þá aðferð sem þeir telja að henti til að leysa verkefni. Þessi leið er að mati höfundar hvorki í anda hugsmíðihyggu né kenningar Vygotsky um hinn félagsmenningarlega skóla. Það má sjá á því að nemendur fá ekki tækifæri til að byggja ofan á fyrri þekkingu og ígrunda viðfangsefni, hvort heldur sem er

til að öðlast einstaklingsbundinn- eða félagslegan skilning, heldur fá þeir uppgefið hvernig eigi að vinna að verkefnum.

Margir myndu eflaust segja að þessar bækur henti vel til kennslu því þær styðja við þá hugmynd að nemendur leiti sjálfir eftir aðferðum til að leysa verkefni. Höfundur telur þetta ekki vera það sem átt er við í námskránni, það er að segja að nemendur eigi að fá tækifæri til að byggja upp þekkingu á viðfangsefninu, heldur telur hann að leiðbeiningar sem þessar hindri það að nemendur byggi upp þekkingu á viðfangsefninu og skilji hvað átt er við. Nemendur eiga að fá tækifæri til að vinna að hverju viðfangsefni á eigin forsendum, ígrunda einir og í samvinnu við aðra og byggja upp þekkingu út frá reynslu.

Í námsbókunum *Átta-10* er notast við aðra nálgun á viðfangsefnið. Kafli um almenn brot í bók 1 hefst á því að nemendur vinna að verkefnum sem fela í sér þekkingu á jafngildum brotum og þekkingu á heild og hlutum. Lagt er til í upphafi að nemendur leysi fyrstu verkefni, lýsi því hvernig þeir fari að og segi hvenær þeim finnst henta að nota brotabúta, talnalínu, myndir, tölur og orð við lausnirnar. Þar á eftir koma verkefni þar sem nemendur vinna með jafngild brot. Notast er við myndrænar útskýringar og geta nemendur nýtt þessar upplýsingar til að byggja upp eigin þekkingu á jafngildum brotum og þeim gefin hugmynd um hvernig hægt er að tákna brotin myndrænt.

Námsefnið *Átta-10* notar viðmælandi A sem ítarefni í fagtímum en þar vinnur hann að því að styrkja nemendur í þeim þáttum sem snúa að aðferðamarkmiðum námskrárinnar, það er að segja nemendur vinna í litlum hópum og skapa umræður um viðfangsefnið og vinna saman að lausn þrauta. Viðmælandi A leggur þó sjaldan verkefni bókanna fyrir nemendur heldur nýtir þær sem viðmið fyrir það viðfangsefni sem tekið er fyrir. Hann býr til verkefni sem nemendur vinna að í fagtímum og reynir að láta þau höfða til áhugasviðs nemenda. Aðferðir hans að vali á verkefnum má tengja við hugmyndir Leikin (2009) um skapandi kennara því hún talaði einmitt um að kennarar ættu að nýta eigið hugmyndaflug við skipulag á kennslu. Einnig er þessi aðferð í samræmi við hugmyndir höfunda námsefnisins um notkun bókanna, það er að kennari velur verkefni sem hann telur höfða til nemenda og vinnur skipulega að þeim með nemendum.

Fjölbreytni er mikilvægur hluti af stærðfræðikennslu að mati viðmælanda A en hann leggur mikla áherslu á að vera sveigjanlegur í kennsluháttum. Ef hann finnur að nemendur eru ekki í stakk búnir til að vinna að verkefnum dagsins eins og hann hefur skipulagt þá breytir hann til,

Það er hann finnur aðra nálgun á viðfangsefnið þannig að upp gæti vaknað áhugi. Hann gerir sér grein fyrir að nemendur hafa ólík áhugamál og mismunandi bakgrunn og vinnur að því að setja fram verkefni þannig þau höfði til nemenda, það er hann miðar að kunnáttu, þekkingu og áhuga við val á kennsluaðferðum. Honum finnst mikilvægt að kennari geri sér grein fyrir því að nemendur vinna mishratt og því verði að beita nálgun á kennslu þannig hún sé í samræmi við þarfir þeirra. Af þessu sést að í augum viðmælanda A eru það nemendur og þarfir þeirra sem skipta meginmáli. Skilningur höfundar er sá að viðmælandi A leitast við að nemendum líði vel í kennslustundum, fái kennslu við hæfi og að hann hafi þarfir nemenda að leiðarljósi við skipulag kennslu.

Aðferðir sem viðmælandi A beitir í fagtímum er vel hægt að tengja við kenningu Vygotsky og hugsmíðihyggjuna því hann leggur mikla áherslu á að nemendur skili viðfangsefnið og hugtök þess áður en verkefni eru lögð fyrir. Nemendur fá tækifæri til að ræða viðfangsefnið og setja fram eigin útskýringar. Þetta telur hann vera góða leið til að virkja nemendur og fá þá til að byggja upp þekkingu út frá eigin reynslu.

Viðmælandi A sagði frá því að eitt af aðferðamarkmiðum námskrárinnar, röksemdafærsla, gæti þurft meira skipulag og jafnvel að gefið væri út námsefni svo kennarar gætu unnið markvisst að því að ná þessu markmiði með nemendum. Höfund langar að líta til baka í fræðilega hluta ritgerðarinnar þar sem talað var um inntaks- og aðferðamarkmið *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Þar kom fram mikilvægi þess að nemendum sé gerð grein fyrir öllum markmiðaflokkum og að unnið sé markvisst með þá svo nemendur læri að horfa á stærðfræði sem eina heild en ekki flokka sem ber að skilja og kunna hvern fyrir sig. Miðað við þessa lýsingu þá telur höfundur að nemendur eigi að styrkja röksemdafærslu sína með stærðfræði en ekki að læra rökfræði eina og sér. Þessu markmiði telur höfundur að hægt sé að ná með markvissri vinnu nemenda, virkni og þátttöku í umræðum um viðfangsefni. Í umræðum styrkja nemendur samskiptahæfni sína bæði með því að deila hugmyndum og aðferðum með samnemendum en einnig með því að hlusta á og meðtaka hugmyndir og aðferðir annarra. Virk þátttaka í umræðum þar sem nemendur færa rök fyrir aðferðum sínum er að mati höfundar góð leið til að styrkja röksemdafærslu nemenda.

Viðmælandi B talaði einnig um tilfærslur á inntaksmarkmiðum í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* en hann segir það sjást best á því hvað algebra er farin að vega mikið í lokamarkmiðum. Hann notar námsbækurnar *Átta-10*, líkt og viðmælandi A, sem grunn að þeim viðfangsefnum sem tekin eru fyrir. Skipulag hans á kennslustundum er fjölbreytt en

hann nýtir eldri námsbækur sem og internetið til að setja saman verkefni fyrir nemendur en kemur einnig með verkefni sem tengjast atburðum í samfélagi nemenda. Þessháttar kennslu má vel tengja við hugmyndir Leikin (2009) um áhugasama og hugmyndaríka kennarann sem miðar kennslu sína að þekkingu og áhuga nemenda sinna.

Viðmælandi B talaði um að námsbækurnar *Almenn stærðfræði* væru yfirgripsmikilar en miðað við gildandi námskrá þá vanti verkefni í þær sem snúa að þrautalausnum og tengsl stærðfræði við daglegt líf. Bækurnar *Átta-10* segir hann að taki mið af öllum þáttum inntaks- og aðferðamarkmiða námskrárinnar og segist hann vera mjög ánægður með uppsetningu þeirra, þá sérstaklega að tekið sé fyrir hvert viðfangsefni í öllum bókum en smá viðbót í hvert sinn.

Kennsluáðferðir hans má á margan hátt tengja við hugmynd Brousseau um kennslusamning, þó ekki. Í kennslustofunni er greinilegur samningur milli nemenda og kennara um hvernig kennslu skuli háttað. Viðmælandi B leggur áherslu á að nemendur glósi vel í kennslustundum því hann telur að ef nemendur byrji vel á nýju viðfangsefni þá ætti það ekki að vefjast eins mikið fyrir þeim. Hefðbundin kennslustund er því byggð upp þannig að viðmælandi B byrjar kennslu á innlögnum og þá eiga nemendur að sitja, hlusta, glósa og taka þátt í umræðum. Að því loknu byrja nemendur að vinna verkefni sem hann hefur sett fyrir. Þegar hann er ekki með innlagnir þá eiga nemendur að byrja strax í upphafi kennslustundar að vinna að verkefnum sem sett hafa verið fyrir. Viðmælandi B gengur á milli nemenda, kannar stöðuna og veitir þeim aðstoð sem á þurfa að handa. Hann reynir að svara spurningum nemenda þannig þeir uppgötvi sjálfir aðferðirnar en gefur nemendum ekki upp hvernig hægt er að leysa verkefnin. Að mati höfundar er kennsluáðferð sem þessi dæmi um hvernig haldið er í kennslusamninginn því hvorki kennari né nemendur taka sig til og rjúfa samninginn. Þó vill höfundur taka fram að viðmælandi B beitir fjölbreyttum kennsluáðferðum við nálgun á viðfangsefni en nemendur hans eru vanir að vinna ýmist í hóp eða einir og taka þátt í umræðum í innlögnum.

Viðmælandi B segir mikilvægt að kennarar geri sér grein fyrir vinnuþoli nemenda og hagi kennslu þannig hún höfði til þeirra. Kennslustundir hjá honum eru 80 mínútur og hann hefur komið upp þannig kerfi að þegar hann er með innlagnir þá fá nemendur frjálstan tíma síðustu 20 mínúturnar. Þegar nemendur eru bara að vinna verkefni þá lætur hann alla standa upp þegar kennslustundin er hálfnuð og taka um 5 mínútna hlé áður en haldið er áfram vinnu. Hér mætti spyrja hvor það getur verið að 80 mínútur sé ekki of langur tími fyrir nemendur á

Þessum aldri til að vinna í sama viðfangsefninu. Það er að segja gæti verið að nemendur myndu vinna betur ef kennslustundin væri bara 40 mínútur. Einnig telur höfundur að hægt væri að leysa þetta með því að hafa kennslustundir skiptar í tvennt, í fyrri kennslustundinni ættu nemendur til dæmis að vinna að ákveðnu viðfangsefni en í seinni kennslustundinni væri tekið fyrir viðfangsefni af allt öðrum toga. Annað sem höfundi þykir umhugsunarvert hvað þetta varðar er sú þróun að venja nemendur við það að frí í kennslustund sé gott. Af hverju ætli umbun feli í sér niðurfellingu á kennslu? Höfundi finnst sú þróun gefa nemendum til kynna að nám sé ekki skemmtilegt og það er þróun sem hann líkar ekki við.

Skilningur nemenda á viðfangsefninu og hugtökum tengdum því segir viðmælandi B að skipti höfuðmáli. Hann er meðvitaður um það að nemendur geta ekki unnið með viðfangsefni og byggt upp þekkingu ef þeir hafa ekki öðlast skilning á grundvallaratriðum þess. Höfundur telur að leiða megi líkum að því að nálgun hans á kennslu megi rekja til hugsmíðihyggju þar sem hann vinnur að því að styrkja nemendur í námi bæði með því að byggja upp einstaklingsbundinn skilning sem og ætlaðan sameiginlegan skilning.

Viðmælandi B segir einnig að mikilvægt sé að kennarar þekki nemendur sína, áhugamál þeirra og kunnáttu. Því segir hann að kennarar verði að vera duglegir við að gagnrýna eigin vinnu og vera meðvitaðir um að alltaf er hægt að gera betur. Skipulag kennslu og nálgun á viðfangsefni verður að endurskipuleggja reglulega og hafa þarfir nemenda að leiðarljósi. Einnig segir hann að kennarar verði að vera sveigjanlegir og viljugir í að breyta til í kennslu. Hann leggur áherslu á að nemendum líði vel og gerir þeim grein fyrir að hann sé ekki yfirvaldið í kennslustofunni.

Báðir viðmælendur töluðu um að kennarar ættu ekki að hafa of miklar áhyggjur af námskránni sjálfri og gæta að því að fara ekki í kerfi ef þeir telja sig ekki ná að fara yfir alla þætti sem þar koma fram. Þetta telur höfundur vera áhyggjuefni að því leyti að ef nemendur fá ekki tækifæri til að vinna með og byggja upp þekkingu á þeim viðfangsefnum sem tilgreind eru í námskránni þá muni það valda þeim erfiðleikum seinna. Hvort sem þessir erfiðleikar komi fram á næsta skólaári í námi nemenda í grunnskóla eða þegar þeir hefja nám í framhaldskóla þá telur höfundur að þegar að því kemur þá sé hætt á að nemendur missi áhuga. Það er að segja þeir nemendur sem áður höfðu áhuga á að vinna að stærðfræðilegum verkefnum eigi á hættu að verða á eftir í náminu því þá vanti grundvallarskilning á viðfangsefninu til að geta byggt upp og bætt við nýrri þekkingu.

Höfundur finnst það mjög jákvætt að báðir viðmælendur leiti leiða til að vera fjölbreyttir í vali á kennsluaðferðum svo þeir geti nálgast viðfangsefnið þannig að nemendur geti byggt upp þekkingu. Þetta er að hans mati eitt það mikilvægasta við kennarastarfið, það er að segja að taka mið að þörfum og bakgrunni nemenda við val á kennsluaðferð. Einnig er það mat höfundar að kennari eigi að gera sér grein fyrir að nemendur eru jafn ólíkir og þeir eru margir og því ekki hægt að beita sömu nálgun á viðfangsefnið á alla nemendur. Báðir viðmælendur töluðu um að kennarar ættu að vera gagnrýnir á eigi vinnu og hafa í huga að alltaf er hægt að breyta og gera betur. Höfundur telur kennara sem eru meðvitaðir um þessi atriði sýna fram á að þeim líður vel í starfi sínu og hafi hag nemenda að leiðarljósi. Það að líta reglulega í eigin barm og meta vinnu sína er því að mati höfundar jákvæð og góð leið til að stuðla að þróun og uppbyggingu á stærðfræðinámi og –kennslu.

Hluti þessa verkefnis var að skoða breytingar á skipulagi í tengslum við inntakspáttinn almenn brot og ræða við viðmælendur um breytingar á kennslu þessa viðfangsefnis með tilliti til áherslubreytinga í námskrá. Þegar koma að viðtölunum var ekki eins mikil áhersla lögð á breytingar á inntakspáttinum líkt og stefnt var að. Viðmælendur töluðu meira um kennslu almennra brota í dag og voru ekki að bera saman áhersluatriði fyrir og eftir breytingar á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Mögulegt er að þar sem viðmælandi A hóf störf eftir breytingar á námskránni að þá hafa verið dregið úr þeirri áherslu og meira farið í að ræða um kennslu almennra brota í dag. Viðmælandi A tók þó fram, eins og áður segir, að hann finni að nemendur hafa ekki það vald á reikniaðgerðum almennra brota við upphaf 8. bekkja sem skyldi. Það gæti einnig hafa leitt leitt til þess að áherslur hafi breyst við úrvinnslu viðtalanna.

Þegar tekinn er saman fræðilegur bakgrunnur og tengdur við viðhorf og hugmyndir viðmælenda um breyttar áherslur í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og skipulagi kennslustunda má sjá að báðir viðmælendur leggja mikla áherslu á skilning og þekkingu nemenda á viðfangsefninu hverju sinni. Í tengslum við hugmyndir fræðimanna um stærðfræðinámi og –kennslu og uppbyggingu námskrárinnar telur höfundur að draga megi þá ályktun að mikilvægt sé að kennarar geri sér grein fyrir hvar styrkur hvers nemanda liggur og að nemendum sé gefið tækifæri til að stunda nám út frá eigin forsendum. Nemendur hafa ólík áhugamál og misjafnan bakgrunn og því er mikilvægt að mati höfundar að kennarar nýti þekkingu og raunheim nemenda þegar unnið er að skipulagningu kennslustunda sem og uppsetningu og fyrirlögn verkefna.

6. Lokaorð

Við upphaf verkefnavinnu var stefnt að því að draga saman áherslubreytingar í *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og fara svo yfir í að kanna breyttar áherslur í kennslu á inntakspættinum almenn brot. Þegar kom að úrvinnslu viðtalanna ákvað höfundur að draga úr þeirri áherslu þar sem viðmælandi A hóf störf sem kennari eftir breytingar á námskránni. Það að lítið hafi verið rætt um breytingar á aðferðamarkmiðum í tengslum við almenn brot í fyrra viðtalinu getur hafa leitt til þess að minni áhersla var lögð á þær breytingar í seinna viðtalinu. Því var meiri áhersla lögð á að tengja hugmyndir viðmælenda um stærðfræðinám og –kennslu við kenningar og hugmyndir fræðimanna, kanna hvernig þær hugmyndir tengjast breyttum áherslum *Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði* og hvernig námsefni er nýtt í þeirra kennslu.

Í viðtölunum kemur skýrt fram að báðir viðmælendur leggja áherslu á að nemendur skilji það viðfangsefni sem unnið er með og þeir leitast við að beita fjölbreyttum kennsluáðferðum við fyrirlögn og framkvæmd verkefna til að höfða til áhugasviðs nemenda. Mikilvægt er þó að leiða hugann að því að ekki hugsa allir kennarar eins og því má ekki taka því sem svo að þó þessir tveir kennarar telji sig sveigjanlega í kennsluháttum og miði að þörfum og áhuga nemenda þá er ekki þar með sagt að allir kennarar vinni á sama hátt.

Höfundur telur, eftir að hafa lesið sér til og rætt við viðmælendur, að kennarastarfið feli í sér sveigjanleika, jákvæðni gagnvart bæði námsefni og nemendum og að kennari sé gagnrýninn á eigin vinnu og meðvitaður um að alltaf er hægt að gera betur. Námsefnið *Átta-10* býður upp á fjölmargar leiðir til að nálgast viðfangsefnið þannig það höfði til nemenda og veki áhuga. Það sem höfundur telur mikilvægt í þessu samhengi er að kennarar nýti þau gögn sem í boði eru og séu duglegir við að nýta eigin hugmyndir sem og nemenda þegar kemur að skipulagningu kennslustunda. Ef kennari leitast við að haga kennslu þannig hún höfði til nemenda, beitir fjölbreyttum kennsluháttum og vinnur markvisst með alla þætti áfanga- og inntaksmarkmiða þá telur höfundur þá ná að framfylgja markmiðum námskrár.

Svo virðist sem ávallt hafi sjónum verið beint að því að haga kennslu þannig hún höfði til nemenda þó það hafi ekki komið beint fram í markmiðum *Aðalnámskrá grunnskóla*. Með tilkomu skiptinga markmiða í aðferðir og inntak árið 1999 fór að bera meira á notkun tungumáls og tengslum stærðfræðinnar við daglegt líf. Áður hafði óljóst verið bent á í námskránni að nemendur ættu að geta tengt stærðfræðina við raunheim sinn og að nemendur ættu að fá tækifæri til að ræða um viðfangsefnið en engin sérstök áhersla var lögð á þessa

þætti. Af þessu má sjá að á vissan hátt hafa viðhorf viðmælanda þessa verkefnis breyst með breyttum áherslum í námskrá en að sama skapi segja þeir að þarfir og hagur nemenda sé það sem skiptir meginmáli. Skilningur og þekking nemenda á viðfangsefninu ræðst af því hvernig kennari skipuleggur kennsluna og hvernig viðfangsefnið er kynnt fyrir nemendum.

Verkefni þetta tekur einungis mið af þeim þáttum sem snúa að kennslu nemenda á unglíngastigi þó margt megi tengja við kennslu nemenda á öðrum stigum grunnskólans. Því ber að hafa í huga að það sem hér kemur fram eru hugmyndir höfundar um stærðfræðináms- og -kennslu í tengslum við hugmyndir og kenningar framangreindra fræðimanna, uppsetningu *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* og hugmynda viðmælandanna tveggja. Ekki liggur fyrir að hugmyndir þessar eigi við um alla þá sem heyra undir kennarastéttina en í framhaldi af þessu verkefni má vel stefna að stærri rannsókn þar sem rætt væri við fjölda kennara. Þá væri hægt að kanna mismunandi viðhorf kennara og bera saman hugmyndir þeirra með það í huga að kanna hvernig breyttar áherslur birtast innan kennslunnar sjálfar.

Eftir að hafa unnið að þessu verkefni finnur höfundur að hugmyndir hans um stærðfræðináms og -kennslu hafa breyst og hann hefur byggt upp þekkingu á þeirri hugmyndafræði sem liggur að baki námsefnisins *Átta-10*. Sú þekking að kennari eigi að hafa þarfir hvers nemanda að leiðarljósi og að fjölbeyttar kennsluáferðir hafi áhrif á vinnu og virkni nemenda í náminu hefur þróast og mótast samhliða vinnu verkefnisins. Skoðun hans á námsbókum er sú að bækur eigi aldrei að koma í stað kennara og að kennari eigi að nýta eigin hugmyndir sem og hugmyndir nemenda þegar kemur að skipulagi kennslustunda, hvernig haga skuli kennslu þannig hún höfði til nemenda, hvernig verkefni eru lögð fyrir og hvernig nýtt viðfangsefni er kynnt. Hann telur mikilvægt að nemendur fái að taka þátt í kennslunni með umræðum og ígrundun sem hann telur að styrki þá í stærðfræðilegum samskiptum og notkun röksemdafærslu. Þetta eru viðmið sem hann telur mikilvægt að hafa í huga þegar hann hefur störf sem kennari. Grundvallaratriði að hans mati er að hafa ávallt í huga að nemendur eru misjafnir eins og þeir eru margir og því þarf að gæta að því að hver og einn fái tækifæri til að stunda nám á eigin forsendum miðað við bakgrunn og þarfir þannig að þekking á viðfangsefninu aukist og styrkist.

7. Athugasemdir

1. Fullt heiti KOM-skýrslunnar er *Kompetancer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Skýrslan var gefin út árið 2002 og skilað til danska menntamálaráðuneytisins sem svar við spurningum menntamálaráðuneytisins varðandi stærðfræðinám og –kennslu í Danmörku.

8. Heimildir

- Björk, L. E., Björkstén, C., Brolin, H., Ernestam, A. og Ljungström, L. F. (1996). *Almenn stærðfræði fyrir grunnskóla I (4)*. (Hildigunnur Halldórsdóttir og Sverrir Einarsson þýddu). Reykjavík: Námsgagnastofnun. (Upphaflega gefin út 1987).
- Boaler, J. og Humphreys, C. (2006). *Connecting Mathematical Ideas: Middle School Video Cases to Support Teaching & Learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Boaler, J. (2008). Stuck in the Slow Lane. *What's Math Got to Do with It?* (bls. 106–122). New York: Viking Penguin a member of Penguin Group.
- Cai, J. (2010). Commentary on Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion. Í Sriraman, B. og English, L. *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers* (bls. 251–258). New York: Springer.
- Goldin, G. A. (2010). Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion. Í Sriraman, B. og English, L. *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers* (bls. 241–250). New York: Springer.
- Greer, B. (2009). What Is Mathematics Education For? Í Ernest, P., Greer, B. og Sriraman, B. (ritstjórar). *Critical Issues in Mathematics Education* (bls. 3–6). Charlotte, NC: Information age publishing, INC.
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (4. mars 2008). *Kennsluleiðbeiningar Átta-10*. Námsgagnastofnun. Sótt 23. september 2010 af http://vefir.nams.is/stae_ungl_stig/
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2005). *Átta-10, bók 1*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2010). *Learning Environment: Influences of teaching materials*. Sótt 4. febrúar 2011 af <http://stofnanir.hi.is/norsma/>
- Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir. (2010). The implementation of the Intended Curriculum in Teaching Materials: Author's Perspective. Í B. Sriraman (ritstjóri), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (bls. 539–549). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Hansen, H. C., Skott, J. og Jess, K. (2007). *Matematik for lærerstudierende: Ypsilon, Basisbog – Bind 1*. Fredriksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

- Hyde, A. (2009). *Understanding Middle School Math: Cool Problems to Get Students Thinking and Connecting*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Ingvar Sigurgeirsson. (1999). *Litróf kennsluáðferðanna: handbók fyrir kennara og kennaraefni*. Reykjavík: Æskan ehf.
- Kristín Bjarnadóttir. (17. desember, 2003). *Menntun stærðfræðikennara, námsmat og stærðfræðileg hæfni*. <http://netla.khi.is/greinar/2003/009/prent/index.htm> sótt 2. nóvember 2011.
- Leikin, R. (2009). Teaching Mathematics With and For Creativity. Í Ernest, P., Greer, B. og Sriraman, B. (ritstjórar), *Critical Issues in Mathematics Education* (bls. 39–43). Charlotte, NC: Information age publishing, INC.
- Menntamálaráðuneytið. (1989). *Aðalnámskrá grunnskóla*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Menntamálaráðuneytið. (1999). *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Menntamálaráðuneytið. (2007). *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Pais, A. (2009). The Tension Between What Mathematics Education Should Be For and What It Is Actually For. Í Ernest, P., Greer, B. og Sriraman, B. (ritstjórar), *Critical Issues in Mathematics Education* (bls. 53–60). Charlotte, NC: Information age publishing, INC.
- Skott, J., Jess, K. og Hansen, H. C. (2008). *Mathematik for lærerstudierende: Delta, Fagdidaktik*. Fredriksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Skott, J. Jess, K. og Hansen, H. C. (2011). *Matematik for Lærerstudierende: Delta, Fagdidaktik. Fyrsti hluti, stærðfræðinám*, Kaflar 2–4 (Kristín Bjarnadóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir þýddu). Reykjavík: Bóksala kennaranema. (Upphaflega gefið út 2007).
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *ZDM*, 33(4), bls. 123–132.
- Tomlinson, C. A. (2003). *Fulfilling the Promise of the Differentiated Classroom: Strategies and Tools for Responsive Teaching*. Alexandria, Va: Association for Supervision and Curriculum Development.

9. Viðauki

Viðtal við stærðfræðikennara

Breyttar áherslur í stærðfræðinámi

1. Hve lengi hefur þú starfað sem kennari?
2. Hefur þú kennt á fleiri stigum en unglingsstigi?
3. Hvaða áherslubreytingar telur þú vera á *Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* fram til ársins 1999 og aftur 2007 ?
4. Hvernig koma þessar breytingar fram í kennslu hjá þér?
 - a. Er munur á námsgögnum og notkun þeirra?
 - b. Hvernig þróun hefur átt sér stað í kennslu hjá þér og hvert stefnir hún?
5. Hvað finnst þér að hafi breyst með tilkomu aðferðamarkmiða?
6. Hafa viðhorf þín til inntaks í stærðfræði breyst?
 - a. Finnst þér áherslur á inntak hafa breyst?
7. Ef skoðaður er inntakspátturinn almenn brot, hvað hefur breyst þar?
 - a. Er inntakið það sama?
 - b. Hvernig fléttast aðferðamarkmiðin þar inn?
 - c. Hafa þessar breytingar kallað á breytta kennsluhætti?
8. Hvernig skipurleggur þú kennslu á almennum brotum fyrir nemendur í 8. bekk?
 - a. Hvaða kennslugögn eru notuð?
 - b. Vinnuáætlun/ einstaklingsmiðað nám/ getuskipting?
 - c. Einstaklingsvinna/ hópvinna/ umræður/ ígrundun nemenda?
 - d. Innlagnir kennara/ hlutverk kennara?
9. Hvernig þróun myndir þú vilja sjá í kennslu hjá þér?
 - a. Kennslugögn
 - b. Kennsluhættir
 - c. Gagnvart nemendum
10. Er eitthvað í námskránni sem þú myndir vilja hafa öðruvísi eða að sé sett upp með öðrum hætti?
11. Hvernig þróun telur þú að muni eiga sér stað í stærðfræðinámi og kennslu á næstu árum?