

Háskólinn á Akureyri  
Hug- og félagsvísindasvið  
Kennaradeild  
2014

**Tónmennt og stærðfræði**  
Mögulegir snertifletir til samþættingar kennslu

Ragnar Jón Ragnarsson  
Lokaverkefni

Háskólinn á Akureyri  
Hug- og félagsvísindasvið  
Kennaradeild  
2014

**Tónmennt og stærðfræði**  
Mögulegir snertifletir til samþættingar kennslu

Ragnar Jón Ragnarsson  
Leiðsögukenndari: Guðmundur Engilbertsson  
Lokaverkefni til 180 eininga B.Ed.-prófs í kennaradeild

Ég lýsi því hér með yfir að ég einn er höfundur þessa verkefnis og að það er ágóði eigin rannsókna.

---

Ragnar Jón Ragnarsson

Það staðfestist hér með að lokaverkefni þetta fullnægir að mínum dómi kröfum til B.Ed.-prófs í kennaradeild.

---

Guðmundur Engilbertsson

## Útdráttur

Eftirfarandi ritgerð er lokaverkefni til B.Ed.-prófs við Kennaradeild Háskólans á Akureyri. Í verkefni þessu er leitast við að svara þeirri spurningu hvort stærðfræði og tónmennt eigi snertifleti sem nota megi til samþættingar kennslu. Einnig verður læsishugtakið skoðað í samhengi við hvora námsgrein fyrir sig og með því lagður grunnur að kennsluhugmyndum sem samþætta tónmennt og stærðfræði. Hugtök á borð við mynsturlæsi verða skoðuð sérstaklega þar sem mynstur koma fyrir bæði í tónlist og stærðfræði. Snertifletir þessara faga eru athugaðir út frá tveimur meginþáttum tónfræðanna, tónhæð og tónalengd. Tónhæð á sér stærðfræðilega tengingu sem hægt er að rekja aftur til Forn-Grikkja. Nöfn nótnanna verða skoðuð út frá mynstrum og hvernig má setja þau fram svo nemendur geti betur skilið virkni þeirra. Tónstigar og kirkjutóntegundir verða þá skoðaðar með það að markmiði að nemendur geti nýtt sér mynstureiginleika þeirra til að öðlast betri skilning á tónlist. Nótnalengdir verða einnig skoðaðar og hvernig þær tengjast brotareikningi.

Nýjar áherslur varðandi læsi gefa möguleika á að skoða hugtakið í víðara samhengi. Læsi er ekki lengur aðeins sú aðgerð að lesa staf af bók heldur er það nær því að mynda merkingu úr mismunandi byggingareiningum og táknum. Mismunandi heimildir verða skoðaðar sem varpa ljósi á hvaða þættir það eru í læsi sem snúa að þessum tveimur fögum, tónmennt og stærðfræði. Þrjár kennsluhugmyndir verða settar fram sem snúa að nótnaheitum, tónstigum og nótnalengdum. Leitast verður við að nemendur fái að vinna með efnið á sem flestan máta og á mismunandi miðlum. Einnig eiga nemendur að fá að vinna með efnið í tölvu og búa til stuttar laglínur. Allt miðar þetta að því að nemendur fái aukna leikni í hvoru fagi fyrir sig auk þess sem þetta auki möguleika þeirra sem fá eða hafa áhuga á tónlist að gera sínar eigin tilraunir.

## Abstract

The following paper is a final thesis for a B.Ed-degree at the faculty of education from the University of Akureyri. In this paper the question of whether mathematics and music have similar aspects which can be used to integrate those two disciplines will be looked at. Literacy will also be looked at with regards to music and mathematics and that will form the foundations for integrated teaching ideas. Concepts like pattern literacy will be discussed since patterns are a prominent feature both in music and mathematics. Two building blocks of music theory will be used to look at integrateable parts in those disciplines, tone height and tone value. Tone height and intervals have an innate mathematical background which can be traced to ancient greek philosophers. The names of the notes will be looked at with regards to patterns. Scales and modal patterns will also be examined and how students can use them to better understand music. Note values will be connected to fractional mathematics and how mathematical functions can be used with music.

New approaches to literacy in the general curriculum give way for new ways to look at literacy. Being literate is not just being able to read letters from a book but is also about the process of making meaning from divergent information. Different sources will be looked at with regards to what it is in mathematics and music that relates to new definitions of literacy. Three teaching ideas were constructed regarding notes, scales and note values. Working with those assignments students should be able to approach the subject in multitude of ways and with different mediums. Students will also work with computers and make short melodies. Preferably this work should provide the pupils with an expanded skill set both in mathematics and music while providing motivated students the opportunity to experiment further.

*Fyrir Snæ og Sölva.*

*Sem einhvern daginn hlusta á Jimi Hendrix og fatta hvað dúr-sjöundarhljómur með stækkaðri níund (æ, þarna þú veist, hippahljómurinn) er æðislegur.*

## Efnisyfirlit

1. Inngangur .....	2
2. Námskrárhloti .....	3
2.1. Umfjöllun aðalnámskrár um tónmennt .....	3
2.2. Umfjöllun aðalnámskrár um stærðfræði .....	5
3. Snertifletir stærðfræði og tónfræða .....	8
3.1. Tónhæð.....	8
3.1.1. Nöfn tónanna .....	10
3.1.2. Klukkuaðferð og tónstigar.....	11
3.2. Tónalengd.....	17
4. Læsi, tónmennt og stærðfræði .....	20
4.1. Stærðfræði og læsi.....	20
4.2. Tónmennt og læsi. ....	22
5. Kennsluhugmyndir .....	24
5.1. Nóturnar tólf.....	25
5.2. Tónaklukka.....	27
5.3. Tónabútar .....	29
6. Umræða .....	33
7. Lokaorð .....	37
Heimildaskrá .....	38
Myndaskrá.....	41
Töfluskrá .....	41

## 1. Inngangur

Tónlist hefur mismikil áhrif á mannfólkið, sumir drekkja sér í tónlist og þekkja lítil bílskúrsbönd sem störfuðu aðeins í þrjá mánuði á síðustu þúsöld meðan aðrir láta síbylju í útvarpi nægja til að uppfylla sína tónlistarlegu þörf. Einhverja skemmtilegustu umræðu um hverskonar hughrif tónlist hefur má finna í Ríkinu eftir Plató þar sem Sókrates og Glaucon komast að því að dórískar og frýgískar tóntegundir séu þær einu sem komi til greina í ríki þeirra<sup>1</sup>.

Þessar tvær tóntegundir áttu að blása mönnum kraft í brjóst á tímum erfiðleika og stríðs eða hjálpa mönnum í bæn á tímum friðar og íhugunar. Hinar sem ekki fengu að vera með áttu m.a. að valda mönnum harmi eða æsa menn upp í drykkjulátum. Sókrates talar einnig um að kenna ætti nemendum tónlist frá unga aldri og þegar nemendur læri að lesa þurfi þeir að þekkja grunneiningarnar fyrst og byggja leikni sína af þeim (Hutchins, 1952).

Stærðfræði er eitt af þeim fögum sem fær mikla athygli í íslensku skólakerfi og mikinn tíma. Enda má færa rök fyrir því að það fag sé grunnur að mörgum öðrum, s.s. eðlisfræði og efnafræði. Tenging tónlistarnáms og stærðfræðigetú hefur verið rannsökuð með tilliti til þess hvort tónlistariðkun auki stærðfræðihæfileika, hin svokölluðu Mozart áhrif. Enn er ekki ljóst hvort bein tengsl séu á milli tónlistariðkunar og stærðfræðihæfileika þótt til séu rannsóknir sem sýni vensl á sumum sviðum (Costa-Giomi, 2004; Crncec, Wilson og Prior, 2006).

Verkefni þetta leitast við að svara þeirri spurningu hvort finna megi snertifleti á tónmennt og stærðfræði sem nota megi til samþættingar í kennslu. Nýjar hugmyndir um læsi verða notaðar sem miðill til að líta á hvort fag fyrir sig og sem grunnur að kennsluhugmyndum. Einnig verður athugað hvort finna megi fræðilegan grundvöll fyrir því að skoða læsi í hvoru fagi fyrir sig.

Kennsluhugmyndir verða settar fram sem samþætta stærðfræði og tónmennt. Leitast verður við að verkefni verði í samræmi við þær hugmyndir sem fram koma í fræðilegri yfirferð auk þess að falla að nýjum hugmyndum um læsi. Greinasvið aðalnámskrár verða notuð til afmörkunar svo kennsluhugmyndirnar falli að getu nemenda og markmiðum í námskrá. Hugtök sem koma fyrir í ritgerðinni eru útskýrð eftir atvikum í texta eða í neðanmálgreinum.

---

<sup>1</sup> Þess ber að geta að þó svo að þessar tóntegundir beri sömu nöfn og þær kirkjutóntegundir sem fjallað er um í kaflanum um tónhæð er ekki hægt að yfirfæra þessi forn-grísku hugtök yfir á nútíma tónfræði nema að hluta til.

## 2. Námskrárhloti

Tónlistarkennsla á Íslandi má til einföldunar skipta í tvennt, tónmenntakennsla og nám í tónlistarskóla. Tónmennt er kennd í grunnskólum landsins en tónlistarkennsla fer fram í tónlistarskólum víðsvegar um landið. Þar sem markmið þessa verkefnis er að athuga mögulega samþættingu stærðfræði og tónmenntar og hvorug námsgreinin er kennd í tónlistarskólum, á þetta verkefni einna helst við um grunnskóla þó svo að einhverja hluta þess megi yfirfæra á almenna tónlistar- og tónfræðakennslu í tónlistarskólum.

### 2.1. Umfjöllun aðalnámskrár um tónmennt

Tónmenntahluti aðalnámskrár er í listgreinahluta hennar, enda réttilega listgrein. Í upphafskafli námskrár er fjallað um hversu mikilvægar listgreinar eru íslensku samfélagi, ekki einungis til að auðga andann heldur einnig vegna hinna hagrænu áhrifa lista sem staðfest eru í nýlegri skýrslu Útflutningsskrifstofu íslenskrar tónlistar um hagræn áhrif skapandi greina (Margrét Sigrún Sigurðardóttir og Tómas Young, 2011, bls. 5; Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 7).

Listgreinakennarar hafa allir mismunandi bakgrunn en flestir ef ekki allir hefja nám í grunnskóla. Í inngangi kaflans um tónmennt í aðalnámskrá er fjallað um hversu mikilvæg tónmenntakennsla er þeim sem síðar gera tónlist að starfi eða námi (Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 23) og má í því samhengi ekki vanmeta það hlutverk skólanna að ala upp kennara komandi kynslóða í þessum fögum sem öðrum.

Í listgreinahluta aðalnámskrár segir um inntak og kennslu tónmenntar að: „Tónmennt fjallar alltaf um það sama, það er verið að kenna tónlist og um tónlist í gegnum tónlist” (Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 36). Þó stendur einnig: „Það er mjög nauðsynlegt að tónmenntin sé ekki slitin úr tengslum við heildarstarf skólans og samfélagsins.

Tónmenntarnámsgreinin hefur margþætt tengsl við allar greinar því tónlist er samofin flestu því sem menn taka sér fyrir hendur“ (Menntamálaráðuneytið, 1999, bls. 54; Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 23).

Ennfremur stendur í greinahluta aðalnámskrár frá 2013: „Í ljósi þessa margbrotna eðlis tónlistarinnar er mikilvægt að tónlistin sé tengd öllu skólastarfi óháð námsgreinum. Þannig kynnast nemendur fjölbreyttri tónlist og tengingu hennar við líf og starf með ólíkri og lifandi nálgun“ (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 150).

Tónmennt getur verið svo margt fleira en aðeins kennsla um tónlist með tónlist, með tónlist er hægt að kenna nemendum sem dæmi eðlisfræði og stærðfræði (Jarl Sigurgeirsson, 2010, bls. 20; Rogers, 2004) auk þess sem auðvelt er að benda á tengingu tónlistar við fleiri



þætti innan skólans svo sem dægurlagatexta, erlend tungumál og tengingu tónlistarsögu við mannkynssögu svo fátt eitt sé nefnt.

Listgreinar hafa hingað til ekki notið jafnmikils tíma í stundaskrá nemenda og bókgreinar, sem dæmi fá nemendur á unglingsstigi að meðaltali tæplega þrjár kennslustundir í list- og verkgreinum, sem eru sex talsins, samanborið við fimm kennslustundir<sup>2</sup> í stærðfræði á viku samkvæmt viðmiðunarstundaskrá (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 52). Það er ekki efni þessarar ritgerðar að meta mikilvægi og tímaúthlutun mismunandi greina heldur viðra möguleika til samþættingar sem gætu verið báðum námsgreinum til hagsbóta þ.e. að nemendur læri bæði meiri stærðfræði og tónmennt.

Í kafla tónmenntahluta aðalnámskrár um nám og kennslu er áhersla lögð á fjóra færniþætti til undirstöðu tónmenntakennslu, söng og raddbeitingu, lestur og ritun, hljóðfæranotkun og hreyfingu, samofin þessum þáttum eru hlustun og sköpun (Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 24). Sköpun er einn grunnþátta nýrrar aðalnámskrár, rauður þráður í gegnum allt skólastarf (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 17). Tónmennt líkt og margar aðrar greinar gefa mikla möguleika á því að nemendur fái að vera skapandi í skólastofunni.

Tilgreindir eru í aðalnámskrá frumþættir inntaks tónmenntar.

- Tónhæð: Tónar eru með mismunandi hæð, sumir lægri og sumir hærri. Laglínur eru samsettir af tónum af mismunandi tónhæð.
- Tónlengd: Tónar geta verið mislangir, sumir örstuttir sem plökkuð fiðla en aðrir langir sem dreginn tónn á selló.
- Hljómar: Tónar af mismunandi tónhæð sem spilaðir eru saman eftir ákveðinni reglu eru kallaðir hljómar.
- Tónblær: Hljóðfæri hafa öll mismunandi tónblæ. Sami tónninn spilaður á flautu og fiðlu hljómar ekki eins vegna þess að hljóðfærin hafa ekki sama tónblæ. Auk þess sem sama tónninn er hægt að spila með mismunandi tónblæ á eitt og sama hljóðfærið.
- Tónstyrkur: Nótur er hægt að spila mishátt, allt eins og nemendur geta hvíslað eða öskrað.
- Form: Lög eru yfirleitt flokkuð niður í ákveðna hluta, líkt og erindi í ljóði. Stundum er talað um erindi og viðlag en lög eru einnig stundum sögð vera í ABA formi og fer það allt eftir því hvernig höfundur hefur raðað niður byggingareiningum tónverksins.

---

<sup>2</sup> Nemendur í 8.-10. bekk eiga að fá 340 mínútur á viku í verk- og listgreinum og 600 mínútur í stærðfræði. Þetta er hugsað yfir öll þrjú árin og því þarf að deila með þremur í tímafjöldann.

- Hljómburður og rými: Hljóðfæri hljóma mismunandi eftir því í hvaða rýmum þau eru, sum rými valda miklu bergmáli líkt og stórar kirkjur en önnur kæfa endurvarp og getur verið áhugavert að leyfa nemendum að syngja fjölda- eða jafnvel víxlsöng í misstórum rýmum. Tónleikarými eiga yfirleitt að hafa góðan hljómburð.
- Túlkun: Sá er leikur tón eða röð tóna gerir það með sinni túlkun, ýmis tákn og orð geta aðstoðað tónlistarmann við túlkun. Nemendur geta sem dæmi túlkað sönglög með því að syngja glaðlega, sorglega, hoppandi eða hvíslandi.

(Menntamálaráðuneytið, 2007a bls. 23)

Til þess að greina snertifleti tónmenntar og stærðfræði verður stuðst við fyrstu tvo liðina í frumþáttum tónmenntar af þeirri ástæðu að færa má rök fyrir því að önnur kunnátta í tónfræðum byggji á þeim grunni sem þessir tveir þættir leggi. Einnig á sú stærðfræði sem er til viðfangs í grunnskóla mest tengsl við þessa tvo þætti. Ef litið væri til stærðfræði í menntaskóla og háskóla mætti eflaust skoða ýmsa áhugaverða þætti líkt og greiningu á hljómburði rýma og greiningu á tónblæ og yfirtónaröðum.

## ***2.2. Umfjöllun aðalnámskrár um stærðfræði***

Stærðfræði fylgir okkur á hverjum degi, hvort sem við vitum eða viljum. Á degi hverjum þurfum við að meta tölulegar stærðir, draga ályktanir, leggja saman og draga frá svo fátt eitt sé nefnt. Hæfileikinn til að taka rökréttar ákvarðanir sem auka hagsæld og hamingju hlýtur að vera mikilvægur. Því er vert að athuga hvað aðalnámskrá segir um kennslu stærðfræði og athuga hvort möguleiki sé á að bæta við einhverju sem getur stuðlað að því að nemendur nái tókum á grunnþáttum stærðfræðinnar.

Hér verða stærðfræðihluti aðalnámskrár frá 2007 auk kaflans um hæfniviðmið í greinasviði aðalnámskrár frá 2013 skoðaðir almennt og með tilliti til samþættingar tónmenntar við stærðfræði (Menntamálaráðuneytið, 2007b; Mennta og menningamálaráðuneytið, 2013, bls. 208).

Fjallað er almennt um verkefni stærðfræðinnar í greinahluta nýrrar aðalnámskrár og segir að þau séu „...að finna, skapa, tjá og útskýra hvers kyns regluleika, lögmál, kerfi og mynstur“. Einnig segir að hún sé ein af leiðum mannkyns til að skilja náttúru og samfélag auk þess að hafa áhrif á hvoru tveggja (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 208).

Einnig segir á sama stað að „Samfélag okkar og nýsköpun innan þess einkennist af kerfum, sem byggjast á nýtingu stærðfræðinnar. Þar má nefna kosningakerfi, kóðun upplýsinga á Netinu, staðsetningarkerfi, farsíma, veðurspár, tölvuleiki, teiknimyndir, gagnagrunna og hvers kyns tölfræðilega úrvinnslu upplýsinga. [...] Hæfni í stærðfræði er

þannig forsenda læsis og sköpunar á flestum sviðum tækni, fræða og verkmenningar“ (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 209). Aukinheldur stendur í stærðfræðihluta aðalnámskrár að „Hún hefur komið við sögu lista, bæði tónlistar, byggingarlistar og myndlistar“ (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 5).

Ef þessar málsgreinar eru teknar saman má ætla að stærðfræðin sé það tæki sem notast skal við til að útskýra reglu og mynstur í tónlist og tónfræðum. Auk þess er hæfni í stærðfræði forsenda læsis á ýmsum fræðasviðum og því má draga þá ályktun að hæfni í stærðfræði og meðhöndlun stærðfræðihugtaka hafi áhrif á læsi á tónlist og tónlistarsköpun. Spyrja má hvort tónlist eigi ekki heima á sama lista og þeir hlutar samfélagsins sem einkennast af kerfum.

Fjallað er um samþættingu námsgreina í aðalnámskrá í samhengi við umfjöllun um stærðfræði í daglegu lífi: „Leggja þarf alúð við að finna verkefni úr daglegu lífi, öðrum námsgreinum á sviði raunvísinda og hugvísinda, myndlist, tónlist og byggingarlist, innlendu og alþjóðlegu samfélagi, náttúru og umhverfi.“ Aukinheldur er fjallað um að verkefni þessi eigi að vera fræðandi og sýna nemendum hvernig stærðfræðin skýrir verkefni og vandamál á öðrum sviðum (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 9).

Læsi á sinn þátt í stærðfræðinámi og er fjallað um það í aðalnámskrá á þann hátt: „Þjálfun tungumálsins er mikilvægur þáttur í að efla stærðfræðilega hugsun. Læsi á texta og myndræna framsetningu, nákvæm notkun tungumáls og tákna máls og hæfni til munnlegrar og skriflegrar tjáningar og tjáskipta við aðra stuðlar allt að dýpri skilningi á stærðfræðilegum hugtökum og aðferðum“ (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 6). Ekki er frekar fjallað beint um stærðfræði- eða talnalæsi í greinasviði aðalnámskrár (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013) eða stærðfræðihluta aðalnámskrár (Menntamálaráðuneytið, 2007b), utan þess hvernig er fjallað um að nemendur geti skilið og tjáð sig með tákna máli stærðfræðinnar.

Læsi er ekki skilgreint sem grunnþáttur menntunar fyrr en árið 2011 þegar ný aðalnámskrá Mennta- og menningarmálaráðuneytisins var gefin út. Því er ekki hægt að gera ráð fyrir áherslu á læsi í greinahluta hennar sem gefinn var út árið 2007 en markmiðakafli nýrrar aðalnámskrár sem gefinn var út árið 2013 sem viðbót við aðalnámskrá frá árinu 2011 leggur heldur ekki mikla áherslu á læsishugtakið. Hvergi er minnst á talnalæsi, stærðfræðilæsi eða mynsturlæsi (Menntamálaráðuneytið, 2007b; Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013).

Í þemahefti um læsi sem gefið var út af Mennta- og menningarmálaráðuneytinu og Námsgagnastofnun árið 2012 er lítið talað um læsi sem tengist stærðfræði fyrir utan þar sem stendur „Flestir skrifa líklega undir það að hefðbundið læsi snúist um prentmál en þar með er

ekki öll sagan sögð. Merkingarsköpunin – sama hvaða táknerfi og miðill eiga í hlut og hvort sem horft er til sendanda eða móttakanda – snýst aldrei um eitt mál, t.d. prentmál eða talmál, vegna þess að hún litast óhjákvæmilega af reynslu viðkomandi sem snýst alltaf um ýmiss konar skynjun og skynhrif: liti, form, lögun, snertingu, angan, hljóð“ (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 20). Þrátt fyrir svo víðfeðma skilgreiningu er erfitt að yfirfæra hana beint á þá aðgerð að skapa merkingu úr tölulegum og stærðfræðilegum táknum.

Þó stendur síðar í sama hefti að: „Miðlalagi getur tengst öllum námsgreinum og felur fremur í sér nýja nálgun og hugtök en nýja námsgrein. Slíkt læsi er þó nátengt tungumálinu sem kemur að sjálfsögðu mjög við sögu í alls kyns miðlun. Það er því eitt af meginstefnumiðum miðlamenntar að auka færni ungs fólks í að beita tungumálinu, talmáli jafnt sem ritmáli, og auka skilning þess á því hlutverki sem það gegnir í samspili við önnur mál, t.d. myndmál“ (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 55). Þó svo að hér sé rætt um að læsi sé tengt öllum námsgreinum er því samt sniðinn stakkur er skorðast af tungumálinu og því erfiðara að réttlæta hugtök eins og mynsturlæsi og talnalæsi.

Læsi á réttilega heima í umfjöllun um stærðfræði enda tungumál mikilvægur þáttur í bæði beitingu og kenngslu stærðfræði. Víðari skilgreining á læsi býður upp á að horft sé á læsi frá fleiri sjónarhornum. Með því er hægt að skoða læsi í tengslum við stærðfræði og tónmennt auk þess að líta til þess hvernig læsi getur brúað bilið milli þessara faga.

### 3. Snertifletir stærðfræði og tónfræða

#### 3.1. Tónhæð

Börn virðast bera skynbragð á tónhæð allt frá unga aldri. Ekki þarf annað en að biðja nemendur um að syngja einföld lög annaðhvort sem litlir fuglar eða stór og mikil tröll. Vafalaust munu fuglarnir tísta með hárrí tónhæð en tröllin munu rymja af eins lágrí tónhæð og nemendur geta framkallað. Flókin hugtök er stundum hægt að útskýra með einföldum tilraunum.

Áður en lengra er haldið er réttast að útskýra eðlisfræðilega virkni tónhæðar. Allt hljóð berst sem sveifluhreyfing sameinda í rými. Hljóð berst frá sveifflugjafa með andrúmsloftinu til eyrna viðtakanda. Tónhæð ræðst af hraða sveiflunnar. Hraði bylgjuhreyfingarinnar er mældur í sveiflum á sekúndu og gefinn í mælieiningunni Hertz (Hz) þar sem eitt Hz samsvarar einni heilli bylgjuhreyfingu á sekúndu. Þess ber þó að geta að ekki er verið að tala um hversu hratt hljóðið berst milli staða heldur einungis tíðni sveiflunnar. Hljóð berst undir venjulegum kringumstæðum 340 metra á einni sekúndu óháð tíðni hljóðsins. Eyrað nemur tíðni á bilinu 20 Hz til 20 kHz að meðaltali, þetta er þó háð ýmsum þáttum s.s. aldri einstaklings, kyni og hvort hlustin hafi orðið fyrir miklu álagi (Benson, 2007).

Grikkir til forna fóru fyrstir að gera tilraunir með hvernig tónar hljómuðu saman með tilliti til tíðni þeirra. Vísindamenn þessir hafa hvorki vitað að hljóð væri bylgjuhreyfing né að tónhæð væri fall af tíðni en með því að skoða gögn þeirra má sjá að það sem þeir kölluðu tónhæð er yfirferanlegt á sömu hugtök í nútímanum. Þeir áttuðu sig á því að tónar sem eru heiltölumargfeldi af upprunalegu tíðninni, t.d. ef gefinn er tónn með tíðnina 200 Hz, hljóma tíðnirnar 400, 600, 800... vel þegar þær eru spilaðar samtímis með fyrrnefnda tóninum. Ástæðan er sú að þegar spilaður er tónn af gefinni tíðni heyrast meðfram af honum yfirtónar<sup>3</sup> sem hafa tíðni sem er heiltölumargfeldi af grunntíðninni (Benson, 2007).

Forn-Grikkir höfðu ekki mælitæki til þess að athuga tíðni sveifluhreyfinga í sameindum en stærðfræðingurinn og heimspekingurinn Pýþagóras áttaði sig á að strengir sem slegnir voru af sömu þykkt og undir sama álagi hljómuðu vel saman ef lengd þeirra var margfeldi af lágrí heilli tölu. Þar sem tíðni slegins strengs er háð lengd strengsins, álagi og þykkt er tíðnin í beinu hlutfalli við lengd strengsins ef seinni tveimur breytunum er haldið föstum (Benson, 2007).

---

<sup>3</sup> Yfirtónar eru tíðnir sem má greina með spilaðri grunntíðni. Tíðni yfirtónanna er heiltölumargfeldi af grunntíðninni. Mismunandi styrkur yfirtóna myndar mismunandi áferð tóna (Benson, 2007).

Þessa röð tóna má einnig tákna með hlutföllum og á það uppruna sinn að rekja til Forn-Grikkja og rannsókna þeirra í tónlist á tímum Pýþagórasar. Mikilvægasta hlutfallið er hlutfallið sem fyrsti yfirtónninn lýtur (1:2) eða tónbilið sem kallað er í vestrænni tónlist áttund. Tónn sem er áttund frá öðrum tóni ber sama nafn og upprunalegi tónninn samkvæmt þeim nótnaheitum sem algengust eru nú til dags. Eftirfarandi hlutföll gefa okkur síðan nokkur hljómpýð tónbil sem Forn-Grikkir höfðu uppgötvað

- Hrein áttund (1:2)
- Hrein fimmund (2:3)
- Ferund (3:4)
- Stór þríund (4:5)
- Lítil þríund (5:6)

Eins og sjá má myndast ákveðið mynstur í hlutföllum þessara tónbila, tónbilin virtust raðast eftir mynsturforskriftinni  $\{x : x+1 \mid x \text{ er jákvæð heiltala}\}$  og til þess að fullkomna mynstrið skilgreindu stærðfræðingar Grikkja að heiltónn skyldi vera tónbilið milli ferundar og fimmundar. Sé bilið þar á milli leitt út má sjá að það er (8:9) sem fellur smekklega inn í áður nefnda mynsturforskrift (Benson, 2007; Jarl Sigurgeirsson, 2010).

Þar sem ekki er hægt að fá hreina áttund með því að leggja saman heiltóna samkvæmt þessari skilgreiningu er hljóðfærasmiðum og tónlistarmönnum nokkur vandi búinn (Benson, 2007). Þessu vandamáli má líkja við að vera með of stórt sentilítramál og reyna að búa til hreinan lítra með því að hella tíu sinnum í rétt lítramál. Þetta skapar ákveðið vandamál þegar stilla þarf hljóðfæri líkt og píanó sem eru iðulega 7–8 áttundir<sup>4</sup>.

Þrátt fyrir að í dag séu hljóðfæri ekki stillt í samræmi við hlutföll Forn-Grikkja eru tónbil sem stillt eru eftir þessari einföldu hlutfallaforsskrift hljómpýðari en tónbilin sem notuð eru til hljóðfærastillinga í dag. Til þess að stilla hljóðfæri sem hafa meira svið ein eina áttund þarf að setta sig við ákveðna málamiðlun svo hljóðfærið verði innbyrðis rétt stillt. Hljóðfæri þurfa þannig að vera örlítið *fölsk* til þess að vera rétt stillt. (Benson, 2007).

Af þessu má sjá að tóna, tónhæð og tónbil má skilgreina með einföldum stærðfræðilegum hugtökum sem töm eru nemendum snemma á grunnskólaferli þeirra. Áhugavert er einnig að eyranu er tamara að hlusta á tónbil sem falla að því sem mætti kalla stærðfræðilega falleg hlutföll.

---

<sup>4</sup> Flest píanó hafa 88 nótur, 52 hvítar og 36 svartar.

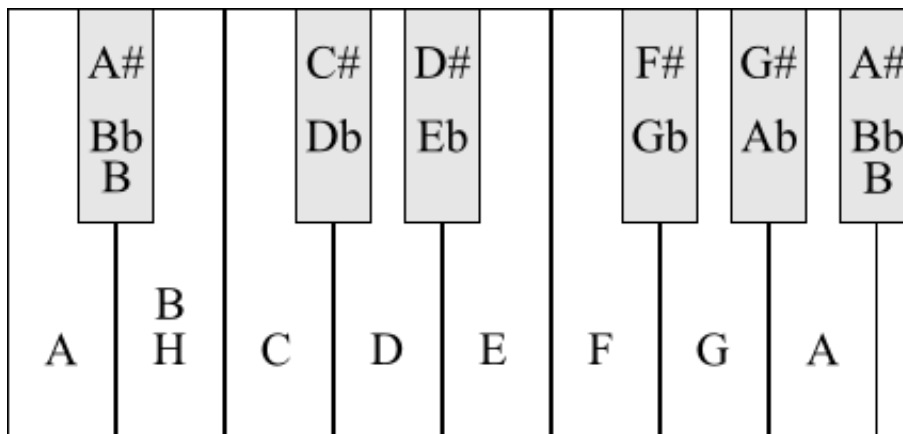
### 3.1.1. Nöfn tónanna

Í sögulegu samhengi má finna ýmsar útgáfur af nótnaheitum sem bundnar eru við ákveðin hlutföll tíðna út frá einum grunntóni, ýmist afbrigði sem eru mjög frábrugðin því kerfi sem þekkt er í vestrænni tónlist eða þá einhverjar útgáfur af því sem kennt er í íslenskum tónlistarskólum (Benson, 2007; Taylor, 1989/1999, bls 105). Hið vestræna tónakerfi á sér sögulegar rætur aftur til miðalda en þá náðist ákveðin sátt um þau nótnaheiti sem notuð eru í dag. Þrátt fyrir það er munur milli heimshluta hvað varðar nafngift tveggja nótna. Mengi þessara tóna er öllu jöfnu annars vegar:

$$T_a = [a, a\#, h, c, c\#, d, d\#, e, f, f\#, g, g\#] \text{ og } [a, b, h, c, d_b, d, e_b, e, f, g_b, g, a_b] \quad (1)$$

eða

$$T_b = [a, a\#, b, c, c\#, d, d\#, e, f, f\#, g, g\#] \text{ og } [a, b_b, b, c, d_b, d, e_b, e, f, g_b, g, a_b] \quad (2)$$



Mynd 1. Nótnaheitin á píanói með amerískum og evrópskum rithætti

$T_a$  (1) virðst vera notað meira í Evrópu og í tengslum við klassíska tónlist en  $T_b$  (2) meira notað í Ameríku og í rytmískri tónlist (Taylor, 1989/1999, bls. 105; Mennta- og menningamálaráðuneytið, 2010, bls 17) Þess ber að geta að ekki skiptir máli hvar byrjað er á menginu enda hægt að líta á það eins og tölur á klukku sem endurtaka sig á hringlaga máta en röðin þarf að halda sér auk þess sem svörtu nóturnar bera tvö nöfn eftir því hvort þær eru kenndar við nótna framan við eða aftan við hana í menginu eins og sést á mynd 1 (Hunter og von Hippel, 2003; Taylor, 1989/1999, bls. 105).

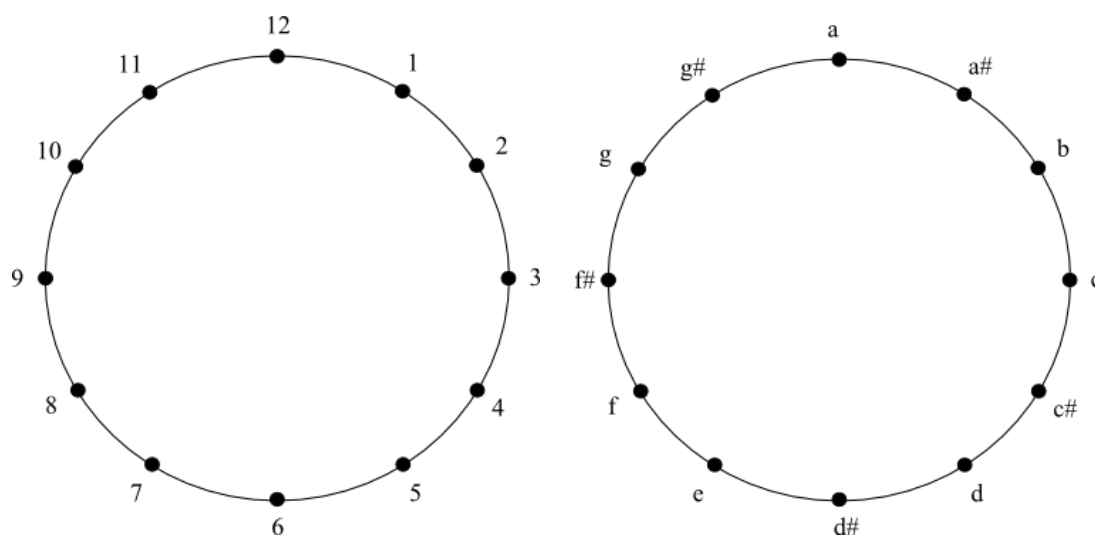
Sé ameríski rithátturinn notaður má greina ákveðið mynstur, þegar litið er á  $T_b$  (2) og aðeins horft á nóturnar sem ekki bera viðskeyti (hvítu nóturnar) má sjá að þær bera sömu nöfn og fyrstu sjö stafirnir í enska stafrófinu. Í stærðfræðihluta aðalnámsskrár (Menntamálaráðuneytið, 2007b) stendur að mynstur sé einn af sex þáttum stærðfræðináms í grunnskóla og einnig stendur að ekki sé hægt að gera ráð fyrir að nemendur „...nái tókum á

algebru sem tungumáli stærðfræðinnar fyrr en á mótum grunnskólans og framhaldsskólans. Til þess að það takist vel fást nemendur á yngri stigum við að leita mynstra og tjá sig um þau, fyrst í mæltu máli en síðan á formlegri hátt með táknum og draga saman í almenna reglu.“ (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 29). Notast verður við ameríska ritháttinn í ritgerð þessari þar sem hann hefur augljósara mynstur sem tengist fyrri kunnáttu nemenda.

### 3.1.2. Klukkuaðferð og tónstigir

Tónverk eru yfirleitt samin í einni tóntegund þó að það sé ekki algilt. Þegar tónverk eru sögð í ákveðinni tóntegund er ákveðinn fjöldi nótna sem er ráðandi í tónsmíðinni og laglína að mestu bundin við einn tónstiga (Taylor, 1989/1999, bls. 11–12 ). Tónstigir eru raðir nótna, oftast 7 sem endurtaka sig í hverri áttund frá grunntóni. Þessar nótur eru ekki valdar af handahófi heldur eftir ákveðnum mynstrum (Kennedy og Kennedy, 2007 bls. 499 og 658). Áður en mynstur tónstiga eru greind skulu kynnt tæki til að setja fram tónstiga og nótnaraðir á myndrænan máta annan en þann að skrifa þá upp á nótnalínur.

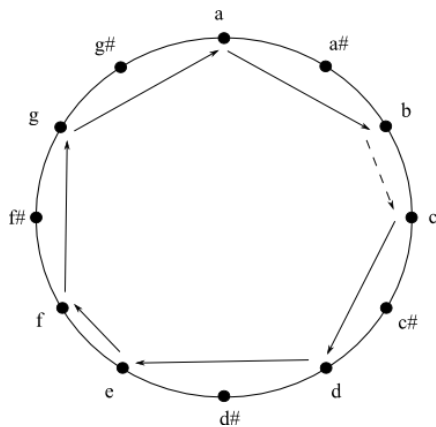
Í grein Hunter og von Hippel (2003) sem kallast „How rare is symmetry in musical 12-tone rows?“ kynna þeir nokkur tæki til greiningar á laglínunum sem auðvelda strærðfræðilega túlkun á mynstrum tónstiga. Þó þarf fyrst að kynna til sögunnar myndræna aðferð við að setja fram hinar 12 nótur sem vestræna tónkerfið er byggt upp á. Myndin er svipuð klukku án vísanna sbr. mynd 2 þar sem mengið [12,1,2...10,11] tákna nóturnar [a,a#,b,...g,g#].



Mynd 2. Klukkuskífa og samsvarandi nótnaskífa



Með því að nota örvalínur má tákna færslu nótna eftir ákveðnum tónbilum, sem dæmi má sjá C-dúr skala.



Mynd 3. C-dúr tónstigi á tónaskífu

Tónstigar eru raðir nótna sem ganga annað hvort upp eða niður nótnaröðina í ákveðnum skrefum, annaðhvort á næsta tón við hliðina og kallast þá hálfþónn eða yfir einn tón og er þá heiltónn. (Kennedy og Kennedy, 2007, bls. 659; Taylor, 1989/1999 bls. 10–11). Af þessu má sjá að röð tónbilanna í C-dúr tónstiga sbr. mynd 3 er :

$$Cdúr = (TThTTTh)$$

Þar sem  $T = \text{heiltónn}$  og  $h = \text{hálfþónn}$

(3)

Segja má að tónbil þessi séu afstæð þar sem þau eru ekki háð staðsetningu á hljómborðinu auk þess sem allir dúr tónstigar eru búnir til eftir sömu forskriftinni (Eric Taylor, 2007, bls 11) og því má setja fram þessa jöfnu.

$$Xdúr = (TThTTTh)$$

Þar sem  $T = \text{heiltónn}$  og  $h = \text{hálfþónn}$  og  $X \in T_b$

(4)

Í vestrænni tónlist eru lög eða lagabútar yfirleitt í ákveðinni tóntegund, algengastar eru tóntegundirnar dúr eða moll frá ákveðnum grunntóni, en minna þekktar eru svokallaðar kirkjutóntegundir. Flestar þessara tóntegunda eru þó afleiður af einu og sama mynstrinu. Einfaldast er að sýna þetta með því að setja upp töflu fyrir kirkjutóntegundirnar frá nóttunni A. Þess ber að geta að það sem í daglegu tali kallast dúr er þar kallað jónískur og moll kallast eólískur og að til eru fleiri kirkjutóntegundir en hér er afmarkað við það sem skilgreint er í

aðalnámskrá fyrir rytmadeildir sem kirkjutóntegundir enda ólíklegt að íslenskir nemendur komi til með að læra aðrar kirkjutóntegundir en þessar nema fyrir sakir eigin forvitni (Kennedy og Kennedy, 2007, bls. 499; Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2010, bls. 263).

Tafla 1. Kirkjutóntegundir (Kennedy og Kennedy, 2007 bls. 499; Menntamálaráðuneytið, 2010, bls. 263)

Skali	Hringhliðraður A eólískur	Tónbil
eólískur (moll)	ABCDEFGF	ThTThTT
lókrískur	BCDEFGA	hTThTTT
jónískur (dúr)	CDEFGAB	TThTTTh
dórískur	DEFGABC	ThTTThT
frýgískur	EFGABCD	hTTThTT
lýdískur	FGABCDE	TTThTTh
mixólýdískur	GABCDEF	TThTThT

Þegar tafla 1 er gaumgæfð má sjá ákveðið hringlaga mynstur og mætti í raun segja að til þess að spila B-lókrískan skala séu sjö nótur spilaðar frá nótu númer tvö í A-eólískum skala og fyrsta nótan sem sleppt var flutt aftast í rununa. Til þess að skoða nánar þá fullyrðingu að hægt sé að reikna út alla þessa skala, frá hvaða nótu sem er, út frá einu mynstri er nauðsynlegt að kynna tvær aðferðir til þess að meðhöndla stök í mengi með hringlaga mynstur.

Aðferðir þessar byggjast að hluta til á hinni myndrænu framsetningu að setja nóturnar upp á skífu að því leyti að gert er ráð fyrir að mynstrin séu alltaf hringkvæð, það er það sem táknað er í jöfnu (6) með *mod 12*. Aðgerðirnar tvær, hliðrun og hringfærsla, eru notaðar til þess að greina laglínur í svokallaðri 12-tóna tónlist, þar sem höfundar eru ekki bundnir ákveðnum tónstigum heldur nota allar nóturnar 12. Engu að síður eru þetta nytsamleg tól til að greina mynstur og samhengi í byggingareiningum tónlistar og hver séu innbyrðis tengsl þeirra (Hunter og von Hippel, 2003 bls. 125).

### Hliðrun

Fyrst ber að nefna hliðrun (e. transposition) en sú aðferð er notuð til þess að hliðra hverju staki í rununni um ákveðinn fjölda staka. Þar sem stökin eru aðeins 12 fæst sama niðurstaða og lagt var upp með sé einhverju hliðrað um 12 stök. Þetta er yfirleitt kallað að tónflytja.

Hliðrun má tákna með jöfnunni:

$$(p_0, p_1, p_2, \dots) \xrightarrow{T_k} (p_0 + k, p_1 + k, p_2 + k, \dots) \text{ mod } 12 \quad (6)$$

Sé C-dúr tónstiga hliðrað um tvo hálfóna fæst D-dúr tónstigi:

$$(C, D, E, F, G, A, B) \xrightarrow{T_2} (D, E, F\#, G, A, B, C\#) \text{ mod } 12 \quad (7)$$

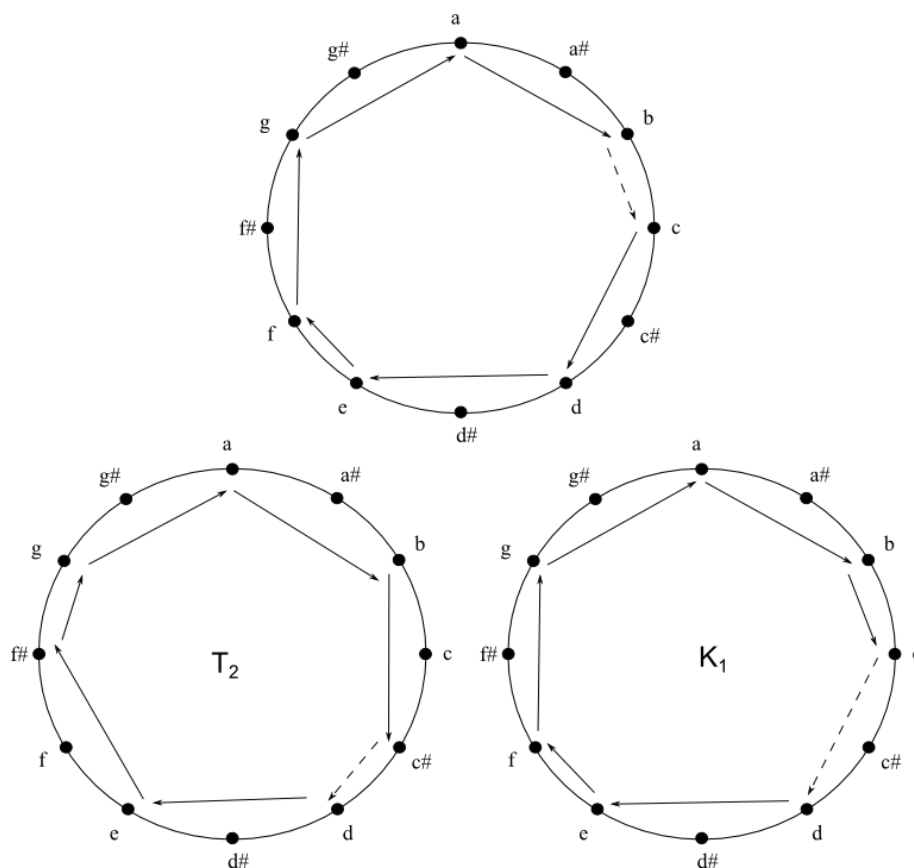
### Hringfærsla

Hringfærsla (e. cyclic shift) virkar þannig að síðustu  $k$ -stök eru færð fremst úr runu aftast í rununa, sem samsvarar því að hefja tónstiga á  $k$ -tu nótu tónstigans. Þetta má túlka með jöfnunni.

$$(p_0, p_1, p_2, \dots, p_{11}) \xrightarrow{P_k} (p_{0+k}, p_{1+k}, p_{2+k}, \dots, p_{11+k}) \quad (8)$$

Sé C-dúr tónstigi hringfærður um eitt sæti fæst D-dórískur tónstigi:

$$(C, D, E, F, G, A, B) \xrightarrow{P_1} (D, E, F, G, A, B, C) \quad (9)$$



Mynd 4. Hringfærsla og hliðrun á C-dúr skala sbr. jöfnur 7 og 9

Með þessum tveimur aðferðum er rétt að skoða tónstiga og hvort nemendur geti notað þessar aðferðir í námi sínu. Fyrir hefur komið fram að allir tónstigar séu búnir til af sama mynstrinu og því rétt að skoða aftur kirkjutóntegundir og hvernig nota megi aðferðir þessar við útleiðslu tónstiga.

Eins og áður kom fram eru kirkjutóntegundir ein af byggingareiningum tónlistar, hvort sem það er í tónlistarsköpun eða flutningi af blaði. Tónbilin sem mynda kirkjutóntegundirnar raðast eftir hringlaga kerfi og hægt að hliðra þeim allt eftir því hver grunnnóta þeirra á að vera. Því má segja að með því að nota hringfærslu og hliðrun megi reikna út mynstur allra þeirra skala sem falla undir skilgreininguna kirkjutóntegundir í aðalnámskrá (Menntamálaráðuneytið, 2010, bls. 263).

Þar sem mynsturbygging tónstiga er óháð upphafsnótu og kirkjutóntegundir þær sem notast er við í íslenskum tónlistarskólum eru myndaðar með því að hefja skala á nótu annarri en þeirri fyrstu í eólískum skala má búa til tvær töflur til þess að nota við útreikning á tónstigum miðað við upphafsnótu og kirkjutóntegund

Tafla 2. Hringfærsla kirkjutóntegunda (Menntamálaráðuneytið, 2010, bls. 263)

Hringfærsla	Tónstigi
0	eólískur
1	lókrískur
2	jónískur
3	dórískur
4	frýgískur
5	lýdískur
6	mixólýdískur

Tafla 3. Hliðrun uppávið eða niðurávið um ákveðin tónbil (Taylor, 1989/1999, bls. 47)

Tónbil	Hliðrun
lítil tvíund	1
tvíund	2
lítil þríund	3
stór þríund	4
hrein ferund	5
stækkuð ferund	6
hrein fimmund	7
lítil sexund	8
stór sexund	9
lítil sjöund	10
stór sjöund	11
hrein áttund	12

Hér hefur vísitandi verið sleppt nokkrum tónstigum líkt og laghæfum og hljómhæfum moll, krómátískum tónstigum og öðrum er byggja á breyttum mynstrum, þeir eru engu að síður aðeins afbrigði af mynstri tónbila og eru því einnig stærðfræðilegir í eðli sínu. Nánar verður fjallað um í umræðukafla og í kennsluhugmyndum hvernig þessar reikniaðferðir gætu nýst nemendum í tónmennta- og tónlistarnámi.

### 3.2. Tónalengd

Til þess að vera læs á nótur má í mjög einfaldaðri mynd segja að nemendur þurfi að átta sig á tveimur atriðum, hver tónhæð nóttunnar er sem spiluð er og hversu lengi skal spila hana. Mörg önnur atriði koma þó að nótalestri líkt og tónblær, hljóðstyrkur, nótaminni, áherslur og frasalestur enda ótækt að segja um lestur ritaðs máls að nóg sé að átta sig á hljóðun stafanna án þess að taka inn í myndina öll þau atriði sem gera einstaklingi kleift að vera læs.

Þó svo að skilningur á tónhæð og nótalengd sé ekki einhlítur hvað varðar tónlæsi eru þau nauðsynleg atriði til þess að byggja góðan grunn, allt eins og hljóðun stafanna.

Nótalengdargildi hafa enn greinilegri tengingu við stærðfræði en tónhæðargildi og liggur sú tenging í nöfnunum á nótalengdargildunum og hvað liggur að baki þeim. Til þess að skoða nótalengdargildi þarf að skoða þau í samhengi við hugtök líkt og taktvísi og þagnargildi.

Til þess að geta lesið nótnablað með tilliti til nótalengdar þarf fyrst að athuga taktvísinn sem gefur til kynna hversu mikið magn lengdargilda rúmast innan eins takts og má í raun líta á hann sem magnkvarða á mæliglasi. Taktvísir þessi er alltaf samsettur úr tveimur tölum, hvor ofaná annarri og svipar hlutverk þeirra til nefnara og teljara í brotareikningi nema að val talnanna er háð ákveðnu kerfi. Efri talan getur verið hvaða jákvæð heil tala sem er en neðri talan þarf alltaf að vera tala eftir forskriftinni  $2^x$  þar sem  $x$  er jákvæð heil tala. Þessi stærð  $x$ -ta veldið af tveimur er stærð sem kemur oft fyrir í tónfræðum.

Þrátt fyrir að taktvísar hafi sterka tengingu við almenn brot eru ákveðnar hefðir varðandi taktvísa sem ekki falla að því sem mætti teljast stærðfræðilega rökrétt, sem dæmi þá hefur taktvísirinn  $\frac{3}{4}$  ekki sama gildi og  $\frac{6}{8}$  að því leyti að ekki má skipta öðrum út fyrir hinn. Það er sumsé ekki hægt að stytta brotið í taktvísinum þar sem taktvísir gefur einnig vísbendingu um hvernig lög skuli spiluð. (Jarl Sigurgeirsson, 2010, bls. 20; Kennedy og Kennedy, 2007, bls. 761).

Nótalengdargildin fylgja svipuðu lögmáli og taktvísir nema hvað að ef við hugsum okkur nóturnar sem brot þá er teljarinn ætíð einn þegar nóturnar standa einar og nefnarinn eftir sömu forskrift og neðri talan í taktvísunum. Af þessari sömu reglu draga nótalengdargildin nafn sitt, utan við lengstu tvö gildin, sem eru *heilmóta* og *hálfmóta*. Nótneiti þessi eiga þó sennilega orðsifjarót í öðrum og eldri tungumálum enda nöfn þessara nótalengdargilda keimlík á fleiri tungumálum (Taylor, 1989/1999, bls. 105). Þagnir hafa sömu virkni og nótur nema hvað að þá er ekki spilað, stemmi heildarlengdargildi takts ekki við taktvísi þarf að bæta við nótum eða þögnum.

Tafla 4. Nótalengdargildi og samsvarandi brot

Nótnagildi	Þagnargildi	Samsvarandi brot	2 <sup>x</sup>
heilmóta	heilmótubögn	1	0
hálfmóta	hálfmótubögn	1/2	1
fjórðapartsmóta	fjórðapartsbögn	1/4	2
áttundapartsmóta	áttundapartsbögn	1/8	3
sextándapartsmóta	sextándapartsbögn	1/16	4
þrítugastaogannarspartsmóta	þrítugastaogannarspartsbögn	1/32	5
...	...	...	...

Þegar unnið er með nótalengdargildi er hægt að yfirfæra flestar aðgerðir úr brotareikningi, þegar tvær nótur eru lagðar saman er það gert á sama hátt og þegar brot er lögð saman, það sama gildir um frádrátt, deilingu og margföldun. Það sem einna helst er frábrugðið eðlilegum brotareikningi er þegar taktvísirinn stemmir ekki á einn heilan þá geta sem dæmi þrjár eða fimm fjórðupartsmótnótur myndað heilan takt (Jarl Sigurgeirsson, 2010, bls. 21).

Nemendur koma einna helst til með að nota samlagningu og frádrátt þegar unnið er með tónfræðiverkefni þar sem passa þarf að hver og einn taktur gangi upp, líkt og að stemma af bókhald. Passi heildarnótalengdargildi taktsins ekki við taktvísinn þarf annaðhvort að bæta við eða taka út nótu eða þagnarmerki svo heildarlengd taktsins stemmi við taktvísinn.

Margföldun kemur einnig við sögu þegar nótur eru sagðar punkteraðar og er það táknað með punkti aftan við nótuna. Punkturinn táknar að margfalda þurfi lengdargildi nótunnar með einum og hálfum. Nótur geta einnig verið tví- eða jafnvel þrípunkteraðar, lengir þá hver nýr punktur nótuna um helming þess sem fyrri punktur lengdi. Í stað þess að hugsa þetta sem margföldun brota er líklega auðveldara að tákna lengdargildi nótunnar með eftirfarandi jöfnum sem innifela einnig frádrátt brota (Kennedy og Kennedy, 2007, bls. 212; Taylor, 1989/1999, bls. 17–18).

$$d_x = 1x + \frac{1}{2}x = 2x - \frac{1}{2}x \quad (10)$$

$$d_{x^2} = 1x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 2x - \frac{1}{4}x \quad (11)$$

$$d_y = 2x - \frac{1}{2}y x$$

þar sem  $y$  tákna fjölda punkta og  $x$  tákna í þessu tilfalli fjórðupartsnótu. (12)

(Taylor, 1989/1999, bls. 17–18)

Um brotareikning segir í stærðfræðihluta aðalnámskrár að eitt af lokamarkmiðum sé að nemendur „kunni skil á hlutföllum milli stærða og geti notað þau við útreikninga á hagnýtum dæmum“ (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 12) og eitt af áfangamarkmiðum við lok 4. bekkjar sé að geta „geta lesið, notað og skrifað einföld almenn brot“ (Menntamálaráðuneytið, 2007b, bls. 14). Ennfremur segir í listgreinahluta aðalnámskrár að nemendur eigi við lok 4. bekkjar að geta „skrá[ð] eftir heyrn hálfnotur, fjórðupartsnótur, áttundapartsnótur og fjórðupartsþögn“ (Menntamálaráðuneytið, 2007a, bls. 28).

Brotareikningur getur vafist fyrir sumum enda liggur ekki alveg ljóst fyrir hver vensl nefnara og teljara eru og þurfa nemendur að fá tilfinningu fyrir samverkun þeirra þegar reikna á dæmi með brotum. Tæki stærðfræðinnar eru notuð til að lýsa virkni nótnalengdargildanna og gæti sá útreikningur nýst nemendum til að ná betri leikni í hvoru tveggja brotareikningi og meðhöndlun nótnalengdargilda.



## 4. Læsi, tónmennt og stærðfræði

Í nýrri aðalnámskrá sem gefin var út árið 2011 var tekin ný stefna í málum er varða læsi og hugtakið sett inn sem einn af sex grunnþáttum menntunar ásamt sjálfbærni, heilbrigði og velferð, lýðræði og mannréttindum, jafnrétti og sköpun. Hugtakið hefur öðlast víðfeðmari skilgreiningu en áður var, læsi felst ekki eingöngu í að lesa staf af bók heldur snýst það einnig um sköpun merkingar í víðum skilningi (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 16).

Auk þessa hafa orðið til hugtök á borð við stafrænt læsi, miðlamennt og miðlalæsi sem víkka læsishugtakið enn frekar. Læsi er einnig sagt snúast um kerfisbundin tákni og miðlunartækni (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls 17; Sekeres og Watson, 2011, bls. 260). Þar sem finna má bæði í tónlist og stærðfræði kerfisbundin tákni og tækni til þess að miðla afrakstri eða niðurstöðum er ekki úr vegi að athuga hvað finna megi í fræðum um læsi sem tengist þessum ákveðnu greinum náms.

Þegar opnað er á víðari skilgreiningu og fjölbreytta greinaskiptingu læsishugtaksins má sjá fyrir sér að einnig mætti skilgreina tónlæsi, mynsturlæsi og talnalæsi. Ennfremur mætti hugsa sér tónhæðarlæsi, hrynlæsi, blæbrigðalæsi, stíllæsi, hljóðfæralæsi, runulæsi, algebrulæsi og táknlæsi svo fátt eitt sé nefnt<sup>5</sup>. Án nokkurrar tengingar við fræðin verða hugtök sem þessi aldrei annað en hugmyndir og getgátur. Leitast verður við að henda einhverjar reiður á skilgreiningum í fræðaheiminum yfir skyld eða yfirfæranleg hugtök með sérstaka áherslu á mynsturlæsi, þar sem mynstur er sá þáttur í tónmennt og stærðfræði sem virðist hafa hvað sterkust tengsl.

### 4.1. Stærðfræði og læsi

Stærðfræði er í sjálfu sér tungumál með ákveðinni formgerð, mismunandi táknum og hefð í framsetningu. Lesandi þarf að geta áttað sig á hvaða *hljóð* hvert tákni myndar auk þess að skilja hvaða verkun tákni hafa hvert á annað þegar þau eru sett saman í setningu. Saman við þetta blandast hið vanalega skrifaða mál og því þurfa lesendur í raun að glíma við tvö tungumál í einu (Phillips, Bardsley, Bach og Gibb-Brown, 2009). Í samfélagi nútímans er læsi hætt að einskorðast við texta og geta myndir og myndmál orðið mjög afgerandi hluti þeirra upplýsinga sem átt er við. Það getur skapað vandamál fyrir nemendur ef myndir eru of ríkar og fjölskreyttar (Metros, 2008, bls. 103) þó ber þess að geta að heilinn vinnur margfalt hraðar úr myndrænum gögnum en texta (Burmark, 2008, bls. 7). Því þarf að huga að myndmáli og

---

<sup>5</sup> Hér mætti eins nota hugtök á borð við hæfni eða vitund í stað læsis. Þó mætti hugsa sér að hrynvitund eða hrynhæfni fæli ekki í sér sömu hugsanamynstur og hrynlæsi þó svo að hugtökin séu vissulega af svipuðum meiði. Höfundur treystir sér ekki til þess að fullyrða um þessi efni út frá þeim heimildum sem fundnar voru.

myndlæsi þegar stærðfræðilæsi og tónlæsi er skoðað og líklegt að þar liggi tækifæri sem enn eru ónýtt.

Í stærðfræði-hluta aðalnámskrár frá árinu 2013 er tekið fram að nemendur eigi að geta uppfyllt eftirfarandi verkefni er varða tungumál og verkfæri stærðfræðinnar, „sett fram mismunandi framsetningu sama fyrirbæris, hvort sem um er að ræða hlutbundna, myndræna, munnlega eða algebrulega framsetningu eða með töflu eða grafi“, „lesið úr táknmáli stærðfræðinnar, notað það á merkingarbæran hátt, t.d. þýtt af daglegu máli yfir á táknmál stærðfræðinnar og skilið þær leikreglur sem gilda um meðferð þess“ og „tjáð sig um stærðfræðileg efni munnlega, skriflega og myndrænt, af nákvæmni og túlkað framsetningu annarra á stærðfræðilegu efni“. Því er ekki úr vegi að ætla að læsisþjálfun hafi forspárgildi um gengi nemenda í stærðfræðinámi (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 212).

Í rannsókn einni á hugsanamynstrum stærðfræðikennara er hann leysti stærðfræðidæmi kom í ljós mikilvægi þess að átta sig á að tungumál stærðfræðinnar er frábrugðið móðurmálinu og nauðsynlegt að gera sér grein fyrir tengingunum milli hugtaka. Sem dæmi má nefna hvernig heilinn túlkar yrðingarnar *minna en* ( $<$ ) og *er/eins og* ( $=$ ), þeir sem myndað hafa tengingar milli tungumálanna gera sér grein fyrir að á stærðfræðimáli væru yrðingarnar sammerkar táknum í svigunum en nemandi sem bæði þekkir merkið og yrðingarnar þarf ekki endilega að átta sig á samhenginu (Dixie og Lance, 2013).

Sama rannsókn leiddi í ljós að þegar téður kennari leysti algebrudæmi var gagnlegasta aðferðin sem hann beitti sú að sjá fyrir sér vandamálið og leysa það með aðstoð hugarmyndar. Með því sá hann fyrir sér hvernig hann gæti leyst dæmið og gat leitað í reynslu af öðrum dæmum sér til aðstoðar. Líkti kennarinn því við það þegar venjulegur texti er lesinn og í huganum skapast mynd sem aðstoðar lesanda við að skapa orðunum skilning (Dixie og Lance, 2013). Skýring þessi rímar vel við þá skýringu á læsi sem kemur fram í aðalnámskrá, að læsi sé fyrst og fremst það að skapa merkingu í samhengi við aðstæður, menningu, fyrri þekkingu og aðra utanaðkomandi áhrifavalda (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 18).

Rannsókn ein frá árinu 2013 fjallar um talnalæsi, hæfileika nemenda til þess að greina merkingu út úr stærðfræðitexta og hæfni þeirra til að leysa orðadæmi. Í skólakerfi því sem var skoðað var ekki lögð mikil áhersla á að kenna textamiðaða stærðfræði en í skóla þeim er rannsóknin fór fram var ákveðnum aðferðum beitt til að stemma stigu við lélegu talnalæsi. Aðferðirnar miðuðu að því að brjóta dæmin niður, draga út aðalatriði, áætla rétta aðferð við að reikna dæmið og athuga svo réttmæti svarsins. Allt miðar þetta að því að nemandinn geti skapað einhverja merkingu úr byggingahlutum dæmanna svo dæmið megi leysa í heild (Davis, 2013). Af þessu má draga þá ályktun að talnalæsi er ekki einvörðungu að sjá tölur á

blaði og átta sig á merkingu þeirra heldur er þetta hluti af ferli sem á sér stað í huga nemenda þegar þeir takast á við verkefni.

#### **4.2. Tónmennt og læsi.**

Tónlæsi er hugtak sem fæstum er tamt enda sá hæfileiki að geta lesið nótur af blaði ekki almennur og fæstir ná sama hraða og leikni í að lesa nótur og að lesa texta af blaði (Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010, bls. 331). Í grein sinni *Advances in music-reading research* skilgreinir Helga Rut Guðmundsdóttir tónlestur sem aðgerðina að umskrá<sup>6</sup> tákni á nótnablaði og flytja með hjálp hljóðfæris eða með söng (Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010, bls 331–332).

Lestur texta og nótna á sér ýmislegt sameiginlegt, augljósast er að bæði texti og nótur eru lesin að ofan og niður og frá vinstri til hægri, línu fyrir línu. Nemendur þurfa að þjálfra hæfileikann í að meðtaka og muna röð af táknum til þess að mynda merkingarbæra heild líkt og laglínur eða orð. Auk þess þarf meðvitund bæði um minnstu hljóðeiningar og hljóðin sem þau mynda. Sérfræðingar halda því fram að samþætting almennrar læsisþjálfunar við þjálfun í tónlæsi auki hæfni í báðum fögum (Wiggins, 2007, bls. 55).

Rannsóknir hafa sýnt að tvö mismunandi ferli í heilanum sjái um að meðhöndla lengdargildi og tónhæð (Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010, bls. 332) sem kallast á við hugmyndir um að til sé tvennslags læsi, annað fyrir tónhæð og hitt fyrir tónlengd eða hrynn. Einkenni þeirra sem skara framúr í nótnalestri er einna helst hæfileiki þeirra til að lesa lengra fram í tímann og þá er einnig mikilvægur eiginleiki þeirra að draga saman hljóma, tóna og línur í mynstur og eiga þar með auðveldara að vinna úr upplýsingunum (Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010, bls. 334).

Ennfremur hafa rannsóknir sýnt að nemendur sem hafa hlotið þjálfun í að lesa tónlist sem röð mynstra eiga auðveldara með nótnalestur en þeir nemendur sem fá hefðbundnari þjálfun sem miðast við að lesa hverja nótu fyrir sig (Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010, bls. 334–335). Í rannsókn sem framkvæmd var í Bandaríkjunum á venslum mynsturgreiningarhæfileika og tónlistarlegra hæfileika komu fram skýr tengsl milli þessara tveggja þátta (Barrett og Barker, 1973, bls. 1190)

Þó svo að í þessum tveimur tilfellum sé hugtakið mynsturlæsi ekki notað má finna yfirfærnanleg atriði sem kallast á við almennt læsi s.s. hæfileikann til að greina tákni, túlka og

---

<sup>6</sup> Hér er frestandi að nota orðið *lesa* í stað *umskrá* en höfundur ákvað að nota seinna orðið þar sem sú aðgerð sem vísað er í innifelur meira en það að spila eina nótu á eftir annarri. Enska orðið sem notað var í heimild var *decode*. Ýmiss konar tákni á nótnablaðinu geta í samvirkni haft áhrif á tónana sem hljóðfæraleikarinn myndar, hvort sem það er með söng eða hljóðfæri.

skapa þeim merkingu á mismunandi tegundum miðla (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 16). Þó svo að ekki sé hægt að fullyrða um áhrif mynsturlæsis á færni í tónlist gefa þessar heimildir tilefni til frekari rannsókna á mismunandi tegundum læsis með tilliti til tónlistariðkunar.

Náskylt mynstri er hrynur sem tengist hvoru tveggja tónlist og töluðu máli. Hæfileikinn til þess að greina hryn á sér mjög sterkar líffræðilegar tengingar við heilann og taugakerfið. Í taugakerfinu eru greinanlegar bylgjuhreyfingar í kerfum sem geta breytt um tíðni þannig að þær séu samstíga hvoru tveggja tónlist eða töluðu máli og hafa þessar bylgjuhreyfingar áhrif á hæfileika einstaklinga til að greina hryn og flytja. Hæfileiki þessi, að geta greint hryn, er mikilvægur bæði fyrir flutning og greiningu tónlistar sem og talaðs máls. Því má draga þá ályktun að hrynpjálfun á öðru sviðinu gæti hjálpað nemendum á hinu þ.e. með aukinni taktþjálfun á hljóðfæri gæti nemandi bætt sig í lestri (Tierney og Kraus, 2013, bls. 214).

Í þemahefti Menntamálaráðuneytisins um læsi segir að skólinn sé orðræðuheimur út af fyrir sig og eins sé heimilið annar orðræðuheimur (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 28). Því má ætla að stærðfræðin og tónlistin eigi sér sérstakt tungutak og því mismunandi staði innan orðræðuheimsins. Tónlistarskólarnir, sem eru í flestum tilfellum aðskildir grunnskólunum, eru staður þar sem nemendur kynnast nýju tungutaki og nýjum orðaforða og gæti orðræðuheimurinn verið enn fjarlægari því sem nemendur þekkja heiman að frá sér.

Þó eru til aðferðir sem leitast við að halda sterkum tengslum heimilis og skóla s.s. Suzuki aðferðin þar sem foreldrar koma með nemendum í tíma og læra sömu hlutina og nemendur og eru í raun hugsaðir sem heimakennarar (Niles, 2012, bls. 35). Með þessu móti má ætla að bilið sé minna milli þessara tveggja orðræðuheima sem nemendur upplifa. Ekki er þó hægt að fullyrða um hvort téð bil milli orðræðuheima hafi áhrif á velgengi nemenda.

Læsi á texta hefur ekki eins augljósa tengingu við tónlist og það hefur við stærðfræði, enda tungumálið ekki eins áberandi í tónlist og í stærðfræði. Með nýjum áherslum um læsi má þó ímynda sér aðra þætti læsis sem geta átt við um hvoru tveggja stærðfræði og tónmennt. Áhugavert er að fræðin gefa vísbendingar bæði um tón-, hryn- og mynsturlæsi. Með þetta að leiðarljósi er hægt að búa til kennsluhugmyndir sem taka mið af nýjum hugmyndum um læsi og nýja kennsluhætti.

## 5. Kennsluhugmyndir

Hugmyndir um samþættingu námsgreina verða að veruleika í skólastofum með starfi nemenda og kennara. Í aðalnámskrá eru kennarar og skólar hvattir til að samþætta námsgreinar í því skyni að gera námið merkingarbærara fyrir nemendur auk þess að útskýra samhengi fræðigreina (Mennta- og menningamálaráðuneytið, 2013, bls. 51).

Grunnurinn að þeim kennsluhugmyndum sem hér eru settar fram eru sóttar í nýjar hugmyndir um læsi og kennsluhugmyndir sem kynntar eru í þemahefti um læsi (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 28). Aðalmarkmið hugmyndanna er í öllum tilfellum að nemendur öðlist aukinn skilning, hvoru tveggja í stærðfræði og tónmennt. Kennsluaðferðunum er gefinn laus rammi hvað varðar tíma og aðstæður enda gert ráð fyrir að kennarar þurfi að laga kennsluaðferðir að aðstæðum hverju sinni.

Læsi í víðum skilningi verður notað sem grundvöllur að þeim aðferðum sem hér verða settar fram enda stendur í aðalnámskrá um sex grunnþætti náms og þar með læsi að: „Þeir skulu koma fram í inntaki námsgreina og námssviða, bæði hvað varðar þá þekkingu og leikni sem börn og ungmenni skulu afla sér.“ Og „Nauðsynlegt er að nálgast viðfangsefnin á heildstæðan hátt af faglegri víðsýni og eftir atvikum samfaglega. Það getur kallað á óhefðbundna kennsluhætti og nýstárlega nálgun í skólastarfi“ (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 15).

Ýmis atriði eru talin upp í fyrrnefndum bæklingi um hvað felst í nýjum kennsluháttum á nýjum tímum en þó stendur upp úr að í stað þess að hlutverk kennarans sé ekki einungis að miðla upplýsingum til nemenda heldur einnig að hjálpa nemendum að læra sjálfir með aðstoð þeirrar tækni sem til er í dag, hvetja nemendur til að nýta sér tækifærin frekar en að letja þá og „liðsinna nemendum í að spyrja spurninga og leita svara við þeim“ (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 8).

Fjallað er um hvernig vinnuaðferðir við nám séu að breytast og má nefna að nám sem byggðist helst á því að lesa bækur og skrifa sé nú að færast í þá átt að allir miðlar séu notaðir auk þess sem öll skilningarvit séu örvuð og að í bland við hefðbundna yfirferð bætist nú við þema- og könnunarverkefni (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 9). Því verður leitast við að verkefnin sem hér eru kynnt uppfylli eitt eða fleiri þessara skilyrða um kennsluhætti á nýjum tímum og breyttar vinnuaðferðir.

Kennsluhugmyndirnar eru í öllum tilfellum til viðbótar við hefðbundna kennslu og því í fæstum tilfellum hugsaðar sem breyting á eldri aðferðum. Ætlunin er frekar að benda á tengingar milli fagsviða sem gætu nýst nemendum í báðum eða öðru faginu. Á tveimur stöðum er bent á efni sem aðgengilegt er á veraldarvefnum en sökum þess hve aðstæður geta

breyst hratt í vefheimum gæti sumt af því efni ekki verið til eftir nokkur ár eða hafa breyst á þann veg að þá þurfi að borga fyrir það sem áður var ókeypis. Verkefnið munu fylgja svipaðri röð og efnistöð í fræðilegum kafla.

### **5.1. Nóturnar tólf**

Eins og áður hefur komið fram bera nóturnar ákveðin nöfn og eru nóturnar tólf talsins. Þrátt fyrir að nemendur þekki flestir alla stafina þegar komið er í grunnskóla virðist það ekki hafa tíðkast að kenna nemendum öll nótnaheitin strax við upphaf tónmenntanáms heldur hafa nótnaheitin verið lögð inn í samræmi við hvaða nótur þau læra á blokkflautu. Innlögnin og verkefnið sem hér verður lagt fyrir miðar að því að kenna nemendum öll nótnaheitin þannig að þeir séu færari um að gera tilraunir og afla sér frekari upplýsinga. Innlögnin getur átt við alla bekk í grunnskóla, en eðlilegast væri að kenna þeim þessi atriði í yngstu bekkjum og þá ætti ekki að þurfa að kenna þetta á síðari stigum nema til upprifjunar.

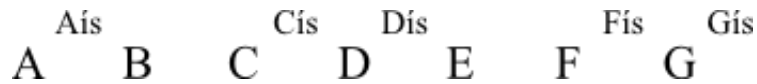
Aðferðin byggir á því að nemendur fái að sameina ólíka vitneskju og mynda úr því merkingarbæra heild auk þess sem nemendur fái að vinna sjónrænt með efnið. Þannig geta nemendur myndað gagnagrunn sem síðan önnur vitneskja byggir ofaná. Nóturnar eru fyrir tónlist ekki ósvipað og stafrófið er fyrir skrift eða tölurnar fyrir stærðfræði.

Kennari biður nemendur að setjast framan við töflu þar sem hann er tilbúinn með skriffæri. Kennslan hefst á því að kennari ræðir við nemendur um stafrófið með einfaldri umræðu- og spurnaraðferð (Ingvar Sigurgeirsson, 2013, bls. 114) og spyr nemendur hvort þeir kunni enska stafrófið. Það er upplifun höfundar að flestir nemendur, jafnvel þeir sem eru í fyrsta bekk grunnskóla þekki fyrstu stafina í enska stafrófinu þó svo að þeir þekki ekki síðari hluta þess. Þá biður kennari nemendur um að rifja upp með sér fyrstu sjö stafina í stafrófinu á meðan hann skrifar á töfluna fyrstu sjö stafina í enska stafrófinu.

Þá breytir kennari aðeins um aðferð og fer að segja nemendum sögu eitthvað á þessa leið: „Sjáði hér, þessi sjö (bendir á stafina á töflunni) eru krakkar saman í bekk, það er fallegur dagur og skólinn er búinn. Þau ákveða að nú sé rétta tækifærið til þess að gleðjast aðeins og tölta af stað. Hvort ætla þau að fara niður í bæ eða á Glerártorg?“ Með þessu reynir kennari að fá nemendur með sér í lið, sjá söguna verða til og getur jafnvel sýnt leikræna tilburði til að fá nemendur til þess að vera virka og beita virkri hlustun (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 71; Mennta- og menningarmálaráðuneytið og Námsgagnastofnun, 2012, bls. 13).

Þegar svarið er komið og umræðum er lokið heldur kennari áfram: „Þegar niður í bæ er komið ákveða þau að fara í Brynju til þess að fá sér ís.“ Þarna tekur kennarinn aftur fram pennann og skrifar aftan við hvern staf og ofan við þar sem það á við. „Sjáði krakkar, A hann

fær sér ís og þá skrifa ég A-ís hér, B er hins vegar með mjólkuróþol svo hann má ekki fá sér ís...“ Svona heldur kennarinn áfram nema hvað að krakkarnir B og E eru annaðhvort með mjólkuróþol, finnst ís vondur, langaði afskaplega mikið í pulsu eða eitthvað annað, allt eftir hvernig bekkurinn bregst við og spilar með. Þá á kennarinn að hafa svona mynd á töflunni.



Mynd 5. Vinnumynd kennara á töflu

Þar með er kennarinn kominn með grunnmynstur sem hægt er að vinna út frá og tengist við þekkingar- og reynsluheim nemendanna. Næst segir kennarinn að hann ætli að teikna mynd handa nemendum. Kennari byrjar að gera nokkur strik á töfluna og spyr svo nemendur hvort þeir átti sig á því hvað hann sé að teikna. Á einhverjum stigum teikningarinnar átta nemendur sig á því að píanónótur séu að myndast á töflunni. Þegar kennarinn hefur teiknað píanó sem nær u.þ.b. tvær áttundir sýnir hann nemendum hvar nótan A er staðsett og biður svo nemendur að hjálpa sér að fylla inn rest og leggur áherslu á vinina B og E sem ekki geta fengið sér ís og sýnir þeim hvernig það sé ekki svört nóta aftan við nóturnar B og E. Eftir þetta sýnir kennari nemendum hvernig nóturnar virka eins og tölur á klukku þ.e. á eftir nóttunni G kemur alltaf aftur A.

Sé píanó til staðar væri gott að færa kennsluna þangað núna og sýna nemendum á píanóinu sjónrænt hvernig nóturnar virka og sýna þeim mynstrið í svörtu nótonum. Einnig er hægt að kenna nemendum að finna nótona A á píanóinu í hvaða áttund sem er kunni maður að lesa úr mynstrinu<sup>7</sup>. Til þess að festa þetta í minninu gæti verið gott að gefa nemendum tækifæri til þess að vinna með efnið sjónrænt, hægt væri að setja upp stöðvavinnu þar sem nemendur búa til einstaklingsmynd af píanónótum sem þeir eiga að fylla út og lita, gefa nemendum töflupenna svo þeir geti litað á hvítu nótur píanósins og þurrkað svo út<sup>8</sup> eða leyfa nemendum að búa til margmiðlunarverk í tölvu um nóturnar. Allt verður þetta að fara eftir aðstæðum, hópastærð og tíma.

Með þessu móti má tengjast mynsturvitund nemenda auk þess sem þetta tengist óbeint

<sup>7</sup> Svörtu nóturnar raðast í hópum, tvær og þrjár saman. Nótan A er alltaf hægra megin við svörtu nótona sem er í miðjunni þar sem þrjár svartar nótur raðast saman. Þetta má kenna með því að spila svörtu nótona og *detta* svo af henni til hægri.

<sup>8</sup> Á sumum stöðum eru til fleiri en eitt hljómborð sem hægt er að tengja við tölvu. Gera þarf prufu með töflutússpenna til að fullvissa sig um að liturinn fari af. Tilvalið er að raða tveimur eða þremur saman á hljómborð eða píanó og leyfa nemendum að skrifa nótnaheitin á hvítu nóturnar og þurrka svo út.

inn á stærðfræðivítund þeirra. Í nótonum er nú ákveðin regla og mynstur sem er óbrjótanlegt, alveg eins og með tölurnar í stærðfræði. Hafi maður grunnstærðir á takteinum er hægt að vinna með grunnaðgerðir líkt og að færa sig um ákveðið tónbil eða leggja saman tvo og tvo. Út frá þessari innlögn er hægt að vinna áfram allt eftir aldri nemenda. Næsta skref gæti værið að kynna nemendur fyrir lækkunarmerkjum og sýna þeim hvernig raða megi nótonum á klukkuskífu.

Í stærðfræðihluta aðalnámskrár segir að nemendur í lok fjórða bekkjar eigi að geta „kannað, búið til og tjáð sig um reglur í talnamynstri og öðrum mynstrum á fjölbreyttan hátt og spáð fyrir um framhald mynsturs, t.d. með því að nota líkön og hluti,“ (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 214). Þó svo að ekki sé talað beint um þekkingu nemenda á heitum nótnanna í tónmenntahluta aðalnámskrár stendur þó þar að kennsla eigi að styrkja næmni nemenda á frumþáttum tónlistar og þar með tónhæð (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 150).

## **5.2. Tónaklukka**

Nemendum á mið- og elstastigi er hægt að kenna að notfæra sér klukkuaðferðina sem kynnt var í kafla 3.1.2. Þó er nauðsynlegt að nemendur hafi grunnþekkingu á nótnaheitunum og röð þeirra. Hægt væri að kenna hvort á eftir öðru. Það að átta sig á hvernig raða má saman nótonum til þess að fá tónstiga má líkja við að kunna margföldunartöflu í stærðfræði. Hvoru tveggja er háð ákveðinni reglu og mynstri.

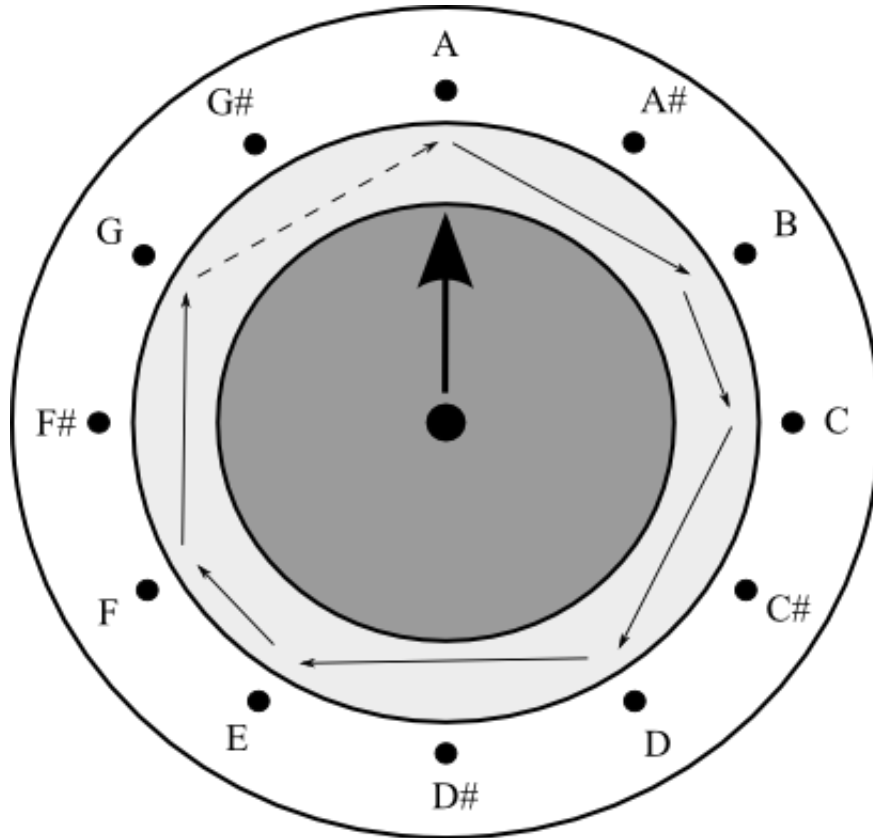
Kennari hefur kennsluna á að teikna upp nóturnar líkt og á mynd 5. Mikilvægt er að kennari fái nemendur til að vera virka og beiti umræðuaðferð enda er sú aðferð líkleg til þess að nemendur auki skilning sinn á námsefninu og verði virkir þátttakendur í kennslustundinni (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 71). Þá tekur kennarinn að spyrja nemendur út í efnið og kynna hugtökin hálfónn, heiltónn, tónstigi, dúr og moll með því að teikna þau inn á myndina.

Því næst tekur kennarinn til við að teikna klukkumyndina líkt og á mynd 2 og teiknar C-dúr tónstiga inn á klukkumyndina með örvum. Með umræður að leiðarljósi ræðir kennari við nemendur um hvernig megi nota þetta mynstur til þess að búa til fleiri tónstiga, hvoru tveggja dúr-tónstiga með öðrum grunntónum og að búa til kirkjutóntegundirnar með því að færa upphafsnótuna til.

Kennari dreifir því næst efni sem nemendur klippa út og teikna inn á. Klipptar eru út þrjár skífur sem festar eru saman í miðjunni svo skífurnar geti snúist. Botnskífan er klukkuskífa með nótonum tólf líkt og á mynd 2. Miðjuskífan er með moll-tónstiga (eólísku) mynstri og að síðustu er skífa sem notuð er til þess að mynda kirkjutóntegundir, á henni er ör



sem snúið er á upphafsnótu tónstigans sem notaður skal. Með því að benda á nótuna A, líkt og á mynd 6, er myndaður A-eólískur (moll) tónstigi en með því að snúa örinni á nótuna C (þriðju nótu grunntónstigans) er myndaður C-jónískur (dúr) tónstigi. Við þessa útreikninga er gott að hafa töflu 1 og töflu 2 við hendina.



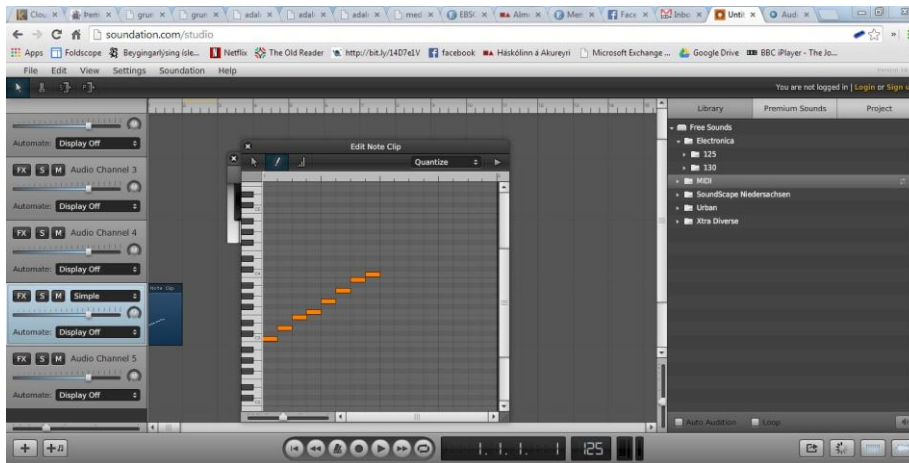
Mynd 6. Snúningsskífa útbúin af nemendum

Þegar þessu er lokið er mikilvægt að leyfa nemendum að nota þessar nýfengnu upplýsingar, þegar á þann stað er komið er mikilvægt að kennari hafi undirbúið vel hvaða verkfæri hann vill setja í hendur nemenda (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 71). Í flestum skólum er píanó einhversstaðar sem nemendur geta fengið að spila á. Kennari þarf að undirbúa nemendur vel og hvetja þá til að velja sér einhvern tónstiga til þess að spila og búa til laglínur. Einnig er hægt að nýta sér tölvuver þar sem kennari hefur undirbúið forrit á borð við *soundation.com* sbr. mynd 7 (PowerFX Systems AB, e.d.). Forrit þetta og raunar mörg sem virka jafnvel eru til án borgunar á veraldarvefnum og fást með því að setja inn leitarorð á borð við *free online music makers* í vefleitarvélar. Kennarar þurfa að kynna sér forritið lauslega áður en nemendur hefja tilraunir sínar en nemendur verða einnig að fá að gera sínar tilraunir<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> Þegar nemendur eru hvattir til að gera tilraunir er gott að benda þeim á ensku heitin á þeim hugtökum sem um ræðir svo þeir geti leitað að upplýsingum í leitarvélum. Nóta er note, tónbil er interval, tónstigi er scale og kirkjutóntegundir eru mode. Til að fá almennar upplýsingar um tónfræði er gott að leita að music theory.

Í þemabæklingi menntamálaráðuneytis um læsi og í aðalnámskrá segir að nemendur eigi að fá að nýta sér alla miðla við nám sitt og að innifalið í læsi sé einnig miðlalæsi þar sem nemendur geti átt þess kost að geta tjáð sig með hjálp tækninnar. Skapað tilfinningum sínum og hugsunum merkingu á sem flestan máta (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 18; Stefán Jökulsson, 2012, bls. 13).

Tónlistarsköpun fer að miklu leyti fram með aðstoð tölvu nú til dags og ekki við öðru að búast en að þróunin haldi áfram í sömu átt. Því má ætla að með því að gefa nemendum grunn í margmiðla tónlistarsköpun verði þeim búinn góður grunnur fyrir framtíðina. Nemendur fá með þessu verkefni að taka mynstur sem í fyrstu virðast tilviljanakennd og setja upp á einfaldan máta sem hægt er að vinna með og gera tilraunir.



Mynd 7. C-dúr tónstigi teiknaður inn í forritið Soundation.com í vafra (PowerFX Systems AB, e.d.)

### 5.3. Tónabútar

Mikilvægt er að nemendur fái að upplifa námsefni á sem flestum miðlum og fái að vinna sjálfstætt með efnið innan þess ramma sem kennarinn gefur þeim (Stefán Jökulsson, 2012, bls. 9). Einnig skiptir máli að vekja áhuga nemenda og halda honum, kennarar þurfa því að leggja sig eftir að byrja kennslu á þann hátt að áhugi nemenda vakni og að þeir átti sig á tengslum efnisins við fyrri reynslu og markmiðum kennslunnar (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 59). Því gæti verið gott að hefja þessa kennslustund, sem og aðrar sem snúa að tónlist, á áhugahvetjandi tónlistarmyndbandi. Í þessu tilfelli væri hægt að hefja leikinn á einhverju

tónlistarverki sem augljóslega var samið með aðstoð tölvu, þar sem nemendur eiga að nota tölvu til þess að semja lagstúf í lok tímans<sup>10</sup>.

Tónalengd er náskyld viðfangsefnum stærðfræðinnar, og getur þessi kennsla þjónað sem þematími til að brjóta upp hefðbundna kennslu annarinnar. Eftir kennsluna munu nemendur skilja eftir sig lagstúfa sem hægt er að spila fyrir bekkinn. Til þess að það gangi eftir þarf kennari að hafa öll aðföng tilbúin og vera búinn að kynna sér tölvuforrit sem nemendur koma til með að nota.

Gott er að tími sem þessi komi í framhaldi af kennslu um tónaheiti þar sem nemendur þurfa að hafa grunnþekkingu á nöfnum nótnanna og hvernig þær raðast eftir hringlaga kerfi. Nemendur vinna tveir og þrír saman og þarf uppröðun borða í stofu að bjóða upp á samvinnu í litlum hópum (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 83–84).

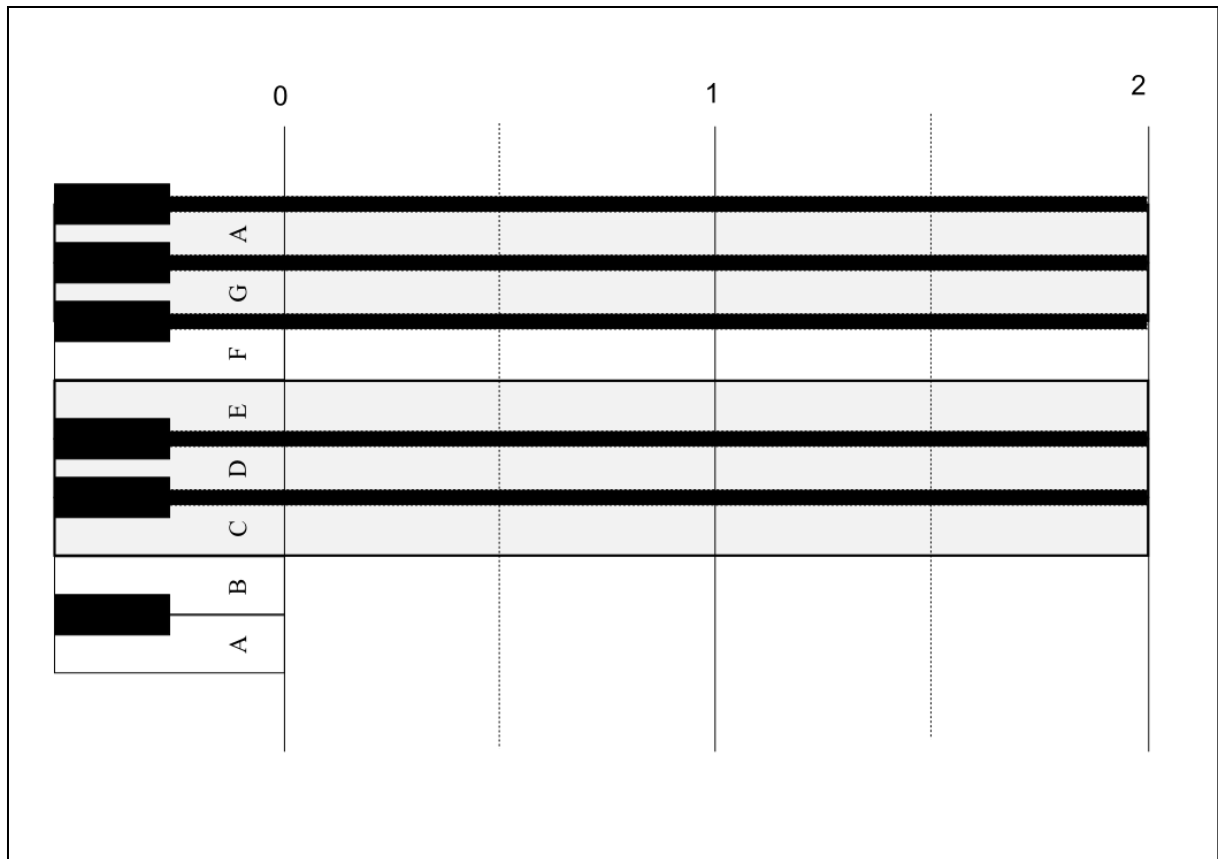
Kennslan miðast við að nemendur fái að raða saman brotabútum sem eru í sömu lengdargildum og algengustu nótnalengdargildin og spila svo laglínuna sína með aðstoð tölvuforríts. Kennari velur fyrir tímann nokkrar ákveðnar nótur sem nemendur geta raðað brotabútonum á með það að marki að laglínurnar verði hljómpýðar, hægt er sem dæmi að velja nóturnar úr C-pentatónískum tónstiga<sup>11</sup> (Kennedy og Kennedy, 2007, bls. 659). Kennari undirbýr einnig stað þar sem nemendur draga dæmi úr hatti sem munu verða grunnur að laglínunum nemenda.

Kennari ljósritar vinnublöð fyrir nemendur, annars vegar blað sem notast sem bakgrunnur eða nótnablað og blað sem nemendur klippa niður í brotabúta. Passa þarf að aðgengi að nauðsynlegum aðföngum sé gott svo undirbúningsvinna gangi vel (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 71). Einnig þarf tölvuforrit á borð við Soundation (PowerFX Systems AB, e.d.) að vera tilbúið í tölvustofu eða þar sem nemendur komast í tölvur og kennari þarf að sýna nemendum hvar þeir eiga að vista hljóðskrár eða hvert þeir eiga að senda þær í tölvupósti fyrir lokaúrvinnslu kennara.

---

<sup>10</sup> Kennaraefni hefur fundist lagið *Frontier Psychiatrist* með hljómsveitinni *Avalanches* virka vel til þess að virkja nemendur, það er vel samið, hefur sjónræna eiginleika og sýnir nemendum að tónlist þarf ekki að steypa í sama mótið. Myndbandið hentar mögulega ekki allra yngstu nemendum en hver og einn kennari verður að meta það. Myndbandið er aðgengilegt án borgunar á helstu myndbandaveitum á veraldarvefnum.

<sup>11</sup> Nóturnar í C-pentatónískum skala eru C-D-E-G-A. Tónstiginn er myndaður af 1., 2., 3., 5., og 6. nótu dúr-tónstiga óháð grunnnotu. Nafnið er hægt að ræða við nemendur þar sem það hefur augljósa tengingu við enska orðið *pentagon*, fimm nótur eins og fimm hliðar fimmhyrnings.



Mynd 8. Grunnblað sem nemendur nota til að vinna með laglínur.

1	♩ = 1				♩ = 1			
1/2	♪ = 1/2		♪ = 1/2		♪ = 1/2		♪ = 1/2	
1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4	♪ = 1/4
1/8	♪	♪	♪	♪	♪	♪	♪	♪
1/16	♪	♪	♪	♪	♪	♪	♪	♪

Mynd 9. Brotabútar sem nemendur klippa út.

Kennsla hefst á stuttri verklegri sýnikennslu þar sem kennari kynnir aðföng fyrir nemendum og nemendur skipta sér í hópa. Nemendur hefja undirbúningsvinnu með því að ná sér í blöð og klippa út, þrátt fyrir að vera tvö til þrjú saman í hóp ná allir sér í þar af blöðum þar sem hver og einn nemandi endar verkefnið með laglínunni. Að því loknu fara nemendur og ná sér í dæmi upp úr hatti. Blöðin bjóða upp á tvo takta í taktlengdinni fjórum fjórðu.

Dæmin eru öll fyrirfram ákveðin þannig að þau innifeli bara stærðir sem samsvara algengustu nótnalengdargildum auk þess að innifela auða ramma þar sem nemendur þurfa að fylla upp í svo dæmið gangi upp. Erfiðleikastig dæmanna er hægt að stilla af miðað við aldur nemenda sem þreyta verkefnið.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \blacksquare = 1$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \blacksquare + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = 1$$

*Mynd 10. Miserfið dæmi fyrir nemendur*

Nemendur fylla út blöðin sín og flytja sig síðan að tölvu þar sem kennari hefur undirbúið tölvuforrit á borð við *Soundation* (PowerFX Systems AB, e.d.). Nemendur spreyta sig þar við að teikna inn laglínuna sína og fá hana til að stemma á taktstrikin, á þessu stigi er hægt að gera breytingar á laglínunni til að fá hana til að hljóma betur. Þegar nemendur hafa teiknað inn laglínurnar sínar, hlustað á þær og eru orðnir sáttir senda þeir verkefnið sitt til kennarans og skila inn blöðunum sínum.

Nemendur á mið- og yngstastigi væri hægt að biðja um að lita blöðin sín svo sýna mætti þau á veggjum stofunnar. Eftir aðstæðum getur kennari svo ákveðið að spila lög nemenda til að enda tímann eða ef hann hefur tækifæri til þess unnið með gögnin og dregið saman í eitt lag. Sé kennarinn tónlistarmaður getur hann jafnvel spilað laglínurnar á hljóðfæri.

Með þessu móti væru dregin saman ýmis atriði bæði úr stærðfræði og tónmennt. Nemendur fengju að vinna með almenn brot og einfalda algebru, hugrænt sem og sjónrænt. Einnig er unnið með grunnþætti tónlistarinnar tónhæð og tónalengd og það útskýrt með tækjum stærðfræðinnar. Lokaafurðin er einnig tilkomin vegna sköpunar nemenda þar sem þeir fá að skapa innan ákveðins ramma sem kennarinn setur þeim. Þetta stuðlar einnig að því að nemendur geti tekið mismunandi tákni og skapað þeim merkingarbæra heild með hjálp mismunandi miðla.

## 6. Umræða

Tónlist er samofin íslenskri menningu og eins íslensku skólastarfi. Söngur er mikilvægur þáttur skólastarfs í flestum leikskólum landsins og þegar í grunnskóla er komið tekur tónmenntakennsla við. Eftir því sem nemendur eldast tekur stærðfræðin stærri og stærri hluta tíma þeirra innan skólastofunnar og tónmenntin minnkar eða hverfur (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 50).

Það er skýrt tekið fram í aðalnámskrá að samþætting námsgreina sé af hinu góða og því skuli námsefni hafa sem víðastan snertiflöt við aðrar námsgreinar (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 51). Erfitt er að ímynda sér að hægt sé að búa til námsefni ætlað til samþættingar námsgreina sem ekki hefur jákvæð áhrif í annarri eða báðum námsgreinum. Enn erfiðara er að sjá fyrir sér verkefni sem hefur neikvæð áhrif í annarri greininni en jákvæð eða engin í hinn. Verkefni sem ætluð eru til samþættingar námsgreina gætu þó verið tímafrek, bæði í undirbúningi og í vinnslu. Því þyrfti að meta hvort ábatinn af því að samþætta námsgreinar réttlæti vinnuna sem í verkefnið fer.

Þó eru svona útreikningar vandkvæðum háðir þar sem hugsa þarf um fleiri en eina breytu hvað varðar ábata nemenda. Auðveldlega má ímynda sér fleiri en einn flöt á því hver ábati nemenda getur verið, felst hann í aukinni leikni, gleði eða kunnáttu og verður ekki einnig að taka áhugahvötina inn í myndina? Verkefni getur talist verðmætt fyrir nemanda komi hann til með að hafa meiri áhuga á efninu til langs tíma lítið.

Tími nemenda og kennara er af skornum skammti og því þýðir það að kennarar hljóta, meðvitað eða ómeðvitað, að reikna út ábatann af öllum þeirra verkefnum. Ábati sem þessi verður varla reiknaður nema til langs tíma. Ef áhugafræi er sáð snemma má færa fyrir því rök að það hafi margfeldisáhrif út ævi nemanda. Verkefni þetta gaumgæfði hvort hægt væri að finna snertiflöt stærðfræði og tónmennta og hvernig mætti nýta sér það í skólastofunni.

Í upphafi kafla 4 um læsi lagði höfundur fram lista um ýmiskonar afkima læsis sem mætti hugsa sér að hefðu tengingu við tónlist eða stærðfræði. Nýjar hugmynir um læsi bjóða upp á víðari skilgreiningu og í því samhengi talað um stafrænt læsi og miðlalæsi (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 17). Heilt yfir virðist þó læsi eiga það sammerkt að það fjalli um sköpun merkingar. Höfundur gat ekki fundið öllum þessum hugtökum fræðilega festu, enda það ekki tilgangur þessa verkefnis. Umfjöllun um læsi á víðum grundvelli með hliðsjón af fyrrgreindum lista hjálpaði þó til við að skapa kennsluhugmyndum hugmyndafræðilegan grundvöll.

Það kom höfundi á óvart hversu er lítið fjallað um læsi í samhengi við hinar ýmsu námsgreinar í aðalnámskrá og þemahefti um læsi. Í fræðum mátti finna hugtök sem studdu

við þá tillögu að til væru hugtökin mynsturlæsi, stærðfræðilæsi og tónlæsi (Barrett og Barker, 1973; Davis, 2013; Dixie og Lance, 2013; Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010; Wiggins, 2007). Með flestum þessum heimildum er það sammerkt að nemendur geti tekið ákveðnar einingar og skapað úr þeim merkingu, þannig má segja að sá sem er mynsturlæs gæti litið á ákveðin mynstur og skapað þeim einhverja merkingu og jafnvel yfirfært þessa leikni yfir á önnur svið. Þó eru fleiri hugtök á borð við nótnalæsi, tónhæðarlæsi og táknlæsi sem höfundur hefur ekki fundið nægar heimildir til þess að skilgreina. Eflaust væri það efni í aðra ritgerð að skoða snertifleti læsis við tónmennt og stærðfræði í viðum skilningi.

Ekki er ótækt að hugsa sér að menntasamfélagið gæti grætt á að skoða læsi með tilliti til hvernar námsgreinar fyrir sig. Foreldrar og börn eru yfirleitt spurð hvort þau séu læs<sup>12</sup> er þau eru að byrja grunnskólagöngu að því leiti að þau geti lesið einfaldan texta og því má spyrja hvort þurfi að skoða önnur fög með sama hugsunarhætti. Þarf að einbeita sér að því að gera börn stærðfræðilæs meðfram af því að kenna þeim stærðfræði? Á það að vera markmið tónmennta að gera nemendur tónlæsa?

Erfitt er að fullyrða að auki nemandi tónlæsi muni hann auka stærðfræðilæsi sitt einnig en vísir er að því að mynsturlæsi sé sammerkt með báðum greinum (Barret og Barker, 1973; Helga Rut Guðmundsdóttir, 2010). Því verður að teljast möguleiki á því að ef nemandi þjálfir mynsturlæsi í tónlist muni það gagnast honum annarsstaðar í lífinu og þar með talið í stærðfræði.

Þar sem stærðfræði er það tungumál sem notað er til að túlka tölur og mynstur í öðrum kerfum og tónlist m.a. er mynduð af tölulegum gögnum sem raðað er upp í skipulagt kerfi er ljóst að þessi tvö fög eiga sér sameiginlega fleti (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 208). Þeir þættir sem fjallað var um í fræðilegum kafla miðast við hæfniviðmið nemenda í stærðfræði í grunnskóla (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2013, bls. 211–217) en það er ekki þar með sagt að ekki megi finna verkefni sem henta hvorutveggja nemendum í leik- og framhaldsskóla.

Auðveldara er að finna verkefni sem snúa að stærðfræðilegum flötum tónlistar en tónlistarlegum flötum stærðfræði vegna þess hvernig venslum greinanna er háttáð og líklegra að þau verkefni nýtist betur innan skólans. Ekki er hægt að gera ráð fyrir að allir stærðfræðikennarar séu tónlistarmenntaðir og því er varla hægt að ætlast til af þeim að þeir leggi fyrir nemendur verkefni sem krefjast mikillar leikni í flutningi tónlistar af hálfu kennarans. Þó er hægt að útbúa námsefni þannig að kennarar hafi tækifæri til þess að afla sér

---

<sup>12</sup> Hér er orðið læsi notað í sinni einföldustu mynd, ekki í samræmi við nýjar hugmyndir um læsi enda verður að teljast líklegt að það sé notað á þann máta í daglegu tali utan menntasamfélagsins.

nægs grunns í tónfræðum til að aðstoða nemendur við að leysa verkefni án þess að það verði kennurum óyfirstíganleg hindrun.

Lögð voru fram verkefni sem áttu það sameiginlegt að samræma þessi tvö fög á þann máta að nemendur þurftu að meta gögnin sjónrænt, myndrænt og með hlustun. Höfundur lagði upp með að skoða hvernig læsi snéri að bæði tónmennt og stærðfræði og voru kennsluhugmyndirnar skrifaðar með það að leiðarljósi að þær samræmdust nýjum hugmyndum settum fram í aðalnámskrá og þemahefti um læsi (Menntamálaráðuneytið, 2013; Stefán Jökulsson, 2012). Nemendur eiga samkvæmt þeim að fá að vinna verkefni með mörgum mismunandi miðlum, tengja saman kunnáttu úr mismunandi fögum og vinna saman að þema- og könnunarverkefnum.

Verkefni eru að hluta til unnin upp úr reynslu höfundar þar sem hann vann tvo vetur sem tónmenntaleiðbeinandi við Brekkuskóla á Akureyri en hugmyndirnar eru einnig sprottnar af eigin reynslu af tónlistarnámi. Þar ber helst að nefna verkefni sem snúa að heiti nótnanna og tónstigum. Eftir að hafa áttað sig á því hvernig mynstrin í grunnþáttum tónfræði virka varð tónlistarsköpun mun auðveldari. Þegar allir tónstigir eru í grunninn eitt og sama mynstrið opnast nýir möguleikar í hljóðfærleik.

Seinna árið sem höfundur kenndi tónmennt prufaði hann að kenna öllum nemendum í 1.–8. bekk nótnaheiti með sömu aðferð og í kennsluhugmynd lýst er í kafla 5.1. Nemendur voru misspenntir fyrir því að læra nóturnar en þegar þeir höfðu fengið að skrifa nóturnar á hin ýmsu hljómborð sem til voru kunnu langflest þeirra öll nótnaheiti. Jafnvel nokkrum vikum síðar gátu þau enn þulið upp hvað *krakkarnir* í sögunni hétu og hverjir það voru sem ekki gátu fengið sér ís. Ástæðan fyrir því að höfundur vill frekar nota ameríska ritháttinn á nótnaheitum frekar en hinn evrópska eins og fjallað er um í kafla 3.1.1. er sú að hann telur að nemendur eigi auðveldara með að átta sig á virkni þeirra ef mynstur þeirra er augljóst<sup>13</sup>.

Margmiðlunarnám hefur á síðustu árum orðið veigameiri þáttur í námi nemenda en þó virðist tölvutæknin enn ekki hafa hafið innreið sína í tónmenntastofuna til fulls. Forrit til tónlistarsköpunar eru í síauknum mæli aðgengileg ókeypis, hvort heldur sem er í spjaldtölvum eða í gegnum vafra í borð- eða fartölvum<sup>14</sup>. Nemendum skulu búið tækifæri til þess að nýta sköpunarkraft sinn (Mennta- og menningamálaráðuneytið, 2013, bls 22 og 30) og hlýtur það að vera í höndum kennara að kynna sér þá möguleika sem búa í nýrri tækni svo þeir geti búið nemendum farveg til þess að gera tónlistarlegar tilraunir og dýpka skilning sinn á tónlist.

<sup>13</sup> Þ.e.a.s. að hvítu nóturnar beri nöfnin A-B-C-D... en ekki A-H-C-D...

<sup>14</sup> Til þess að finna þessi forrit í vafra má nota leitarstreng á borð við: *free online music making software*. Ef um spjaldtölvu er að ræða má finna í ýmskonar *öpp* eða smáforrit t.d. með leitarstrengnum: *free music making app*.



Í grein sinni *Advances in music-reading research* talar Helga Rut Guðmundsdóttir (2010) um það hvað tónlæsi er óalgengur hæfileiki í hinum vestræna heimi og er Ísland þar með talið. Michael Clarke (2014) ritar í grein sem birtist í *Akureyri vikublaði* um íslenska karlakóra þar sem allir sungu línurnar sínar en enginn las nótur, þessu er víst ekki eins farið annarsstaðar í heiminum. Mögulega eiga Íslendingar inni ónýttan auð í því að hjálpa nemendum að verða læsir á tónlist og nótur og hver veit nema það hafi áhrif á aðra þætti lífs þeirra.

## 7. Lokaorð

Lagt var upp með það verkefni að skoða möguleikann á samþættingu námsgreinanna stærðfræði og tónmenntar. Nokkrir snertifletir lágu beint við og hafa mestmegnis með eðli stærðfræðinnar að gera. Tungumál stærðfræðinnar er notað til að túlka hvers kyns reglu og kerfi. Með því að draga fram þau kerfi sem byggja upp tónfræðina má tengja saman þessi tvö fög.

Tvö atriði úr lista yfir frumþætti tónmennta voru notuð til að athuga snertifleti stærðfræða og tónmennta, tónhæð og nótnalengd. Stærðfræðilega tengingu við tónhæð má aðallega finna í reglu hvað varðar nótnaheiti og mynstur í tónstigum. Nótnalengdargildi eiga sterka tengingu við brotareikning. Væri stefnan sett á að samþætta kennslu í framhaldsskólum og á háskólastigi mætti eflaust finna fleiri atriði s.s. eðlisfræðilega eiginleika titrandi strengja og fourier-greiningu á bylgjum. Eflaust eru þessi atriði kennd í einhverjum áföngum.

Læsishugtakið var athugað með tilliti til hvorrar greinar fyrir sig og hvort mætti finna grundvöll fyrir hugtökum á borð við mynsturlæsi og tónlæsi. Haldbærar heimildir fundust ekki til þess að réttlæta notkun þessara hugtaka, þó mátti einna helst finna rök fyrir því að hugtökin tónlæsi, talnalæsi og mynsturlæsi mætti tengja við stærðfræði og tónmennt. Áhugaverðast verður að þykja að fyrir hvort fag um sig var greining á mynstri mikilvægur eiginleiki.

Kennsluhugmyndir þær sem hér voru lagðar til eru aðeins hugmyndir, efnið býður uppá marga mismunandi möguleika. Hægt væri að gera þessar hugmyndir tónmenntamiðaðri og koma skólahljóðfærum inn í verkefnin. Eins væri hægt að færa verkefnin út og vinna verkefnin með hjálp kríta og söngs. Hugmyndir eru bara tillögur og því hægt að koma að efninu á mismunandi máta.

Kennaraefni er sammála Sókratesi að því leyti að nemendur ættu að læra grunnatriði fyrst og vinna svo útfrá þeim. Áður en nemendur hefjast handa við að lesa, skrifa og reikna byrja þeir á að læra tölur og bókstafi. Því ættu nemendur ekki að læra nóturnar strax í byrjun skólagöngu komi þeir til með að nema tónmennt í 8 til 10 ár? Sé það svo að tónlist sé mikilvægur þáttur í lífi okkar allra því ættu ekki allir að hafa möguleika á að verða læsir á tónlist?

## Heimildaskrá

- Barrett, H. C. og Barker, H. R. (1973). Cognitive pattern perception and musical performance. *Perceptual and Motor Skills*, 36, 1187–1193.
- Benson, D. (2007). *Music: A mathematical offering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Burmark, L. (2008). Visual literacy: What you get is what you See. Í N. Frey og D. Fisher (ritstjórar), *Teaching visual literacy: Using comic books, graphic novels, anime, cartoons, and more to develop comprehension and thinking skills*. CA: Corwin Press.
- Costa-Giomi, E. (2004). The effects of three years of piano instruction on children's academic achievement, school performance and self-esteem. *Psychology of Music*, 32(2), 139–152.
- Crncec, R., Wilson, S. J. og Prior, M. (2006). The cognitive and academic benefits of music to children: facts and fiction. *Educational Psychology*, 26(4), 579–594.
- Davis, J. (2013). Student understandings of numeracy problems: Semantic alignment and analogical reasoning. *Australian Mathematics Teacher*, 69(2), 19–26.
- Dixie, M. og Lance, R. (2013). Reading math textbooks: An algebra teacher's patterns of thinking. *Journal of Adolescent & Adult Literacy*, 56(7), 577–586.
- Helga Rut Guðmundsdóttir. (2010). Advances in music-reading research. *Music Education Research*, 12(4), 331–338.
- Hunter, D. J. og von Hippel, P. T. (2003). How rare is symmetry in musical 12-tone rows? *The American Mathematical Monthly*, 110(2), 124–131.
- Hutchins, R. M. (ritstjóri). (1952). *Great books of the western world: 7. Plato*. Chicago: Encyclopædia Britannica.
- Ingvar Sigurgeirsson. (1999). *Að mörgu er að hyggja: Handbók um undirbúning kennslu*. Reykjavík: Iðnú.

- Ingvar Sigurgeirsson. (2013). *Litróf kennsluáðferðanna*. Reykjavík: Iðnú.
- Jarl Sigurgeirsson. (2010). Stærðfræði og tónlist. *Flatarmál: Tímarit samtaka stærðfræðikennara*, 17(1), 20–22.
- Kennedy, M. og Kennedy, J. (2007). *Oxford concise dictionary of music*. Oxford: Oxford University Press.
- Margrét Sigrún Sigurðardóttir og Tómas Young. (2011). *Kortlagning á hagrænum áhrifum skapandi greina*. Reykjavík: ÚTON. Sótt 17. mars 2014 af [http://www.uton.is/wp-content/uploads/2011/05/Kortlagning\\_2011.pdf](http://www.uton.is/wp-content/uploads/2011/05/Kortlagning_2011.pdf)
- Mennta- og menningamálaráðuneytið. (2010). *Aðalnámskrá tónlistarskóla: Rytísk tónlist*. Reykjavík: Mennta- og menningamálaráðuneytið.
- Mennta- og menningamálaráðuneytið. (2013). *Aðalnámskrá grunnskóla: almennur hluti 2011 greinasvið 2013*. Reykjavík: Mennta- og menningamálaráðuneytið.
- Menntamálaráðuneytið. (1999). *Aðalnámskrá grunnskóla: listgreinahluti*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Menntamálaráðuneytið. (2007a). *Aðalnámskrá grunnskóla: listgreinahluti*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Menntamálaráðuneytið. (2007b). *Aðalnámskrá grunnskóla: stærðfræðihluti*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Metros, S. E. (2008). The educator's role in preparing visually literate learners. *Theory Into Practice*, 47, 102–109.
- Michael Clarke. (2014, 27. mars). The English corner with Michael Clarke: Musical literacy. *Akureyri Vikublað*, bls. 22.
- Niles, L. (2012). The method and the movement. *The Strad*, 123, 34–40.
- Phillips, D. C. K., Bardsley, M. E., Bach, T. og Gibb-Brown, K. (2009). “But I teach math!”: The journey of middle school mathematics teachers and literacy coaches learning to integrate literacy strategies into the math instruction. *Education*, 129(3), 461–472.

- PowerFX Systems AB. (e.d.) *Soundation*. Sótt 5. apríl af <http://www.soundation.com>
- Rogers, G. L. (2004). Interdisciplinary lessons in musical acoustics: the science-math-music connection. *Music Educators Journal*, 91(1), 25–30.
- Sekeres, D. C. og Watson, C. (2011). New literacies and multimediacy: The immersive universe of the 39 Clues. *Children's Literature in Education*, 42, 256–273.
- Stefán Jökulsson. (2012). *Læsi: grunnþáttur í menntun á öllum skólastigum*. Reykjavík: Mennta- og menningamálaráðuneytið og Námsgagnastofnun.
- Taylor, E. (1999). *Tónfræðin: I hluti* (Jón Kristinn Cortez þýddi). Reykjavík: Ísalög. (Upphaflega gefið út 1989).
- Tierney, A. og Kraus, N. (2013). Music training for the development of reading skills. Í M. M. Merzenich, M. Nahum, og T. M. Van Fleet (ritstjórar), *Progress in brain research: Applying brain plasticity to advance and recover human ability* (bls. 209–241). Burlington: Academic Press.
- Wiggins, D. G. (2007). Pre-K music and the emergent reader: Promoting literacy in a music-enhanced environment. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 55–64.

## **Myndaskrá**

Mynd 1. Nótnaheitin á píanói með amerískum og evrópskum rithætti.....	10
Mynd 2. Klukkuskífa og samsvarandi nótnaskífa .....	11
Mynd 3. C-dúr tónstigi á tónaskífu .....	12
Mynd 4. Hringfærsla og hliðrun á C-dúr skala sbr. jöfnur 7 og 9.....	15
Mynd 5. Vinnumynd kennara á töflu .....	26
Mynd 6. Snúningsskífa útbúin af nemendum.....	28
Mynd 7. C-dúr tónstigi teiknaður inn í forritið Soundation.com í vafra .....	29
Mynd 8. Grunnblað sem nemendur nota til að vinna með laglínur.....	31
Mynd 9. Brotabútar sem nemendur klippa út.....	31
Mynd 10. Miserfið dæmi fyrir nemendur.....	32

## **Töfluskrá**

Tafla 1. Kirkjutóntegundir .....	13
Tafla 2. Hringfærsla kirkjutóntegunda .....	16
Tafla 3. Hliðrun uppávið eða niðurávið um ákveðin tónbil .....	16
Tafla 4. Nótналengdargildi og samsvarandi brot .....	18