



Bráðger í stærðfræði

„ ... þá nennti ég ekki lengur að vera á undan“

Ragna Freyja Gísladóttir

Lokaverkefni til M.Ed.-prófs
Kennaradeild



HÁSKÓLI ÍSLANDS
MENNTAVÍSINDASVIÐ

Bráðger í stærðfræði
„...þá nemti ég ekki lengur að vera á undan“

Ragna Freyja Gísladóttir

Lokaverkefni til M.Ed. prófs í grunnskólakennarafræði

Leiðbeinendur: Meyvant Þórólfsson
og Freyja Hreinsdóttir

Kennaradeild

Menntavísindasvið Háskóla Íslands
Júní 2014

Bráðger í stærðfræði

„ ... þá nennti ég ekki lengur að vera á undan“

Ritgerð þessi er 30 eininga lokaverkefni til M.Ed. prófs við
Kennaradeild, Menntavísindasviði Háskóla Íslands

© 2014 Ragna Freyja Gísladóttir

Ritgerðina má ekki afrita nema með leyfi höfundar

Prentun: Samskipti ehf.

Reykjavík, 2014

Formáli

Ritgerðin er verkefni lagt fram til fullnaðar M.Ed. gráðu við Kennaradeild Menntavísindasviðs Háskóla Íslands. Höfundur stundaði nám á stærðfræðikjörsviði og námssviðinu, Nám og kennsla í skóla án aðgreiningar í fjölmenningsarsamfélagi.

Yngri dóttir höfundar byrjaði í skóla fimm ára og kunni þá bæði að lesa og skrifa. Hún fékk reglulega að spreyta sig í lestri í skólanum auk þess sem hún vann heima hjá sér lesskilningsverkefni. Dóttirin var áhugasöm og hafði af þessu mikla gleði. Í 1. bekk skyldunáms stóð henni hins vegar ekki lengur til boða að lesa í skólanum vegna þess að hún þurfti að læra stafina. Þessar breyttu áherslur í náminu fylgdu afleiðingar sem virkuðu neikvæðar hjá unga nemandanum og þær vöktu höfund til umhugsunar. Hann ákvað að kynna sér hvernig skólakerfið væri í stakk búið til að takast á við það þegar nemendur færu fram úr væntingum sem námskráin gerði ráð fyrir. Það var meðal annars viðfangefni B.Ed. ritgerðar höfundar, *Bráðger börn og íslenska skólakerfið*, vorið 2012.

Í þessari ritgerð er höfundur enn að velta fyrir sér nemendum sem hann kys að kalla bráðgera en einbeitir sér nú að kjörsviði sínu, stærðfræði unglinga. Í skóla án aðgreiningar er gert ráð fyrir að allir nemendur eigi möguleika á að stunda nám við hæfi og það er því ekki óeðlilegt að kynna sér hvort sú sé raunin. Skoðuð eru úrræði sem bráðgerum unglungum í stærðfræði standa til boða, héraendis og erlendis. Hvað megi bæta og hvernig, með það að markmiði að greina þarfir bráðgerra nemenda á unglingastigi í stærðfræði og skapa viðeigandi úrræði.

Gögnum var safnað úr fræðilegum heimildum, opinberum gögnum og með viðtölum við fyrrum nemendur og annað skólafólk. Viðtöl þessi fóru fram í febrúar og mars 2014. Viðmælendum færi ég bestu þakkir svo og leiðbeinendum mínum, Meyvant Þórolfssyni og Freyju Hreinsdóttur fyrir góða og gagnlega leiðsögn.

Ágrip

Í ritgerðinni er leitað svara við því hvernig þörfum 13 – 15 ára bráðgerra nemenda í stærðfræði er mætt. Hagnýtt gildi verkefnisins er að auka þekkingu og færni skólafólks til þess að greina þarfir bráðgerra nemenda á unglíngastigi í stærðfræði og skapa viðeigandi úrræði.

Um er að ræða fræðilega ritgerð þar sem stuðst var við fyrri rannsóknir, kenningar, rannsóknaskrif og skýrslur. Einnig var rætt við þrjá afburðanemendur í stærðfræði, skólastjórnanda, fagstjóra í stærðfræði og stærðfræðikennara um stærðfræðinám og kennslu.

Skoðaðir voru þættir sem teljast einkenna bráðgera einstaklinga í stærðfræði og námslegar þarfir þeirra. Einnig var svonefndum goðsögnum (*e. myths*) gefinn gaumur, það er ýmiss konar viðhorfum og skoðunum um stærðfræðilega hæfileika, sem virðast eiga við veik rök að styðjast. Megináhersla er lögð á að greina úrræði fyrir bráðgera unglínginga héraendis sem og erlendis.

Fyrrum nemendur sem rætt var við stóðu vel að vígi námslega í stærðfræði en stunduðu nám í ólíkum grunnskólum. Þeir áttu það sameiginlegt að finnast þeir hvorki hafa haft áhugavert né krefjandi stærðfræðinámsefni í skyldunámi. Þeir voru nokkuð afskiptir og kennararnir ekki eftirminnilegir fyrir að auka áhuga þeirra á faginu. Ef marka má svör þeirra þá hefðu þeir kosið námsefni sem gæfi rými fyrir sköpunargáfu og áhugaverðari hliðar stærðfræðinnar. Aðrir viðmælendur sem rætt var við eru starfsmenn þriggja safnskóla á unglíngastigi. Þeir telja allir að komið sé til móts við þarfir bráðgerra stærðfræðinemenda í skólunum. Engu að síður telja þeir að að gera megi betur, til dæmis með stefnumótun í málefnum bráðgerra nemenda og skýrum verklagsreglum.

Niðurstöður þessarar rannsóknar benda til þess að þrátt fyrir góðan vilja stærðfræðikennara í grunnskólum landsins og metnaðarfulla menntastefnu þá fái ekki allir bráðgerir stærðfræðinemendur á unglíngastigi nám við hæfi.

Abstract

Gifted in math

„... then I didn't want to be ahead any more“

This thesis searches for answers to how the needs of 13 – 15 year old mathematically gifted students are met. The purpose and significance of the project is to enhance the expertise and skills of the educational community to analyse the needs of students of the elementary school in mathematics and provide adequate resources.

This is a theoretical thesis based on previous research, theories and reports. Furthermore, three mathematically gifted students were interviewed, as well as one school administrator, a programme leader in mathematics and a math teacher about learning and teaching mathematics.

Factors that are believed to characterize mathematically gifted students and their educational needs were examined. Among them were so called myths that seems to be supported by weak arguments according to the research literature. Main emphasis was on identifying resources and strategies for meeting the needs of gifted adolescents in Iceland as well as in other countries.

Former students that were interviewed in Febrúary 2014 were well placed academically although they had attended different elementary school and received unlike education in mathematics. They shared the common opinion that the textbooks and other resources in mathematics offered in schools were neither interesting nor challenging on the lower-secondary and secondary level. The interviewees would have opted for more creativity and more challenging problems in their mathematics learning. In March 2014 various members of the personnel of elementary schools were interviewed and they all believed that their proper school had met the needs of mathematically gifted students. Nevertheless, they believed that the system could and should be improved.

The findings indicate that despite the good intentions of math teachers and ambitious educational policy, mathematically gifted students on the lower-secondary level seem not to be receiving appropriate courses of study.

Efnisyfirlit

Formáli	3
Ágrip	5
Abstract	6
Efnisyfirlit	7
Myndaskrá.....	9
Töfluskrá.....	9
1 Inngangur	11
2 Hugtakið „bráðger“	13
3 Greind	17
4 Kenningar um greind	19
4.1 Fjölgreindakenning	19
4.2 Þríþáttakenning	20
5 Kenningar um nám	21
5.1 Jean Piaget	22
5.2 Lev Vygotsky	23
5.3 John Dewey.....	24
6 Menntastefna	25
7 Goðsagnir (<i>e. myths</i>) um bráðgera nemendur	29
8 Bráðgerir nemendur í stærðfræði	33
9 Þarfir bráðgerra barna	37
10 Úrræði	41
11 Grunnskólinn	47
12 Hvernig má bæta stöðu bráðgerra nemenda.....	53
13 Rannsóknin	57
13.1 Viðmælendur	58
13.2 Aðferðafræði	58
13.2.1 Jón.....	59
13.2.2 Ari.....	61

13.2.3	Anna.....	63
13.2.4	Lilja.....	66
13.2.5	Gunnar.....	67
13.2.6	Guðmundur.....	70
13.3	Niðurstöður.....	73
13.3.1	Úrræði/Upplifun.....	73
13.3.2	Úrbætur.....	74
14	Umræða.....	77
15	Heimildaskrá.....	85

Myndaskrá

Mynd 1. Þarfapýramídi Maslow	39
------------------------------------	----

Töfluskrá

Tafla 1. Styrkeikar og ókostir í skólastofunni	15
Tafla 2. Bráðgerir nemendur og nemendur með sérstaka hæfileika	18
Tafla 3. Mismunandi áherslur námskenninga	22

1 Inngangur

Þessi ritgerð fjallar um hvernig skólakerfið mætir þörfum nemenda er farið hafa fram úr væntingum sem til þeirra eru gerðar í stærðfræði. Um er að ræða nemendur sem eru líklegri en aðrir til að hafa getu, vilja og áhuga til að vinna meira, hraðar og kafa dýpra í hin ýmsu viðfangsefni stærðfræðinnar en hefðbundin námskrá gerir ráð fyrir, fái þeir viðeigandi leiðsögn og stuðning. Þeir eru hér nefndir bráðgerir nemendur í stærðfræði. Það skal einnig áréttað hér að höfundur þessarar ritgerðar notar nafnorðið *bráðgerð* sem þýðingu enska orðsins *giftedness*.

Ef tekið er mið af lögum, reglugerðum og námskrám um menntakerfið héraðs þá eiga allir nemendur rétt á því að námslegum þörfum þeirra sé mætt í skólanum. Bráðgerir nemendur eiga rétt á að fá námstækifæri við hæfi, fá tækifæri til að þroska sérhæfileika sína og nýta vel tíma sinn í krefjandi námi (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011, bls. 41).

Í ljósi þessa vakna upp spurningar þegar niðurstöður alþjóðlegra rannsókna á borð við *PISA – kannanir OECD* sýna að íslenskum stærðfræðinemendum á efstu hæfnisþrepum fækkar úr því að vera einn af hverjum sex árið 2003 niður í einn af hverjum níu árið 2012.

Í skólastofu skipar kennarinn lykilhlutverk og fyrir bráðgera nemendur jafnt sem aðra skiptir höfuðmáli að kennarar hafi þekkingu og færni til að koma til móts við þarfir þeirra. Sé það ekki gert er hætta á að slíkir nemendur fái námsleiða sem skilar sér í litlum afköstum, depurð og óæskilegum námsvenjum. Þrátt fyrir það bendir til dæmis rannsókn Farkas og Duffet (2008) til þess að margir kennarar fái litla sem enga faglega þjálfun í kennslu bráðgera nemenda.

Ritgerðin er fræðileg og aðallega er stuðst við fyrri rannsóknir, kenningar, rannsóknaskrif og skýrslur. Hún skiptist í 14 kafla og eru efnistöð eru á þann veg að byrjað er á að skilgreina hugtakið bráðger og þætti sem sagðir eru einkenna bráðgera nemendur. Bent er meðal annars á að styrkleikum þessara nemenda fylgja ókostir í skólastofunni sem oft eru notaðir til að skýra félagsleg vandamál. Stuttlega er fjallað um greind, nám og námskenningar og rýnt er í núgildandi menntastefnu sem leggur áherslu á að skólinn sinni þörfum allra sinna nemenda. Þá er fjallað um svokallaðar goðsagnir (*e. myth*) sem virðast eiga við veik rök að styðjast en er engu að síður oft borið við til dæmis af kennurum þegar verið er að skipuleggja nám

bráðgerra nemenda. Skoðaðir eru þættir sem taldir eru einkenna bráðgera einstaklinga í stærðfræði og námslegar þarfir þeirra. Úrræðum fyrir bráðgera unglunga erlendis og hér á landi eru gerð nokkur skil og velt er upp hugmyndum um hvernig bæta mætti stöðu bráðgerra stærðfræðinemenda í grunnskólum.

Gerð var eigindleg rannsókn til að öðlast betri yfirsýn og dýpka þekkingu höfundar málefninu. Rætt var við þrjá afburðanemendur í stærðfræði, fagstjóra í stærðfræði, stærðfræðikennara og skólastjórnanda um upplifun þeirra af námi og kennslu bráðgerra nemenda. Í lokin er umræðukafli þar sem helstu niðurstöður og hugmyndir að úrbótum eru ræddar í ljósi fræða og rannsókna.

Markmið þessarar ritgerðar er að svara rannsóknarspurningunni: Hvernig mætir skólakerfið þörfum 13 – 15 ára bráðgerra nemenda í stærðfræði – hvað má bæta og hvernig?

2 Hugtakið „bráðger“

Hugtakið bráðger hefur verið notað í mannlýsingum á Íslandi allt frá landnámi, ekki síst lýsingum á börnum og ungmennum sem þótt hafa sýna framúrskarandi hæfileika óvenju snemma á æviskeiði sínu (Meyvant Þórólfsson, 2004). Á seinni tímum hefur það verið notað í menntakerfinu héraendis um óvenju bráðþroska og hæfileikaríka nemendur og þykir hæfa því hlutverki vel. Einnig hefur verið talað um afburðanemendur, nemendur með sérstaka námshæfileika, efnilega nemendur og nemendur sem skara fram úr þegar rætt hefur verið um þennan hóp nemenda í gegnum árin.

Á enskri tungu er orðanotkunin mun fjölbreytilegri. Þar koma fyrir orð eins og *talented, gifted, high ability, high potential, able, very able, exceptional, supernormal, precocious, rapid, quick, prodigy* og *genius* (Sjá t.d. Mandelman, Tan, Aljughaiman og Grigorenko, 2010). Í skýrslu Bailey, Pearce, Winstanley, Sutherland, Smith, Stack og Dickenson (2008) um það hvernig bæta megi nám bráðgera nemenda er gerður greinarmunur á orðunum *gifted* og *talented*. Talað er um að *gifted* nemendur hafi hæfileika fram yfir jafnaldra sína í einni eða fleiri bóklegum greinum. En *talented* er notað ef um óvenjumikla hæfileika er að ræða á sviði íþróttta, tónlistar, hönnunar, sköpunar eða leiklistar. Joan Freeman (2010) segir að margir bráðgerir einstaklingar hafi mikla hæfileika á báðum sviðum og hugtökin skarist því. Freeman (2004) bendir einnig á að skilgreiningarnar séu fjölmargar og ólíkar en þó þær eigi sér mismunandi forsendur beinist þær allar að bráðþroska einstaklingum á einu eða fleiri sviðum. Bráðgerir nemendur eru ekki bara yfir meðalgetu í námi, sýna mikla seiglu og búa yfir mikilli sköpunarhæfni, heldur geta þeir fléttað þessa þrjá þætti saman svo útkoman verður framúrskarandi (Reis og Renzulli, 2010).

Fræðslumiðstöð Reykjavíkur birti skýrslu starfshóps um bráðger börn í grunnskóla árið 2004. Þar eru þau börn sögð bráðger sem sýna framúrskarandi hæfileika, hvort sem er á einu eða mörgum sviðum. Þar segir að bráðger börn séu líklegri en önnur börn til að:

- sýna óvenju snemma miðað við aldur mikla hæfileika á einu eða fleiri sviðum
- hafa sterka innri áhugahvöt og námsárangur sem skýrist ekki síður af eigin náms- og rannsóknarhvöt en áhrifum umhverfisins

- geta unnið úr framandi upplýsingum og geta yfirfært þekkingu, reynslu og innsæi á framandi aðstæður
- hugsa óhlutbundið og eiga auðvelt með að leysa framandi og óvænt verkefni
- fá hlutfallslega háar einkunnir í prófum og öðru námsmati
- vera næm á aðstæður, sýna hluttekningu eða samhygð (e. *empathy*) og hafa áhuga á samfélagsmálum
- vera gagnrýnin og koma auga á ósamræmi eða ósamkvæmni
- vinna skipulega og kerfisbundið
- heillast svo af ákveðnum sviðum náms eða námsgreinum að þau geti ekki stillt sig um að kafa dýpra eða æfa sig meira
- vera rökföst og hafa áhuga á orsakasamhengi
- vera óvenju skapandi og hugmyndarík
- eiga auðvelt með að tjá hugsanir og hugmyndir
- sýna leiðtogahæfileika og sætta deilur
- sýna óvenjulega mikla hæfileika í listum, hönnun eða íþróttum

(Fræðslumiðstöð Reykjavíkur, 2004)

Einnig er þess getið í skýrslunni að þessi viðmið hafi verið borin undir allmarga aðila skólakerfisins og bentu umsagnir til að slíkur listi myndi gagnast kennurum og öðrum aðilum við að finna bráðgera nemendur.

Mogensen (2013) segir ýmsar ástæður fyrir því að það sé alls ekki eins auðvelt og ætla mætti að finna bráðgera nemendur. Þeir séu til dæmis ekkert að sýna snilli sína nema þeir fái örvun og tækifæri til þess (bls. 6). Sumir bráðgerir nemendur reyni að fela getu sína til þess að forðast aukin heimaverkefni eða til að reyna að falla í hópinn – og forðast einelti. Innflytjendur geti átt við tungumálaerfiðleika að etja sem hugsanlega virki sem hindrun. Enn aðrir glími við félagsleg vandamál og lágt sjálfsmat og auk þess geti verið um að ræða erfiðleika varðandi getu, hvatningu, viðhorf og tækifæri.

Einnig bendir Mogensen á að mikilvægt sé fyrir kennara að gera sér grein fyrir því að hverjum styrkleika geti fylgt ókostir í skólstofunni sem oft séu notaðir til þess að skýra félagsleg vandamál sumra bráðgerra nemenda. Tafla 1 sýnir hvernig Mogensen flokkar slíka styrkleika og ókosti.

Tafla 1. Styrkleikar og ókostir í skólastofunni

Styrkleikar	Ókostir
er forvitinn	spyr spurninga sem geta gert lítið úr öðrum
hefur gagnrýna hugsun	er gagnrýnin og sýnir öðrum óþolinmæði
vinnur einn	virðist yfir aðra hafinn /er þrjóskur
man reglur og lausnir	nennir ekki að gera endurtekningar-æfingar
hugsar óhlutbundið	leitar að einfaldari leiðum
hefur miklar væntingar	er fullkomnunarsinni
hefur úthald og þolinmæði í verkefnavinnu	missir áhugann þegar hlutirnir þróast ekki samkvæmt væntingum
einbeitir sér að takmarkinu	verður óþolinmóður ef aðrir tefja fyrir
vinnur út frá mynstrum og tengingum	líkar ekki rútínuvinna, verður fljótt leiður
yfirfærir þekkingu á aðrar aðstæður	setur fram flóknar reglur og kerfi
reynir að stytta sér leið í náminu	verður pirraður í aðgerðarleysi
finnur leiðir sem hitta í mark og spara vinnu	truflar og virðist ofvirkur

(Mogensen, 2013, bls. 9)

Félagsskapur sem kallar sig *Gifted Children* telur að með því að greina bráðgerð snemma sé það ekki bara til hagsbóta fyrir börnin heldur ekki síður fjölskyldur þeirra og samfélagið í heild (Gifted Children, 2014).

3 Greind

Hugtakið greind tengist óhjákvæmilega umræðunni um bráðgera einstaklinga og eiginleika þeirra. Árið 1904 fengu fræðsluþyrirvöld í París Alfred Binet og samstarfsfólk hans til að hanna mælitæki sem gerði mögulegt að bera kennsl á sex ára börn sem hætta var á að næðu ekki tilætluðum námsárangri. Markmiðið var að veita þessum börnum stuðning við hæfi í skólanum. Tækið sem hér um ræðir var fyrsti vísir að svokölluðu greindarprófi sem var endurskoðað árið 1908 og aðlagð með tilliti til aldurspróftaka. Fljótlega var farið að nota það í Bandaríkjunum og sú hugmynd breiddist út að til væri eitthvað sem hétu greind sem hægt væri að mæla á hlutlægan hátt og setja fram í formi einnar tölu, svokallaðrar greindarvísitölu (Armstrong, 2001).

Greindarvísitala var stöðluð með normaldreifingu þar sem meðaltalið var 100 og eitt staðalfrávik 15. Þeir sem höfðu greindarvísitölu frá 85 – 115, þ.e. frá einu staðalfráviki neðan meðaltals upp að einu staðalfráviki ofan meðaltals, töldust hafa meðalgreind. Þeir sem höfðu greindarvísitölu undir 70 flokkuðust greindarskertir en þeir sem náðu 130 stigum eða hærra voru taldir afburðagreindir (Shaffer, 2002).

Matthías Jónasson (1902 – 1990) þýddi og staðfærði greindarpróf af Binet gerð á íslensku. Hann hafði mikla trú á gildi greindarprófa en gerði sér líka grein fyrir því að sú greind sem verið var að mæla þróaðist í „viðfangi við þau verkefni sem mannlegt samfélag, þjóðmenning, tíðarandi, stétt, efnahagur og áþreifanlegt umhverfi bjóða“ (Matthías Jónasson, 1956, bls. 41). Í bók sinni *Greindarpróf og greindarþroski* frá árinu 1956 segir Matthías að aðalmarkmið prófa af Binet gerð sé að mæla þá almennu greind sem skólanám krefjist.

Mensa er alþjóðlegur félagsskapur fólks með óvenju háa greindarvísitölu, eða um 2% þeirra sem hæst mælast í hverju landi. Félagsskapurinn var stofnaður árið 1946 af málafærslumanninum Roland Berrill ásamt vísindamanninum og lögfræðingnum Lance Ware með það að markmiði að mynda ópólitískt samfélag, óháð kynþætti og trúarbrögðum þar sem einstaklingar njóta félagskapar hver við annan og taka þátt í félagslegum og menningarlegum viðburðum. Félagsmenn eru nú yfir 110.000 í 100 löndum. Á heimasíðu *Mensa* er gerður greinarmunur á bráðgerum (e. *gifted*) nemendum og einstaklingum innan þeirra samfélags sem taldir eru búa yfir

sérstökum hæfileikum (*e. students with special qualifications*) á eftirfarandi hátt:

Tafla 2. Bráðgerir nemendur og nemendur með sérstaka hæfileika

Bráðgerir nemandi (Gifted student)	Nemandi með sérstaka hæfileika (Student with special qualification)
er áhugasamur	er ákaflega forvitin
fær góðar hugmyndir	fær „brjálæðislegar“ hugmyndir
er kaldhæðinn	er meinyrtur
svarar spurningum	svarar spurningu með annarri
er meðal þeirra bestu í bekknum	er á undan bekkjarfélögum
á auðvelt með að læra	kann/veit
er vinsæll meðal samnemanda	kýs félagsskap fullorðinna
hefur gott minni	giskar skynsamlega
samþykkir upplýsingar	aðlagar upplýsingar
finnst gaman í skóla	finnst gaman að læra
er hrifinn af skipulögðu námi	líkar flóknir hlutir
hefur hæfileika	hefur marga hæfileika
verður glaður	verður himinlifandi
verður reiður	verður æfur

(Mensa, 2014)

Á þeim rúmlega 100 árum sem liðin eru frá því að Binet kom fram með greindarprófið hafa ýmsar nýjar hugmyndir komið fram um greind og eftir því sem nær hefur dregið nútímanum hafa sérfræðingar gert sér æ betur grein fyrir hversu margslungið hugtak er um að ræða.

Meyvant Þórólfsson styðst við þá skilgreiningu að börn teljist bráðgerir ef þau sýna framúrskarandi hæfileika, hvort sem er á einu eða mörgum sviðum mannlegrar greindar eða eiga einhvern tímann í framtíðinni eftir að sýna framúrskarandi hæfileika. Hér vísar hann til mismunandi greinda einstaklinga og hann heldur því fram, líkt og Joan Freeman, að hæfileikar hafi mögulega ekki uppgötvast eða uppgötvist jafnvel ekki hjá öllum, geti þurft sérstaka greiningu til að finna bráðgerir börn á svipaðan hátt og gerist þegar um börn með sértæka námserfiðleika er að ræða (Meyvant Þórólfsson, 2004; Freeman, 1998).

4 Kenningar um greind

Skilgreining á afburðagreind var lengi vel miðuð við útkomu einstaklings úr greindarprófi, eins og lýst var hér á undan, en á síðari árum hafa greindarpróf verið gagnrýnd fyrir að mæla aðeins einn þátt greindar. Til dæmis sé ekki litið til hæfni á sviði lista, íþróttar eða samskipta auk þess sem ekki sé tekið tillit til utanaðkomandi þátta. Það verður því að teljast eðlilegt að líta til kenninga um margþætta greind eða margar greindir.

4.1 Fjölgreindakenning

Af kenningum um greind er fjölgreindakenning (*e. Theory of Multiple Intelligences*) sálfræðingsins Howard Gardners einna þekktust. Gardner hélt því fram að greind fæli í sér lífsálfræðilega getu til að vinna úr þekkingu/upplýsingum sem hægt væri að nýta til að leysa mál eða skapa afurðir sem hefðu gildi í menningu (Gardner, 1999). Gardner setti fram kenningu sína í bókinni *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences* árið 1983 og byggði hana meðal annars á rannsóknum á heilaskaða þar sem ákveðin svæði heilans höfðu skaddast með þeim afleiðingum að aðeins ákveðin greind lamaðist. Hann taldi að með þeim hefði verið sýnt fram á að hver greind hefði sitt ákveðna svæði í heilanum. Til að styðja það að greindirnar væru aðskildar benti Gardner á að ofvitar hefðu mikla yfirburði í tiltekinni greind en ekki annarri. Hann benti einnig á að greindirnar þroskuðust mishratt (Armstrong, 2001).

Gardner skilgreindi hugtakið greind sem:

- Hæfileika til að leysa gátur og ráða fram úr vanda daglegs lífs.
- Hæfileika til að finna og skapa ráðgátur og þrautir.
- Að geta lagt af mörkum afurð eða þjónustu sem er metin að verðleikum í að minnsta kosti einu menningarsamfélagi

(Gardner, 1983, bls. 60 – 62)

Samkvæmt fjölgreindakenningu Gardners býr hver einstaklingur yfir að minnsta kosti átta greindum en þær eru málgreind, rök- og stærðfræðigreind, rýmisgreind, líkams- og hreyfigreind, tónlistargreind, samskiptagreind, sjálfþekkingargreind og umhverfisgreind. Gardner taldi mikilvægt að viðurkenna og leggja rækt við ólíkar greindir og samspil þeirra á milli.

Armstrong (2001) sagði tilgátu Gardners snúast um hæfileikann til að leysa þrautir eða vandamál annars vegar og hins vegar að hanna afurðir í góðu samspili og samhengi við umhverfið (bls 14).

Fjölgreindakenning Gardners undirstrikar einstaklingsmun nemenda og nauðsyn þess að koma til móts við þá í námi (Armstrong, 2001).

4.2 Þríþáttakenning

Robert Sternberg er höfundur svokallaðrar þríþáttakenningar um greind (*e. Triarchic Theory of Human Intelligence*). Kenning hans byggir á því að greind hafi þrjú meginvið:

- Hið röklega (*e. analytical*) – hæfileikann til að útskýra, gagnrýna, bera saman, greina og meta.
- Hið skapandi (*e. creative*) – hæfileikann til að skapa, uppgötva, hanna, ímynda sér eða setja fram nýjar hugmyndir.
- Hið hagnýta (*e. practical*) – hæfileikann til að nota, framkvæma, beita, nýta, sýna eða prófa.

(Sternberg, 2005, bls. 335)

Sternberg telur að eiginleg greind birtist í glímu mannsins við umhverfi sitt og aðstæður (Sternberg, 2005, bls. 335).

Af ofansögðu má ætla að taka verði tillit til takmarkana greindarprófa og styðjast einnig við aðrar aðferðir við mat á hæfileikum sem geta verið á sviði bóknáms, íþróttar, tónlistar, hönnunar, sköpunar eða leiklistar.

5 Kenningar um nám

Þegar fjallað er um þarfir bráðgerra nemenda, greiningu á þeim og möguleg úrræði er óhjákvæmilegt að taka kenningar um nám inn í myndina og skipulag náms og kennslu í ljósi þeirra.

Svonefnd atferliskenning skipaði stóran sess í mótun kennsluhátta um miðja síðustu öld. Hún byggði á því að þekkingu var jafnan miðlað frá kennara og kennslubók með aðferðum sem byggðu á ytri áhugahvöt. Samkvæmt aðferðafræði þessarar kenningar fólst kennsla í þjálfun og utanbókarlærdómi og kennarinn var því í aðalhlutverki (Ingvar Sigurgeirsson, 2013). Kennarar áttu að miðla upplýsingum sem nemendum var ætlað að meðtaka, æfa og læra, og fengu umbun fyrir í formi hróss, einkunna eða annarra verðlauna.

Hin síðari ár hafa þessar aðferðir þó í auknu mæli vikið fyrir nemenda-miðaðri aðferðum sem kenndar eru við hugsmíðihyggju. Snowman og Biehler (2006) segja hugsmíðihyggju byggja á því að nám sé félagsleg athöfn. Nemendur læra hver af öðrum, uppgötva og finna eigin leiðir og bæta þannig sífellt við þekkingu sína. Nám í anda hugsmíðihyggju byggir ekki síst á því að nemendur hafi val um verkefni og aðferðir og að í félagslegum samskiptum byggi nemendur upp eigin þekkingu, byggða á fyrri reynslu (Eggen og Kauchak, 2003). Nemendur hafi stjórn en beri einnig meiri ábyrgð á eigin námi.

Eins og fyrr segir er áherslan á nemandann og kennari sem kennir í anda hugsmíðihyggju þarf að kynnast sterkum og veikum hliðum nemenda sinna og huga að því hvaða kennsluaðferðir og/eða aðstæður í skólastofunni hvetja hann til að vera virkan í sinni þekkingarleit. Þetta segja Snowman og Biehler (2006) stuðla að því að hver nemandi fái að njóta sín.

Árdís Ívarsdóttir, Hafdís Guðjónsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir (2005) hafa sett saman stuttan lista til glöggvunar og samanburðar á mismunandi áherslum hugsmíðihyggju og atferliskenningar (Tafla 3). Listinn er fyrst og fremst leiðbeinandi fyrir kennara með tilliti til kennsluhátta og kennsluaðferða sem hafa þróast í anda þeirra.

Tafla 3. Mismunandi áherslur námskenninga

Hugsmíðikenning	Atferliskenning
Gagnvirk samskipti nemenda og kennara	Kennarinn útskýrir og sýnir
Nemendamiðað, virkir nemendur, námsval	Kennaramiðað, fræðileg gæði
Merkingabær viðfangsefni	Skýr markmið, ákveðið inntak
Innri hvöt	Ytri hvöt, umbun
Gagnrýnin hugsun og skilningur	Markviss þjálfun
Sjálfsmat nemenda	Samkvæmni, áreiðanleiki, mælingar

5.1 Jean Piaget

Hugtakið hugsmíðihyggja á rætur að rekja til kenninga líffræðingsins Jean Piaget um vitsmunaproska. Með því vísaði hann til þess að börn væru eigin hugsmiðir og að með því að framkvæma hlutina yrði skilningurinn betri (Shaffer, 2002). Hann taldi vitsmuni þroskast vegna ójafnvægis og togstreitu milli skipulagðrar hugsanaheildar, sem hann kallaði skema, og raunveruleikans. Samkvæmt þeirri kenningu er um að ræða atferlisskema, táknbundið skema og aðgerðarskema sem til samans innihalda alla þekkingu og reynslu sem einstaklingurinn hefur af tilteknu fyrirbæri á hverjum tíma. Þessi skemu notar hver einstaklingur á vitrænan hátt til að aðlaga og skipuleggja umhverfi sitt (Wadsworth, 1996; Shaffer, 2002).

Þroskastigum einstaklinga skipti Piaget í eftirtalin fjögur stig:

- skynhreyfistig
- foraðgerðastig
- stig hlutbundinnar hugsunar og
- stig formlegra aðgerða

Þessum stigum er raðað eftir aldurskeiði og hann sagði alla fara í gegnum þau í sömu röð en að einstaklingar dveldu mismunandi stigi fyrir sig. Auk þess kæmust sumir aldrei í gegnum þau öll. Færni einstaklinga telst aukast í réttu hlutfalli við fjölda þroskastiga sem hann hefur farið í

gegnum (Shaffer, 2002). Ætla má að bráðgerir nemendur dvelji styttra á hverju stigi en flestir.

Kennsla í anda kenninga Piaget segir Wadsworth (1996) byggja á því að kennarar geri sér grein fyrir því að þroski einstaklinga er í stöðugri vinnslu og með rétttri meðhöndlun og nægum tíma geti allir lært. Væntingar kennara til nemenda sinna skipta þar miklu máli. Nám á sér stað þegar nemendur finna sína eigin leið út úr þeim ógöngum sem skapast af ójafnvægi milli skema og raunveruleikans til dæmis með innlögn nýs námsefnis. Piaget telur mestan árangur nást ef nemendur fá að uppgötva og prófa á hlutbundinn hátt í sínu námi.

Þeir sem aðhyllast hugsmíðihyggju telja að þekking sé afurð þeirrar merkingar sem einstaklingurinn skapar úr eigin reynslu. Hlutverk kennara sé því að styðja og leiðbeina nemendum í leit að þekkingu, fremur en að miðla henni til þeirra (Snowman og Biehler, 2006).

5.2 Lev Vygotsky

Lev Vygotsky (1896 – 1934) var sálfræðingur og kennari sem í kenningum sínum leitaðist við að útskýra að þroski, þekking og hæfni einstaklingsins miðaðist við leiðsögn, stuðning og gerð hins menningarlega samfélags sem hann lifði í (Shaffer, 2002).

Svæði óráðins þroska (*e. zone of proximal development*) eða þroska svæðið kallaði Vygotsky bilið milli þess sem nemandi getur gert hjálparlaust og þess sem hann getur fái hann leiðsögn. Svokallaðir vinnupallar (*e. scaffolding*) auðvelda nemandanum að ná markmiði sem hann gæti ekki án aðstoðar. Nemandinn fær viðeigandi stuðning þar til hann nær valdi á verkefninu og hægt er að fjarlægja vinnupallana. Aðstoðin getur komið frá kennara eða samnemanda en einnig úr bókum, af vefnum og víðar. Því betur sem aðstoðin hæfir nemandanum því meiri skilning á viðfangsefninu er talið að hann öðlist (Shaffer, 2002). Eðlilegt hlýtur að teljast að hér sé átt við alla nemendur, jafnt bráðgera sem seinfæra.

Áhersla er lögð á að nemendur séu virkir í þekkingarleit sinni. Að þeir hafi tækifæri til að rannsaka og ræða hugmyndir sínar. Mikið er lagt uppúr því að kennarinn kynni sér þekkingu og félagslegan bakgrunn nemandans til þess að hægt sé að meta hvað hann sé fær um að læra þannig að námið hafi tilgang í huga hans (Berger, 1995). Vygotsky taldi hlutverk menntunar vera að sjá til þess að verkefni sem börnum væri falið að leysa lægju rétt utan þroskasvæðisins, því með leiðsögn, ábendingum og viðeigandi stuðningi örvast svæðið og ný þekking eða hæfni verður til (Shaffer, 2002). Það sem

barn getur gert í dag með aðstoð getur það væntanlega gert óstutt á morgun (Pritchard, 2009).

5.3 John Dewey

Heimspekingurinn John Dewey (1859 – 1952) aðhylltist *pragmatisma* en sú stefna hefur verið nefnd verkhyggja hér á landi. Hann stofnaði ásamt konu sinni Alice Chipman tilraunaskóla um aldamótin 1900 sem hafði mikla þýðingu fyrir framsækna uppeldisfræði (Hartman, 1983).

Meginhugtak í kenningu Deweys um nám er þroski og samkvæmt henni er kennsla eitt mikilvægasta hlutverk samfélagsins. Hann hélt því fram að með menntun gæti þjóðfélagið haft gát á og stjórnað þeim gríðarmiklu möguleikum til þroska sem blunda í hverjum nemenda (Hartman, 1983). Reynolds var í huga Deweys grundvallarhugtak í allri heimspeki og sér í lagi allri umfjöllun um inntak, eðli og markmið menntunar. Hann lagði mikið upp úr samfellu í námi byggðri á reynslu og áhuga sem hann sagði vera undirstöðu þess að nemandinn öðlaðist nýja reynslu, þekkingu, færni og viðhorf.

Dewey taldi fyrri þekkingu og reynslu vera efnivið í öflugt tæki til að öðlast skilning á nútíðinni. Hvort sem reynsla er jákvæð eða neikvæð skiptir mestu að hún hafi menntunargildi á þann hátt að hún nýtist til sífelldrar jákvæðrar uppbyggingar. Reynolds hefur þannig áhrif á vitsmuni okkar og viðhorf auk þess sem hún gefur okkur ný tækifæri til náms. Barn sem hefur lært að tjá sig hefur opnað nýjar leiðir til mun víðtækari reynslu (Dewey, 2000).

Dewey var þeirrar skoðunar að ferlið skipti meira máli en útkoman í námi barna og að hlutverk kennarans fælist aðallega í því að vera leiðbeinandi og stuðla að jákvæðu og hvetjandi námsumhverfi (Dewey, 2000). „Hann leggur áherslu á að skipulegt námsefni eigi að vera einskonar vegvísir sem kennarinn styðst við þegar hann bregst við áhuga og reynslu nemenda og reynir að þoka þeim í átt til frekari þroska, þ.e. þegar hann reynir að mennta nemendurna“ (Ólafur Páll Jónsson, 2010).

6 Menntastefna

Ný aðalnámskrá leit dagsins ljós á Íslandi árið 2011 og með henni „ ... ný menntastefna sem hefur að meginmarkmiði að rækta með markvissum hætti þá þekkingu, leikni og viðhorf sem styrkir getu einstaklinga í framtíðinni til að verða gagnrýnir, virkir og hæfir þátttakendur í jafnréttis- og lýðræðissamfélagi“ (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, e.d.). Stefnan mótast af sex grunnþáttum sem eru, læsi, sjálfbærni, lýðræði, jafnrétti, heilbrigði og velferð og sköpun en þeir eru sagðir eiga rætur í gagnrýnni hugsun, ígrundun, vísindalegum viðhorfum og lýðræðislegu gildismati (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011).

Menntastefnan felur það í sér að skólinn skuli sinna þörfum allra sinna nemenda og taki við það tillit til þroska hvers og eins, og er að því leyti ekki frábrugðin fyrstu fræðslulögum sem sett voru á Íslandi árið 1907 (Lög um fræðslu barna nr. 59/1907). Hins vegar fær hæfnihugtakið nú aukið vægi:

Almenn menntun miðar að því að efla sjálfsskilning einstaklingsins og hæfni hans til að leysa hlutverk sín í flóknu samfélagi. Nemendur þurfa að vita hvað þeir vita og hvað þeir geta og vita hvernig best er að beita þekkingu sinni og leikni til að hafa áhrif á umhverfi sitt og bæta það. Hæfni er þannig meira en þekking og leikni, hún felur einnig í sér viðhorf og siðferðisstyrk, tilfinningar og sköpunarmátt, félagsfærni og frumkvæði

(Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011, bls. 23)

Lykilhæfni er sett fram í eftirfarandi fimm liðum:

- Hæfni nemenda til að tjá hugsanir sínar, tilfinningar og skoðanir munnlega, skriflega og á annan hátt. Hæfni til að miðla þekkingu og leikni sinni og flytja mál sitt skýrt og áheyrilega og taka þátt í samræðum og rökræðum.
- Skapandi hugsun og frumkvæði í efnistöfum og úrvinnslu. Hæfni nemenda til að nota þekkingu og leikni, draga ályktanir, áræðni til að leita nýrra lausna og beita gagnrýnni hugsun og röksemdafærslu.
- Hæfni nemenda til að vinna sjálfstætt, í samstarfi við aðra og undir leiðsögn.

- Hæfni nemenda til að nýta margvíslega miðla í þekkingarleit, úrvinnslu og miðlun og nýta upplýsingar á ábyrgan, skapandi og gagnrýnninn hátt.
- Hæfni nemenda til að bera ábyrgð á eigin námi og leggja mat á eigin vinnubrögð og frammistöðu

(Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011, bls. 53)

Kennsluaðferðir og samskiptahættir, námsgögn og kennslutæki eru sögð eiga að beinast fyrst og síðast að því að styðja nemendur í námi en námsmarkmið snúast um hæfni sem viðkomandi öðlast á sínum menntavegi. Hæfnin sem hér um ræðir byggir á eðlislægri forvitni, áhugahvöt, trú einstaklinga á eigin getu og hæfileika til að beita henni í margvíslegum viðfangsefnum á uppbyggilegan hátt. Til þess að árangur náist er bent á að námsumhverfi nemenda þurfi að vera örvandi og uppbyggjandi (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011).

Skýr skil skulu vera milli skólastiga en henti það námi nemenda á þeim að gefast kostur á því að vera á tveimur skólastigum samtímis. Samkvæmt námskránni gegnir kennarastéttin lykilhlutverki þar sem gæði menntunar og árangur skólakerfisins byggist fyrst og síðast á vel menntaðri og áhugasamri fagstétt kennara (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011). Lög um grunnskóla (nr. 91/2008, 2. gr.) kveða á um að nám eigi að stuðla að alhliða þroska allra nemenda, það eigi að fara fram í hvetjandi námsumhverfi þar sem nemendur finna til öryggis og fá notið hæfileika sinna.

Bráðgerir nemendur og nemendur, sem búa yfir sérhæfileikum á vissum sviðum, eiga rétt á að fá námstækifæri við sitt hæfi. Þeir eiga að fá tækifæri til að þroska sérhæfileika sína og nýta tímann til hins ýtrasta með því að glíma við fleiri og flóknari markmið og krefjandi nám á eigin forsendum sem er þeim merkingarbært

(Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011, bls. 41)

Bráðgerir nemendur eiga, eins og aðrir, rétt á að námslegum þörfum þeirra sé mætt í grunnskóla. Samkvæmt menntastefnu Reykjavíkurborgar frá árinu 2008 er gert ráð fyrir að kennarar hafi þekkingu og hæfni til að sinna því hlutverki. „Grunnskólinn er fyrir öll börn á grunnskólaaldri og

skólar búa yfir þekkingu til að sinna öllum nemendum“ (Reykjavíkurborg, 2008).

Í desember 2013 voru birtar niðurstöður ársins 2012 úr *PISA* – könnun *OECD*. Þess háttar könnun er alþjóðleg og gerð á þriggja ára fresti og er ætlað að mæla færni 15 ára nemenda í lestri, náttúrufræði, stærðfræði og þrautalausn. Niðurstöðurnar nú benda til að færni íslenskra nemenda í stærðfræði hafi hrakað frá fyrri könnunum (Almar M. Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson, Óskar H. Níelsson, Júlíus K. Björnsson, 2013). Dr. Andreas Schleicher, aðstoðarframkvæmdastjóri menntamála hjá *OECD* sagði í fréttaviðtali við ríkisútvarpið (RUV, 2014, 3. mars) að bestur árangur næðist í ríkjum þar sem metnaður væri lagður í menntakerfið og kröfur gerðar til nemenda. Hann sagði að lönd sem stæðu sig best í þessum könnunum hefðu miklar væntingar til hvers einasta nemanda auk þess sem mikið væri lagt upp úr menntun kennara og möguleikum þeirra til framhaldsnáms. Þar fengju kennarar einnig hærra laun en þekktist hér á landi og gæði kennslunnar væru sett í forgang.

Þegar unnið er úr *PISA* könnunum er getu nemenda skipt í sex svokölluð hæfnisþrep eftir stigafjölda. Þeir sem slökustu útkomuna fá lenda í fyrsta hæfnisþrepi og þeir sem sýna bestan árangur lenda í sjötta þrepi. Á Íslandi hefur stærðfræðinemendum á efstu hæfnisþrepum fækkað úr því að vera einn af hverjum sex árið 2003 niður í einn af hverjum níu árið 2012 sem má telja verulegt áhyggjuefni. „Það fjölgar hlutfallslega mjög í hópi afar slakra nemenda og fækkar að sama skapi mjög í hópi afburðanemenda“ (Almar M. Halldórsson og fl. 2013, bls. 34).

Um stöðu íslenskra nemenda segir Dr. Andreas Schleicher að margir fái býsna góðar einkunnir hjá kennurum sínum án þess að sýna sérlega góða frammistöðu. Meyvant Þórolfsson, formaður námsbrautar í grunnskóla-kennarafræðum við Háskóla Íslands sagði í viðtali við Ríkisútvarpið nauðsynlegt að hlusta á ábendingar Schleicher og hugsanlega þyrfti að endurmeta kerfi og skipulag í ljósi þessa því grundvallaratriði væri að gefa nemendum réttar upplýsingar um námsárangur (RUV, 2014, 4. mars).

7 Goðsagnir (*e. myths*) um bráðgera nemendur

Susan Assouline og Ann Lupkowski-Shoplik benda á það í bók sinni *Developing Math Talent: A Guide for Educating Gifted and Advanced Learners in Math* (2005) að margar goðsagnir gangi um bráðgera nemendur sem annaðhvort séu skáldskapur eða í besta falli aðeins hálfur sannleikur. Um bráðgera stærðfræðinemendur sé til dæmis algengur sá misskilningur að halda því fram að þeir séu of ungir til að læra algebru, – sé þeim flýtt í námi þá muni þeir eiga við félagsleg vandamál að stríða og – sé þeim leyft að fara hraðar í gegnum námsefnið en jafnaldrar þá muni ekki verða nein stærðfræði eftir til að reikna í menntaskóla. Assouline og Lupkowski-Shoplik telja að ekkert af þessu eigi við rök að styðjast en að þessu sé engu að síður oft borið við af kennurum, stjórnendum og foreldrum þegar verið sé að skipuleggja nám bráðgerra nemenda.

Í veftímaritinu *Gifted Child Quarterly* og víðar má finna athyglisverðar ábendingar um goðsagnir varðandi bráðgera nemendur sem ekki endilega eiga við rök að styðjast. Hér verða nokkrar nefndar.

- Bráðgerir einstaklingar eru einsleitur hópur og bráðgerð er viðvarandi ástand.

Þetta segja Reis og Rezulli (2009) alrangt. Þeir segja bráðgerð ekki vera ástand eða fasta sem búi í nokkrum útvöldum á lífsleiðinni heldur sé um ákveðinn þroska að ræða sem sumir einstaklingar búi yfir. Þeir hafi möguleika á að þroskast frekar við ákveðnar aðstæður og með viðeigandi stuðningi, tíma og fyrirhöfn auk þess sem persónuleg markmið og tækifæri í lífinu skipti máli.

- Bráðgerir einstaklingar eru 3 – 5% af íbúafjölda.

Borland (2009) segir þær tölur vera handahófskenndar og óáreiðanlegar ekki síst vegna þess að skilgreiningar eru margvíslegar og forsendur þeirra ólíkar.

- Einfalt greindarpróf segir okkur allt sem við þurfum að vita um bráðgera einstaklinga. Auk þess er há greindarvísitala stöðugur mælikvarði á hæfileika slíkra einstaklinga.

Worrell (2009) segir það alls ekki vera og máli sínu til stuðnings bendir hann á að framúrskarandi verk séu í eðli sínu margbreytileg og þess vegna þurfi að taka tillit til margra ólíkra þátta þegar þau séu metin.

- Sköpunargáfu er of erfitt að mæla.

Um það segir Treffinger (2009) að vissulega sé áskorun fólgin í því að kanna sköpunargáfu rétt eins og aðra vitsmunalega eiginleika. Þó telur hann það hægt og vel þess virði sé litið til breiddarinnar sem sköpunin býður uppá og auðlegðar sem í henni felst, í samhengi og með tilgang sköpunarinnar í huga.

Á vef *National Association for gifted children* (2008), hér eftir *NAGC*, má meðal annars finna sannleikann um goðsögnina:

- Kennarar sjá um að allir nemendur hafi verkefni við hæfi svo bráðgerum nemendum mun vegna vel í almennum bekk.

Þar segir að jafnvel þótt kennarar séu duglegir við að reyna að koma til móts við alla nemendur þá séu þeir í flestum tilfellum ekki kunnugir þörfum bráðgerra nemenda og viti þess vegna ekki hvernig best sé að koma til móts við þá í skólastofunni. *The National Research Center on the Gifted and Talented* (NRC/GT) komst að því árið 1993 að 61% kennara höfðu enga þjálfun í því að kenna bráðgerum nemendum sem takmarkaði verulega getu þeirra til að koma með krefjandi verkefni fyrir lengra komna nemendur (Archambault, Westberg, Brown, Hallmark, Emmons, og Zhang, 1993). Lítið virðist breytast í þessum efnum því rannsókn Farkas og Duffet (2008) leiddi í ljós að 58% kennara í Bandaríkjunum höfðu einnig þá enga faglega þjálfun fengið í því að kenna bráðgerum nemendum. Þessar niðurstöður staðfesta það sem margar fjölskyldur hafa rekið sig á – að ekki geta allir kennarar fundið og aðstoðað bráðgera nemendur (NAGC, 2008).

Carolyn Coil er kennari, ráðgjafi og rithöfundur sem hefur um langt skeið veitt kennurum, foreldrum, stjórnendum og nemendum ráðgjöf um leiðir og aðferðir til að hámarka megi árangur bráðgerra nemenda í námi. Hún segir að flestir kennarar bráðgerra nemenda telji það vera það erfiðasta, mest

krefjandi, mest þreytandi og mest gefandi verkefni sem þeir hafi staðið frammi fyrir (Coil, 2012). Enn ein goðsögnin segir að:

- Það geti ekki skaðað bráðgera nemendur að hjálpa samnemendum með það sem þeir vita og kunna.

Um þetta segir Coil (2012) að bráðgerir nemendur hafi ekki menntun í kennslufræðum og þó þeir kunni efnið þá sé langt frá því gefið að þeir kunni að kenna öðrum. Þeir geti orðið óþolinmóðir og ergilegir yfir skilningsleysi „nemenda sinna“ á einhverju sem sé einfalt í þeirra huga. Auk þess sem það að hjálpa öðrum tefur þá frá eigin verkefnum sem ættu að vera áhugaverð og krefjandi. Starfshópur Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur frá 2004 sem hér framar er nefndur bendir hins vegar á að gott væri fyrir bráðgera nemendur að hittast á ákveðnum vettvangi til að ræða, sýna, bera saman og kynna eigin verkefni. Það samræmist vel hugmyndum Lev Vygotsky um kosti þess að nemendur hafi tækifæri til að rannsaka og ræða hugmyndir sínar og læri þannig óbeint hver af öðrum (Vygotsky, 1978)

Margar fleiri goðsagnir ganga um nám bráðgerra nemenda. Að lokum skal ein nefnd: Af hverju skyldi það ekki vera sannleikur að:

- bráðgerir nemendur þurfi ekki hjálp – þeim gangi vel einir?

NAGC spyr: Myndir þú senda ípróttastjörnu á Ólympíuleikana án þjálfara? Bráðgerir nemandi þarf á leiðsögn að halda frá vel menntuðum kennara sem ögrar og styður hann í því að þroska og þróa hæfileika sína. Margir bráðgerir nemendur kunna jafnvel stóran hluta af námsefni vetrarins áður en skólaárið hefst. Það getur valdið leiða og ergelsi sem skilar sér í litlum afköstum, depurð og óæskilegum námsvenjum fáir þeir ekki nám og leiðsögn við hæfi. Það er því mikilvægt hlutverk kennara að finna og hlúa að hæfileikum nemenda sinna (NAGC, 2008).

8 Bráðgerir nemendur í stærðfræði

Hugtakið bráðgerir í stærðfræði (*e. mathematically gifted*) vísar til mikilla stærðfræðilegra hæfileika (Benbow og Minor, 1990). Bráðgerir nemendur í stærðfræði eru ólíkir öðrum stærðfræðinemendum hvað varðar eftirfarandi þætti: Hugmyndaauðgi, sveigjanleika við meðhöndlun gagna, andlega snerpu, skipulagsfærni, frumleika í framsetningu, hæfileika til að miðla hugmyndum og getu til að alhæfa (Greenes, 1981).

Nefnd á vegum menntamálaráðuneytis Danmerkur skilgreindi stærðfræðilega hæfni á eftirfarandi hátt:

Stærðfræðileg hæfni er að kunna, skilja, framkvæma, notfæra sér og hafa skoðun á stærðfræði og ólíkum hliðum stærðfræðinnar hvar sem hana er að finna.

Hæfnin felst í því að vera:

- stærðfræðilega þenkjandi
- lausnamiðaður
- fær um að greina og nýta stærðfræðifærni á öðrum sviðum
- fær í rök hugsun
- fær í framsetningu gagna
- fær um að skilja og meðhöndla tákni stærðfræðinnar
- fær um að skilja og tjá sig um stærðfræðileg hugtök
- fær um að nýta sér hjálpartæki stærðfræðinnar

(Westphael, 2013, bls. 23 – 24)

Bráðgerir stærðfræðinemendur eru jafn ólíkir og hverjir aðrir nemendur að sögn Pettersson (2008) og það er alls ekki gefið að hæfileikar þeirra séu öllum ljósir. Til þess að átta sig á bráðgerum stærðfræðinemendum leggur Sheffield (1999) til að haft sé í huga hvort einstaklingar hafi:

- snemma sýnt mikla eftirtekt, forvitni og góðan skilning á magnupplýsingum
- hæfni til að skilja, ímynda sér, og alhæfa um mynstur og tengsl
- getu til að skilja að- og afleiðslu röksemdarfærslu

- getu til að beita ólíkum leiðum og aðferðum
- getu til að beita sveigjanlegum og skapandi aðferðum við stærðfræðileg úrlausnarefni
- úthald og þrautseigju við lausn verkefna
- getu til að yfirfæra þekkingu á nýjar aðstæður
- tilhneingingu til þess að búa til stærðfræðidæmi – ekki bara leysa þau
- getu til að skipuleggja og ígrunda upplýsingar á ýmsa vegu

Greenes (1981) telur unnt að greina mun á greindum stærðfræðinemendum eftir því hversu há greindarvísitala þeirra mælist. Hann raðar þeim í þrjá hópa eftir því hvernig verkfærni þeirra og hugsunarháttur lýsir sér á eftirfarandi hátt: *Góðir í stærðfræði* – ekki endilega neitt sérstaklega greindir. Nemendur sem standa sig yfirleitt vel í skóla en þeirra góði árangur er fyrst og fremst að þakka mikilli vinnu og þrautseigju. *Mjög greindir* – nemendur sem rökstyðja mál sitt vel, leysa gjarnan óvenjulegar þrautir, eru fljótir að tileinka sér nýtt efni og geta nýtt fyrri þekkingu í nýju samhengi. Þeir vinna á margan hátt svipað við lausnaleitir með aðferðum sem aðrir nota ekki – eða geta ekki notfært sér. Þeir geta unnið sjálfstætt langtímum saman. Þeirra hugsun og rökleiðsla er almenn og heilðræn og nýtist við ólík viðfangsefni. Greindarvísitala þessara nemenda myndi mælast um eða yfir 145. *Afburðagreindir* – nemendur sem eru mjög bráðþroska, hafa hlotið litla eða enga kennslu en skila námsverkefnum á við þá sem eru nokkrum árum eldri í venjubundnum námshraða. Þeir eru fljótir að læra og eiga gott með að fjalla um margbrotin, flókin og háþrúð viðfangsefni. Þessir nemendur myndu mælast á greindarprófi með um eða yfir 160 stig.

Sriraman (2005) nefnir enn einn hóp nemenda og staðsetur ofar þeim afburðagreindu og kallar þá stærðfræðilega skapandi. Þar á hann við nemendur sem framleiða og finna nýjar lausnir byggðar á innsæi og setja fram nýjar hugmyndaríkar spurningar um þekkt vandamál.

Sriraman (2005) segir að einstaklingar sem mælist með greindarvísitölu yfir 115 skari fram úr í stærðfræði, geti komið reiðu á það sem kann að virðast sundurlausar upplýsingar, noti fjölbreytta aðkomu og aðferðir og séu líklegir til að finna fleiri en eina lausn á viðfangsefninu. Þeir komi sér oft hjá tímafrekum verkefnum þekkra viðfangsefna og því að þjálfaleikni sem þau hafa þegar náð valdi á. Hins vegar njóti þau áskorunar flókinna viðfangsefna stærðfræðinnar og hafi gaman af að útvíkka þau og finna sjálf upp ný og setja fram. Þau hafi hæfileika til að vinna sjálfstætt og einbeita sér í löngum lotum. Fullkomnunarárátta þeirra og uppbyggileg gagnrýni sé oft blandin næmri glettni.

Stanley (1977) bendir hins vegar á að þótt álykta megi að afburðanemendur í stærðfræði hafi marga samsvarandi greindarþætti og eiginleika þá eru þeir hver um sig í persónulegum og líkamlegum háttum og hyggju jafn innbyrðis ólíkir og hverjir aðrir.

Davidson (2004) áætla um fjölda bráðgerra nemenda:

- 5% bandarískra einstaklinga teljast til greindra, með greindarvísitölu jafna eða hærri en 115, þ.e. með GV – 115 eða hærri,
- einn af hverjum þúsund – eða 0,1% þjóðarinnar teljast mjög greindir með GV – 145 eða hærri og
- einn af hverjum tíu þúsund – eða 0,01% þjóðarinnar teljast til þeirra afburðagreindu.

Með því að nota sömu viðmið verður hér áætlað að um það bil 5% Íslendinga myndu mælast yfir GV – 115 og fylla þann hóp fólks sem venjulega kallast greindur. Hinn 1. janúar 2013 taldi Hagstofan (Hagstofa Íslands, e.d.a) landsmenn vera 321.857 en til einföldunar notum við töluna 320.000. Þá ætti hópur greindra hér á landi að telja um 16 þúsund manns. Samkvæmt skýrslum Hagstofunnar stunduðu 42.320 börn nám í grunnskólum landsins haustið 2012 (Hagstofa Íslands, e.d.b) og af þeim myndu um 2.116 börn teljast til greindra einstaklinga samkvæmt þessu.

Þeir sem mælast með greindarvísitölu yfir 145 teljast til mjög greindra. Aðeins 0,1% mannfjöldans, einn af hverjum þúsund, tilheyrir þeim hópi. Á Íslandi myndu það verða um 320 einstaklingar og í grunnskólanum mætti þá gera ráð fyrir að finna um 40 mjög greind börn.

Þeir sem mælast með greindarvísitölu yfir 160 teljast til afburðagreindra. Í þeim hópi eru einn af hverjum 10 þúsund – þ.e. 0,01% þjóðarinnar eða um 32 manns – og þá samtals í öllum grunnskólum landsins um það bil fjórir nemendur á aldursbilinu frá 6 til 16 ára. Þessar tölur eru þó aðeins birtar hér til viðmiðunar því eins og bent hefur verið á fer fjöldi bráðgerra einstaklinga eftir því hvernig hugtakið er skilgreint.

Sheffield (1999) segir að margir samverkandi þættir geti gefið vísbendingar um stærðfræðihæfileika. Þar er um að ræða hæfni, áhugahvöt, trú á eigin getu og tilraunir eða tækifæri sem viðkomandi fær. Þessa þætti þarf að ýta undir og virkja því þannig megi bæta árangur og fjölga í hópi efnilegra stærðfræðinemenda.

Rannsóknir hafa verið gerðar til að kanna hugsanleg áhrif á sjálfsmynd bráðgerra nemenda að vera einn slíkur í almennum bekk eða margir getumiklir nemendur saman í bekk. Rannsókn Preckel og Brüll (2009) sýndi

að kröfur skólanna höfðu mikil áhrif á sjálfsmat þessarra nemenda en ekki síður kennarinn. Þó virtist sem það hefði góð áhrif á sjálfsmynd bráðgerra nemenda að vera í hópi álíka getumikilla nemenda, þ.e. að fá tækifæri til að glíma við stærðfræðileg viðfangsefni með jafningjum.

Eitt er ljóst, segir Mogensen (2013), að bráðgerir nemendur eru krefjandi fyrir stærðfræðikennara og að huga ætti að mismunandi nálgun í náms-efninu til að mæta þörfum þeirra.

9 Þarfir bráðgerra barna

Bráðgerir nemendur þurfa oft meiri stuðning en aðrir, bæði heima og í skóla en það þýðir ekki að þeir hafi þörf fyrir meira af skipulögðum skóla-verkefnum. Stundum getur það þýtt þörf fyrir meira frelsi og leiðsögn eða að stuðningurinn þurfi að snúast um tilfinningar eða félagslega aðstoð (Gifted Children, 2014).

Í Bandaríkjunum hafa tvær leiðir verið farnar til að koma til móts við þarfir þessara nemenda. Það er annars vegar hröðun í námi og hins vegar breikkun námsefnis. Hröðun í námi leyfir meiri námshraða. Nemandinn getur farið hraðar gegnum hið staðlaða námsefni.

Hins vegar er breikkun námsefnis þar sem nemandinn fer á sama hraða í gegnum hið staðlaða námsefni en fær jafnframt tækifæri til að kafa dýpra í afmörkuð viðfangsefni og/eða fleiri æfingar af svipaðri gerð. Hann fær fleiri viðfangsefni og í fjölbreyttara samhengi.

Árið 2000 sendu *Samtök stærðfræðikennara í Norður-Ameríku* (e. *National Council of Teachers of Mathematics*, hér eftir *NCTM*), frá sér mat á þessum tveimur kostum. Samtökin lögðu til að allir afburðanemendur í stærðfræði yrðu skráðir í námsáfangi þar sem boðin væri aukin dýpt, víðari sýn á stærðfræði og faglegar væntingar eflar (House, 1987). Bent var á leiðir sem skilgreindar hafa verið og notaðar í þessu skyni. Einnig var bent á að í langflestum tilvikum hafi þessi leið komið sér betur fyrir afburðanemendur heldur en sú að láta þá fara hraðar gegnum hina stöðluðu námsleið (Sheffield, 1999).

Samt sem áður segir *NCTM* að fáeinir nemendanna standi enn framar. Þeir beri verulega af í getu sem aðferðir þeirra, spurningar og sjónarmið gefi vísbendingar um. Þeir hafi áhugamál og viðhorf sem geri þeim fært að taka þátt í störfum með öryggi og úthaldi og skara fram úr. Þessum nemendum henti betur að fá bæði meiri námshraða og aukna dýpt í námsefnið (Zollman, 2007).

Framlög stjórnvalda í Bandaríkjunum til þessa verkefnis hafa ekki verið mikil. Yfirvöld telja tvö sent (e. *cent*) ætluð til þess af hverjum 100 dollurum – eða um það bil 0,02% af því sem samtals fer til menntamála. Áætlun stjórnvalda í málefnum bráðgerra nemenda er kennd við Jacob K. Javits og á netsíðu verkefnisins er markmiðinu lýst og þeim viðfangsefnum sem þar geta fengið styrki:

Markmiðið er að halda úti samhæfðri áætlun um vísindalega grundvallaðar rannsóknir, sýniverkefni, frumlegar aðkomur í lausnaleitum og fleira af sama meiddi sem ætlað er að gera grunnskólann og framhaldsskólann hæfari til að mæta sérhæfðum námsþörfum greindra og bráðþroska nemenda. Megináhersla er lögð á þjónustu við þá nemendur sem hættara er við að njóti sín ekki til fulls í sérstökum námsáföngum sem ætlaðir eru greindum og bráðgerum börnum. Einkum er þá átt við nemendur sem koma frá tekjulitlum heimilum, eru ekki vel að sér í tungumálinu eða/og eru fatlaðir á einhvern hátt. Markmiðið er að reyna eftir megni að draga úr því mikla bili sem getur orðið í frammistöðu milli greindarfarslegra jafningja sem lengst ná í námi og störfum

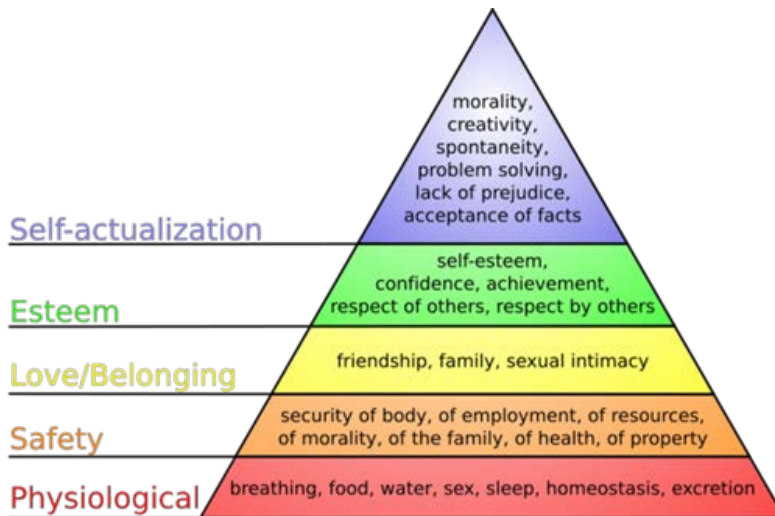
(Javits, 2011, Höfundur þessarar ritgerðar þýddi 2014).

Tvennt gefur forgang þegar styrkir eru veittir til ofangreindra verkefna. Hið fyrri eru áætlanir um þróun, umbætur og eflingu á námslínunum til aðstoðar lakar settum nemendum sem taka þátt í námi fyrir greinda og bráðgera nemendur. Hið síðara er stuðningur við átaksverkefni á einstökum svæðum og byggðum (*e. state and local efforts*) við að bæta þjónustu sína við greinda og bráðgera nemendur (Javits, 2011).

Einfaldasta og ódýrasta aðgerð skólakerfisins til að koma til móts við bráðgera nemendur er að gera þeim fært að fara hraðar hina stöðluðu námsleið. Sú leið virðist víða vera sú eina sem þeim stendur til boða – en jafnvel sú leið virðist ekki alltaf fær. Um miðja síðustu öld hélt Abraham Maslow því fram að hröðun ein og sér uppfyllti ekki allar þarfir þessara nemenda (Maslow, 1954). Hröðun í námi gerði eitthvað fyrir greindarfarslegar þarfir nemandans sem gerði það að verkum að flestir foreldrar myndu þiggja hana. Það þyrfti hins vegar einnig að hjálpa nemandanum að uppfylla tilfinningalegar þarfir svo sem þörfina fyrir að vera metinn að verðleikum og þörfina fyrir að þróa og þroska hæfileika sína og fyrir einstaklinginn svo hann gæti notið sín til fulls.

Í þarfapíramída Maslow (*e. Maslow's hierarchy of needs*) (1954) eru tilgreind fimm þrep, eins og sjá má á mynd 1. Þau fjögur lægri tilgreina þarfir þar sem einstaklinginn skortir eitthvað og þarf að afla þess. Hann þarf mat, hita og svefn (*e. Physiological*), öryggi og staðfestu í umhverfinu (*e. Safety*), ást og umhyggju (*e. Love/Belonging*) og virðingu annarra (*e. Esteem*). Fimmta stigið (*e. Self-actualization*) er hins vegar annars eðlis. Það vísar ekki til einhvers sem hann vantar og þarf að fá. Það vísar til þess sem

hann er, hverjir eru hæfileikar hans og draumar og hver er leiðin til að láta þá rætast. Samkvæmt kenningu Maslow eykst sjálfstraust einstaklinganna eftir því sem þörfunum er betur sinnt og það hefur einmitt mikil áhrif á áhugahvöt og nám (Snowman og Biehler, 2006). Það má því ætla að mikilvægt sé fyrir bráðgera nemendur, sem og aðra, að fá námslegar þarfir sínar uppfylltar í skólanum.



Mynd 1. Þarfapýramídi Maslow

Rannsóknir á áhrifum hröðunar í námi á greind börn sýna yfirleitt að hún hafi nýst bráðgerum börnum til dæmis að þau hafi náð lengra en ella eða hlotið viðurkenningar eða/og komist á enn fleiri og enn dýpri námskeið (Ablard, Mills og Duvall, 1994; Brody, Assouline og Stanley, 1990; Kolitch og Brody, 1992). En neikvæð einkenni sem snúa að tilfinningum, einsemd og vanlíðan hafa einnig komið í ljós en þau áhrif séu þó ekki mikil að mati Ablard, Mills og Duvall (1994) því tækifæri til að láta reyna á skilning sinn og greind þegar leitað er lausna, vegi oft upp hina félagslegu ókosti.

Zollman (2007) segir að hröðun í námi kunni að uppfylla þarfir bráðgera barna fyrir viðurkenningu frá félagslegu umhverfi sínu á meðan þeim þyki tilfinningalegum þörfum sínum fullnægt heima og námsþörfum í skólanum. Hins vegar sé hættu á að þeim þyki þeir ekki ná svo langt sem þeir ættu að ná í að þroska hæfileika sína og persónuleika sinn almennt. Þessir nemendur þurfa sérsniðin námskeið með sérmenntuðum kennurum þar sem sífellt er höfðað til hæfileika þeirra í viðfangsefnum, bæði fræðilegum og persónulegum. Annars er mikil hættu á að þeir verði vanvirkir, geri og

geti minna og nái skemmra en ef þeir hefðu fengið viðeigandi aðstoð. Því fylgir afar oft námsleiði og andúð á skóla, óheppilegar námsvenjur og lítill sjálfsagi (Zollman, 2007).

Rannsóknir hafa sýnt að hætta er á að margir bráðgerir nemendur afreki undir getu en með því er átt við að nemendur geti hugsanlega mun meira en námsárangur þeirra sýnir. Pettersson (2008) fylgdist til dæmis með tveimur stærðfræðinemendum heilan vetur í því skyni að kanna kennslufræðileg áhrif á getu og áhuga þeirra. Nemendurnir voru mjög ólíkir og skipulag, verkefni og kennsluaðferðir höfðu ólík áhrif á námsáhuga þeirra og árangur. Annar nemandinn var sáttur við sína stöðu og vann sig í gegnum verkefni með þrautsegju og úthaldi. Hinn var ekki sáttur við fyrirkomulag kennslunnar né verkefni sem honum var ætlað að vinna og afleiðingin var sú að hann hætti að fylgjast með og vann langt undir getu. Nemandinn fékk svo nýjan kennara sem kom með nýjar áherslur og krefjandi verkefni sem blés í nemandann nýjum þrótti. Með stuðningi, verklagi og verkefnum við hæfi sköruðu báðir þessir nemendur framúr í stærðfræði.

Georgiev (2013, bls. 43) telur þátttöku bráðgera stærðfræðinemenda í stærðfræðikeppnum vera góða leið fyrir þá til þess að auka og dýpka þekkingu sína í faginu. Það sé í raun ómissandi þáttur stærðfræðikennslunnar því með þátttöku í þeim efli nemendur hæfni sína í rökhugsun, greiningu vandamála, skipulagshæfni, framsetningu og samskiptahæfni. Í stærðfræðikeppnum geti nemendur átt von á nýju og áhugaverðu efni sem venjulega er ekki boðið uppá í stærðfræðitímum. Markmiðið með þeim er að:

- Finna, viðurkenna og umbuna framúrskarandi árangur í stærðfræði.
- Bjóða upp á fjölbreytni í stærðfræðikennslu.
- Hjálpa nemendum að dýpka skilning sinn með rökhugsun og
- brúa bil milli stærðfræði ólíkra skólastiga.

Pettersson (2008) bendir á að það sé undir hæfni kennarans komið hvernig nemandanum vegnar í stærðfræði en einnig bendir hún á að afburðanemendur í stærðfræði séu ekki einsleitir hópur. Hæfileiki þeirra í stærðfræði geti verið það eina sem þeir eigi sameiginlegt.

10 Úrræði

Um 20 ríki og háskólar í Bandaríkjunum reka námsbúðir, stofnanir og sumarnámskeið fyrir bráðgera nemendur. Yfirleitt er dýrt að taka þátt, ekki síst að vera í sumarbúðum. Almennur er ekki sérstaklega upplýstur um þessa valkosti eða það sem þar er í boði og varla heldur kennarar og námsráðgjafar. Margir háskólar leyfa bráðgerum nemendum úr framhaldsskólanum að koma í námsbúðir og takast þar á við námsefni háskólans. Þessu fylgir umtalsverður kostnaður fyrir nemendurnar og ekki er algengt að nemendur úr lágtekju-, lágstéttar- eða millistéttarfjölskyldum eigi þess kost að komast að. Fjórir háskólanna, *Duke, Johns Hopkins, Northwestern* og *Denver* leita skipulega að bráðgerum nemendum og háskólarnir *Johns Hopkins* og *Stanford* halda sérstök netvædd fjarnámskeið fyrir bráðger börn (Zollman, 2007).

Að frátöldum þessum afar takmörkuðu úrræðum fyrir bráðgera nemendur í grunn- og framhaldsskóla eru foreldrnir einir um að finna ráð sem geta nýst bráðgeru barni þeirra. Vefurinn hefur í auknum mæli orðið aðal upplýsingagjafinn og þar hafa foreldrar helst fundið námsefni við hæfi. *Háskólinn í Connecticut* og *Duke háskólinn* halda úti vefsíðum með nytsömum upplýsingum og liðsinni við foreldra í þessum efnum (University of Connecticut, e.d.; Duke University, e.d.). Auk þeirra eru sérhæfðar vefsíður sem aðallega er haldið úti af sjálfboðaliðum svo sem *Genius Denied, Davidson Institute for Talent and Development, Resources for Gifted Families, Highly Gifted* og *Twice Exceptional Hoagies Gifted Education* (Rotigel og Fello, 2004).

Einnig er að finna vefsíður sem sérstaklega eru ætlaðar bráðgerum og öðrum áhugasömum nemendum. Vefsíður eins og *Math Forum, Go–Math, Mathlab* og *How Stuff Works* bjóða efni til breiðara fræðasviðs og dýpri þekkingar fyrir áhugasama nemendur sem hafa getu til að vinna sjálfstætt og án leiðsagnar (Rotigel og Fello, 2004).

Blåbjerggårdskolen í Esbjerg í Danmörk, hefur frá árinu 2009 boðið upp á leið fyrir námsfúsa nemendur á unglíngastigi sem þeir kalla *Da Vinci* línuna. Í skólanum eru tveir bekkir í hverjum árgangi á unglíngastigi helgaðir þessari leið. Auk nemenda skólans eiga áhugasamir nemendur úr sveitarfélaginu og víðar kost á að sækja um. Til þess að fá inngöngu er ekki gerð krafa um ákveðna greind heldur er markmiðið að koma til móts við þá sem geta og

vilja læra meira. Sótt er um að undangengnu viðtali þar sem foreldrar og nemendur fá upplýsingar um námsleiðina og greina skólastjóra frá ástæðu fyrir áhuga á þessari leið. Eftir umhugsunarfrest þarf nemandi sjálfur að staðfesta hug sinn.

Nemendurnir sem óska eftir að fara þessa leið:

- telja sig ekki hafa verið í nægilega ögrandi námsumhverfi,
- að ekki hafi verið gerðar nægar kröfur til þeirra,
- að væntingar kennaranna hafi verið of litlar og/eða
- að viðhorf bekkjarfélaganna hafi verið að ekki þyki flott að vera góður námsmaður

Ekki er um að ræða meiri yfirferð á námsefni á *Da Vinci* línunni en áhersla lögð á dýpkun, sem þýðir að kafað er dýpra í afmörkuð viðfangsefni. Mikið er lagt upp úr sjálfstæði nemenda og ábyrgð í námi en allir nemendur fá persónulegan markþjálfva úr hópi kennara. Mikil ánægja virðist vera með þetta námsumhverfi í skólanum auk þess sem það virðist hafa smitandi jákvæð áhrif á vinnubrögð annarra nemenda og starfsmanna skólans.

Da Vinci línan starfar í samvinnu við menntaskóla og einnig er um að ræða nemendaskipti við erlenda skóla og námsferðir (Blábjerggårdskolen, e.d; Nanna Kristín Christiansen, 2014, 26. febrúar). „Það er gaman að vera í skóla þar sem maður er tekinn alvarlega og að vera í bekk þar sem allir vilja læra“, er haft eftir nemanda á *Da Vinci* línunni (Blábjerggårdskolen, e.d.).

KappAbel stærðfræðikeppnin er upprunnin í Noregi. Hún er kennd við norska stærðfræðinginn *Niels Henrik Abel* sem fæddist 1802 og lést aðeins 27 ára gamall í Froland í suðurhluta Noregs. Abel afrekaði margt á sinni stuttu æfi og í dag eru veitt verðlaun í hans nafni, stærðfræðingum sem þykja hafa skarað fram úr á alþjóðavettvangi (*KappAbel*, e.d.a).

Hugmyndin að keppninni vaknaði sumarið 1996 eftir að niðurstaða alþjóðlegu *TIMSS* könnunarinnar leiddi í ljós slakan árangur norskra stærðfræðinemenda. Með dyggri aðstoð stærðfræðikennarafélags Noregs og tækniháskólans í Þrándheimi var keppninni hrint í framkvæmd í heimabyggð *Abel* að hausti 1997 og ári síðar á landsvísu. Árið 2001 bauðst öðrum norðurlöndum að taka þátt og það þáðu meðal annarra Íslendingar með Önnu Kristjánsdóttur í broddi fylkingar (Anna Kristjánsdóttir, e.d.).

Um var að ræða bekkjarkeppni fyrir 14 ára nemendur sem fram fór í hverju landi fyrir sig. Sigurvegarar hvers lands tóku þátt í úrslitakeppni sem vanalega fór fram í Noregi í aprílmánuði. Markmið keppinnar sem hefur

verið aflögð samkvæmt upplýsingum á heimasíðu hennar, *kappabel.com* var að efla áhuga unglunga á stærðfræði og sýna fram á að stærðfræði snúist um fleira en bara að finna rétt svar. Stærðfræði eykur ímyndunarafl og forvitni auk þess sem hún felur í sér uppgötvun. Áhersla var lögð á samvinnu nemenda og fjölbreytileika við lausn verkefna en einnig að nemendur rökræddu bæði lausnir sínar og aðferðir (KappAbel, e.d.b).

Á Íslandi var nafni keppinnar breytt árið 2008 vegna samstarfsörðugleika við stjórnendur keppinnar í Froland en fyrirkomulag hefur alla tíð haldist óbreytt. Keppnin fékk nafnið *BEST, Bekkirnir keppa í stærðfræði*, hér á landi. Hver keppni er helguð ákveðnu þema og afrakstur nemenda aðgengilegur áhugasömum á sýningu þegar úrslit eru ljós. Nefna má að *stærðfræði og íþróttir* var þema fyrstu keppinnar, *stærðfræði og dýr* árið 2008, *stærðfræði og orka* 2011 og 2014 spreyta nemendur sig í *stærðfræði og lýðræði*. Áhugi hefur alla tíð verið mikill og íslenskir nemendur hafa oft náð góðum árangri (Anna Kristjánsdóttir, e.d.).

Aðra stærðfræðikeppni er rétt að nefna, *Kangourou sans Frontières* sem er upprunnin í Frakklandi. Keppnin er alþjóðleg og er hugsuð fyrir nemendur frá fyrsta bekk og upp í framhaldsskóla. Hún hefur verið haldin árlega frá árinu 1994. Árið 2010 voru þátttakendur hátt í sex milljónir í 40 löndum. Keppnin fer alls staðar fram á sama degi, þriðja fimmtudag í mars ár hvert og er þátttökuþjóðum að kostnaðarlausu. Áhugasamir geta fengið efnið sent með rafrænum hætti (Nationellt centrum för matematikutbildning, hér eftir NCM, e.d).

Tilgangur þessarar keppni er að vekja áhuga nemenda á því að leysa stærðfræðileg verkefni. Keppnin er aldurs- og erfiðleikaskipt og allir sem áhuga hafa eru hvattir til að taka þátt. Ekki er um að ræða eiginlega keppni þar sem sigurvegarar eru krýndir heldur er hvatt til samverustundar allra keppenda eftir ánægjulegan dag. Hugmyndin er að allir vinni saman en einnig að verkefnin nýtist í áframhaldandi vinnu í skólanum. Mest er lagt upp úr samvinnu nemenda og umræðum (NCM, e.d.). Íslenskir nemendur tóku þátt í keppninni árið 2002 sem hér gekk undir nafninu *Kengúrustökkið*. Framkvæmd þessarar keppni var einnig í höndum Önnu Kristjánsdóttur (Anna Kristjánsdóttir, e.d.), en höfundur er ekki kunnugt um hvort framhald hafi verið á þessu verkefni.

Áskell Harðarson og Einar Birgir Steinþórsson sem störfuðu báðir við Flensborgarskóla um árabíl hleyptu af stokkunum stærðfræðikeppni fyrir íslenska grunnskólanema í áttunda, níunda og tíunda bekk, vorið 1996. Með því vildu þeir leggja sitt af mörkum til að auka áhuga grunnskólanemenda á

stærðfræði með því að leyfa þeim að glíma við annars konar verkefni en þeir voru að fást við í sínu daglega námi (Einar Birgir Steinþórsson, munnleg heimild 11. febrúar 2014).

Í viðtali við Einar Birgi kom fram að þeir Áskell hefðu séð að miklu leyti sjálfir um undirbúning og framkvæmd keppninar í sjálfboðavinnu. Stefán Freyr Guðmundsson bættist þó í hópinn hin seinni ár og aðstoðaði við að setja saman verkefnin. Keppnin var aflögð árið 2011.

Fyrsta keppnin, sem upphaflega var hugsuð fyrir grunnskólanemendur í Hafnarfirði, var kynnt í skólunum og auglýst að fara ætti fram klukkan tíu á laugardagsmorgni. Einar sagði að ýmsar úrtöluraddir hafi heyrst og menn hafi talið fráleitt að krakkar kæmu á laugardagsmorgni til þess að keppa í stærðfræði. Áhugi nemenda virtist hins vegar ósvikinn og á þessum laugardagsmorgni, þriðju helgi febrúarmánaðar ársins 1996 mættu um það bil 130 nemendur til þess að þreyta fyrstu *Stærðfræðikeppni Grunnskólanna*. Það ár var sama verkefnið lagt fyrir alla árganga unglingsstigs sem strax varð ljóst að ekki var heppilegt. Næsta ár og öll eftir það voru útbúin þrjú ólík verkefni, eitt fyrir hvern árgang.

Sem fyrr segir voru fyrstu þátttakendur úr grunnskólum Hafnarfjarðar en vegna mikils áhuga nemenda úr öðrum byggðarlögum óskuðu aðrir framhaldsskólar eftir samstarfi sem var auðsótt. Framhaldsskólar héldu keppnir fyrir grunnskólanemendur í sínu hverfi, allir á sama tíma en hver skóli sá um framkvæmd á sínu svæði. Einhverjir skólar útbjuggu sínar eigin keppnir í framhaldinu til dæmis *Menntaskólinn í Reykjavík*. Frá upphafi fór þátttaka fram úr björtustu vonum sem Einar sagði sýna að nemendur hafi bæði áhuga og þörf fyrir fleiri verkefni en stendur til boða í hefðbundnu námi.

Einar sagði illa hafa gengið að afla skilnings yfirvalda menntamála og sveitarfélaga á gildi þess að halda keppnir sem þessa og því hafi verkefnið varla nokkra styrki hlotið úr þeirri átt. Forsvarsmenn keppinnar þáðu ekki laun fyrir störf sín við undirbúning og framkvæmd keppinnar en verðlaun voru veitt fyrir styrki frá fyrirtækjum og félagasamtökum. Síðasta keppin í þeirra umsjá var árið 2011 (Einar Birgir Steinþórsson, munnleg heimild 11. febrúar 2014).

Menntaskólinn í Reykjavík hefur um alllangt skeið haldið stærðfræðikeppnir fyrir nemendur í áttunda, níunda og tíunda bekk í grunnskóla með það að markmiði „ ... að auka samstarf við hverfis-skólana og aðra grunnskóla og efla áhuga nemenda á stærðfræði en þessi keppni hefur fengið afar jákvæðar undirtektir og hefur hún skipað sér fastan sess í skólastarfinu“ (Menntaskólinn í Reykjavík, e.d.). *Borgarholtsskóli, Fjölbrotaskóli*

Suðurnesja og Fjölbrautaskóli Vesturlands á Akranesi hafa einnig haldið úti stærðfræðikeppnum fyrir unglíngastig grunnskólanna á sínum svæðum sem nemendur hafa alla tíð sýnt mikinn áhuga á með góðri þátttöku (Borgarholtsskóli, e.d.; Fjölbrautaskóli Vesturlands, e.d.; Fjölbrautaskóli Suðurnesja, e.d.).

Stærðfræðikeppni *Fjölbrautaskóla Norðurlands vestra, Menntaskólans á Tröllaskaga* og 9. bekkjar hefur verið haldin frá árinu 1997. Þar er um að ræða samstarfsverkefni *þessara skóla við grunnskólana á Norðurlandi vestra, Fjallabyggð og Dalvík en Fjölbrautaskólinn á Sauðárkróki* hafði frumkvæði að því að koma keppninni á og annast framkvæmd hennar. Allir grunnskólar í kjördæminu geta tekið þátt með því að leggja til keppendur og annast forkeppni. Þeir sem best standa sig þar komast í úrslitakeppni og geta þar átt von á veglegum verðlaunum. Markmið með keppninni er að styrkja tengsl milli skólanna og atvinnulífsins og hvetja nemendur til dáða í stærðfræðinni. Árið 2014 voru þátttakendur 170 og 15 efstu tóku þátt í úrslitakeppninni. (Fjölbrautaskóli Norðurlands vestra, 2014; Menntaskólinn á Tröllaskaga, e.d.; Stærðfræðikeppni FNV, 2000, 14. apríl).

Skólaárið 2006 – 2007 var blásið til sóknar í ólympíustærðfræði í *Háskólanum í Reykjavík* undir leiðsögn Chien Tai Shill. Námskeiðin voru hugsuð fyrir grunnskólanemendur í fimmta til áttunda bekk. Ólympíu-stærðfræði, sem á uppruna sinn í Bandaríkjunum fer fram í yfir 40 löndum og þátttakendur eru nærri 150 þúsund. Fyrsta árið var eitt námskeið í boði hér á landi en fimm árum síðar buðu 20 skólar auk Háskólans í Reykjavík upp á námskeið í ólympíustærðfræði (Háskólinn í Reykjavík, e.d.a).

Námskeiðunum var ætlað:

- að örva áhuga á stærðfræði
- að kynna mikilvæg stærðfræðileg hugtök
- að æfa meginaðferðir við þrautalausnir
- að þróa stærðfræðilegan sveigjanleika í þrautalausnum
- að styrkja stærðfræðilegt innsæi
- að örva sköpun og hugvit í stærðfræði
- að veita ánægju og spennu með því að takast á við ögrandi verkefni

Um var að ræða 20 vikna námskeið með verkefnum sem byggðust á þrautum sem reyndu á hugmyndaflug og rökhugsun og ætlast var til að nemendur nýttu stærðfræðikunnáttu sína úr skólanum í glímunni við verkefnin. Þeim var ætlað að hjálpa nemendum að byggja upp færni í þrautalausnum og styrkja þannig þrautseigju nemenda og ályktunarhæfni

ásamt hæfileikanum til að hugsa rökrétt (Háskólinn í Reykjavík, e.d.b). „Þetta eru skemmtileg og ögrandi verkefni fyrir þá sem hafa gaman af að glíma við þrautir og að reikna. Áhersla er lögð á ánægju af stærðfræði, innsæi og samvinnu“ sagði Chien Tai Shill í viðtali við Morgunblaðið (Shill, 2007, 27. maí).

Á námskeiðunum fór fram stærðfræðikeppni í hverjum mánuði og þar gátu nemendur unnið sér inn stig sem gat gefið af sér verðlaunapening í lok námskeiðs ef vel gekk. Mikill áhugi var alla tíð á þessi námskeið en vegna niðurskurðar var starfsemin lögð niður (Háskólinn í Reykjavík, e.d.b).

11 Grunnskólinn

Í grunnskólalögum frá árinu 2008 kemur skýrt fram að allir nemendur eiga rétt á námi við sitt hæfi og skólanum sé skylt að koma til móts við bráðgera til jafns við aðra. Allir nemendur eiga rétt á námsefni sem hæfir námsgetu þeirra (lög um grunnskóla nr 91/2008).

Á sama hátt er skýrt tekið fram í *Aðalnámsskrá grunnskóla* að allir nemendur skuli fá nám við sitt hæfi. Að nám komi til móts við einstaklinginn efli hann og þroski og einnig er skýrt kveðið á um að dugmiklir einstaklingar eigi rétt á að ljúka grunnskólanámi einu til tveimur árum fyrir en aldur þeirra segir til um.

Eftirtaldir þrjár leiðir til liðsinnis bráðgerum nemendum eru nefndar í áðurgreindri skýrslu starfshóps Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur: Sveigjanleiki, hröðun í námi og dýpkun/breikkun námsefnis.

Í grunnskólakerfið er innbyggður sveigjanleiki til að sinna einstaklingsmiðuðu námi. Gert er ráð fyrir að viðkomandi skóli skili hverjum nemanda sérstakri námsáætlun þar sem umfang og námshraða hefur verið miðað við þann sérstaka einstakling (Fræðslumiðstöð Reykjavíkur, 2004).

Einstaklingsmiðað nám hefur verið skilgreint sem nám sem felur í sér að kennari kappkosti að koma með sveigjanlegum hætti til móts við einstaklingsbundnar þarfir nemenda. Allir nemendur þurfi því ekki að vera að læra það sama á sama tíma, heldur geti þeir verið að fást við ólík viðfangsefni, misþungt efni og mismunandi námsefni eða unnið hver á sínum hraða, upp á eigin spýtur eða í hópi (Ingvar Sigurgeirsson, 2005).

Þegar rætt er um einstaklingsmiðun er átt við viðbrögð kennara við ólíkum þörfum nemenda. Lykillinn að einstaklingsmiðuðu námi er sveigjanleiki hvað varðar kennsluaðferðir, námstíma, námsefni, verkefni, mat, hópaskiptingu og hópastarf. Jafnframt er mikilvægt að námið og kennslan skipti nemendurnar máli og að það hafi tengingu við þeirra daglega líf. Að það hjálpi nemendum að skilja sjálfan sig betur og umhverfi sitt, nú og í framtíðinni. Að námið bjóði upp á raunveruleg viðfangsefni en ekki tilgangslaugar æfingar. Loks að námið komi nemendum að gagni í einhverju sem skiptir þá máli (Tomlinson, 2003).

Markmið með einstaklingsmiðuðu námi er meðal annars að auka ábyrgð nemenda á eigin námi, efla sjálfstæði og hvetja til þekkingarleitar. Til þess að svo megi verða er að miklu leiti byggt á kennsluháttum sem bjóða uppá

heildstæð verkefni, samþættingu námsgreina, þemavinnu, samkenslu árganga, samvinnu nemenda auk annarra skapandi starfa (Ingvar Sigurgeirsson, 2005). Teymiskennsla er talin falla vel að hugmyndum manna um einstaklingsmiðun og sveigjanlega kennslu. En þar er átt við að tveir eða fleiri kennarar vinni saman að því að leita leiða til að koma til móts við þarfir nemenda. Í teyllum hjálpast samstarfsfólk að, deilir reynslu, fær aðstoð, skipuleggur kennsluna og leysir stór og smá verkefni í sameiningu og í samvinnu – með hagsmuni nemenda að leiðarljósi (Þórhildur Helga Þorleifsdóttir, 2013). Með þessum kennsluháttum er hægt að mæta þörfum nemenda mun betur og þeir ættu því að hagnast á teymiskennslu-fyrirkomulaginu (Goetz, 2000).

Hröðun í námi: Skólakerfið getur leyft bráðgerum nemanda meiri námshraða þannig að hann geti farið hraðar gegnum hið staðlaða námsefni. Um tvenns konar hröðun er að ræða, það er að hækka nemanda um bekk eða bekki en einnig er um að ræða flýtingu í tilteknum námsgreinum eftir áhugasviðum nemandans án þess að hann þurfi að skipta um félagahóp.

Margir skólastjórnendur, kennarar og foreldrar eru uggandi varðandi flýtingarúrræði um bekk/ bekki og veigra sér þess vegna við að beita þessu úrræði. Þeir bera fyrir sig áhyggjum af einangrun og miklu álagi sem það geti valdið bráðgerum nemanda að stunda nám með sér eldri nemendum. Tilfinninga og félagsþroski er jafnvel talin vera í hættu og aðlögunarvandamál eru sögð geta komið upp síðar á skólagöngunni (Neihart, 2007). Ekki eru allir á sama máli í þessum efnum og Gross (2006) bendir til dæmis á að mikil pressa sé á bráðgera nemendur að sýna slakari námsárangur en búast megi við af þeim til þess að vera samþykktir af jafnöldrum en að sú pressa minnki eða hverfi jafnvel eftir að flýting hefur átt sér stað. Best sé þó að flýta snemma á skólagöngunni segir Gross því félagsfærnin lærist á fyrstu árum nemenda í grunnskóla.

Franz Mönks, Irene Ypenburg (2009) og Albert Ziegler (2010) mæla með hröðun í námi. Að þeirra mati skilar þetta úrræði mestu fyrir bráðgera nemendur. Þeir sýni góð félagstengsl og einangrun reynist yfirleitt ekki vandamál í kjölfar flýtingar. Athygli vekur að aðrar rannsóknir á áhrifum flýtingar þar sem nemendum var aðeins flýtt um einn bekk sýndu að þeir voru ekki eins ánægðir og hinir sem flýtt var um tvo bekki eða meira (Gross, 2006).

Námsgreinabundin flýtingaúrræði hafa í auknum mæli staðið nemendum til boða hér á landi undanfarin ár. Með því er átt við að kynnt er fyrir nemendum námsefni á þeirra hæfileikasviði sem ætlað er eldri nemendum. Sem dæmi má nefna ýmsa áfanga á framhaldsskólastigi sem nemendur hafa

val um að taka í efri bekkjum grunnskóla í staðnámi eða fjarnámi. Roger (2007) segir að bráðgerir nemendur í grunnskóla sem fá greinarbundna flýtingu, sérstaklega í vísindum og stærðfræði sýni mikla framför í námsárangri.

Áhyggjur skólastjórnenda, kennara og foreldra varðandi flýtingarúrræðið eiga eflaust við í einhverjum tilvikum en samkvæmt rannsóknum virðast meiri líkur en minni á því að bráðgerum nemenda sem flýtt er um bekk eða bekk muni farnast vel. Mikilvægast hlýtur að teljast að nemandanum líði vel í skólanum og að hann fái nám við hæfi í skóla án aðgreiningar.

Breikkun og dýpkun námsefnis: Dýpka (kafa dýpra í afmörkuð viðfangsefni) og/eða breikka (fleiri æfingar af svipaðri gerð) það námsefni sem um er að ræða (Fræðslumiðstöð Reykjavíkur, 2004). Þótt nemandinn fari á sama hraða í gegnum hið staðlaða námsefni þá fái hann fleiri viðfangsefni og í fjölbreyttara samhengi.

Vel má spyrja hversu mikið nám fari fram þegar úrræðinu breikkun námefnis er beitt en ef verkefnið höfða sérstaklega til nemandans er ekki endilega víst að um slæman kost sé að ræða. Freeman o. fl., (2010) benda hins vegar á að bráðger börn séu oft fljótari en önnur börn að tileinka sér nýja efnisþætti og þurfa því síður á endurtekningu að halda en meðal-nemandinn.

Öðru gildir um dýpkun námsefnis þar sem nemandi hefur tækifæri til að kafa dýpra og auka skilning sinn á viðfangsefninu. Þar gæti rökhugsun, sköpunarhæfni og ímyndunarafli nemenda fengið að njóta sín til dæmis í þrautalausnum. Einnig myndi vinna af þessu tagi vera tilvalið tækifæri til þess að æfa sjálfstæð vinnubrögð og hvetja til rannsóknarvinnu sem mikilvægt hlýtur að teljast fyrir áframhaldandi nám.

Af þessu tilefni er rétt að geta þess að árið 2005 gáfu Áskell Harðarson og Stefán Freyr Guðmundsson ásamt Eyvindi Ara Pálssyni út nýtt kennsluefni í stærðfræði, *Punktur og tölur* sem sérstaklega var hugsað fyrir dugmikla stærðfræðinemendur. Um var að ræða þrjú hefti af efni sem vanalega er ekki boðið uppá í grunnskóla. Markmið með útgáfunni var að bjóða nemendum upp á næg verkefni að glíma við og að gefa þeim kost á að breikka og dýpka þekkingu sína umfram það sem námskráin segir til um. Auk þessa telja höfundar námsefnið henta vel sem undirbúningur undir þátttöku í stærðfræðikeppnum framtíðarinnar sem þeir telja tilvalda leið til að auka áhuga nemenda á greininni (Áskell Harðarson, Eyvindur Ari Pálsson og Stefán Freyr Guðmundsson, 2005). Höfundur veit þó ekki til þess að skólar nýti sér almennt þetta námsefni enda einungis fimm grunnskólar á landinu sem eiga eintök af bókinni samkvæmt Landskerfi bókasafna, leitir.is.

Samantekt Freeman, Raffan og Warwik (2010) um stefnur og þróun á viðhorfi til bráðgerra nemenda bendir til þess að gott sé að sameina úrræðin, flýtingu og dýpkun því þau virki vel saman og gott sé að aðlaga þau aðstæðum.

Fyrirgreindur starfshópur á vegum Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur (2004) kannaði úrræði grunnskólanna til handa bráðgerum nemendum í Reykjavík í upphafi árs 2004 og komst að því að:

- 42% skóla getuskipta í hópa á unglingsstigi.
- Í 80% skóla með unglingsstig, taka nemendur áfanga í framhaldsskóla.
- Þriðjungur skólanna notast við hraðferð/hægferð og
- annar þriðjungur við fjarnám.
- Einnig hafa allmargir skólar komið til móts við bráðgera unglinga með því að aldursblanda í verklegum greinum og/eða nota þemun.

Könnun sem gerð var tveimur árum fyrr á vegum Menntamálaráðuneytis (2002), um úrræði grunnskóla fyrir afburðanemendur leiddi í ljós að skólustjórar í skólum sem buðu upp á úrræði fyrir bráðgera nemendur töldu einstaklingsmiðun vera þá leið sem bestan árangur gæfi en einnig að getuskipta eftir námsárangri innan bekkjar og bjóða upp á viðbótar-námsefni. Það vekur samt athygli að rúmur helmingur skólustjórna taldi úrræðin aðeins skila takmörkuðum árangri. Það virðist því full þörf á að halda umræðunni áfram um úrræði fyrir bráðger börn.

Katrín Fjóra Guðmundsdóttir kannaði viðhorf tveggja bráðgerra nemenda sem luku tíunda bekk vorið 2003 og foreldra þeirra með það að markmiði að varpa ljósi á hvort foreldrar bráðgerra barna hefðu áhrif á námsárangur barna sinna. Hvers konar nám og kennsla hentar bráðgerum nemendum og hvaða upplifun foreldrar og bráðgerir nemendur hafa af þeim námsúrræðum sem skólinn býður þeim.

Meginniðurstöður rannsóknarinnar voru meðal annars þær að:

- Foreldrarnir gera miklar kröfur til góðs námsgengis barnanna. Þeim þykir bóklestur og nám mikilvægt og góð menntun vera lykilatriði.
- Börnunum þykja foreldrar sínir góðar fyrirmyndir.
- Foreldrarnir voru ánægðir með skólagöngu barna sinna og töldu skólann standa sig vel. Þrátt fyrir þau ummæli þykir foreldrum barnanna skorta frumkvæði frá skólanum í málefnum getumikilla nemenda.

Nemendunum var sjaldan boðið annars konar verkefni en jafnöldrum í skólanum. Bæði börnin töldu að of mikill tími færi í að sitja og gera ekki neitt í skólanum þegar þau höfðu lokið verkefnum langt á undan skólafélögunum. Ekki virtist mótuð stefna í skólunum í málefnum bráðgerra nemenda. Það sem nemendurnir töldu koma getumiklum nemendum til góða var:

- Ef kennarar gerðu meira af því að draga aðalatriðin út úr námsefni.
- Fá meira krefjandi verkefni til að minnka hættu á eirðarleysi.
- Fá verkefni sem reyndu meira á hugsunina en ekki fleiri verkefni.
- Fá að fljóta með efri bekk í ákveðnum fögum sem þeir væru góðir í

(Katrín Fjóra Guðmundsdóttir, 2005)

12 Hvernig má bæta stöðu bráðgerra nemenda

Í menntastefnu Reykjavíkurborgar frá árinu 2008 er bent á að grunnskólar landsins búi yfir þekkingu til að sinna öllum nemendum (Reykjavíkurborg, 2008). Nanna Kristín Christiansen segir í vef tímaritinu Krítinni frá námskeiði sem hún sótti hér á landi fyrir um það bil áratug um kennslu nemenda með sérþarfir og bráðgerra nemenda. Hún segir það hafa komið sér á óvart að fyrirlesarinn Ellen Winner hafi sagt að bráðgerum nemendum „...leiddist oft í skóla þar sem þau fái ekki nám við hæfi og séu því oft í hópi þeirra sem verði „dropouts“. Of oft verði þessir einstaklingar vansælir, hæfileikar þeirra algerlega vannýttir og þeir utan garðs í samfélaginu“ (Nanna Kristín Christiansen, 2014, 23. febrúar).

Af þessu tilefni veltir Nanna Kristín því fyrir sér hvort hugsanlegt sé að bráðgera nemendur vanti talsmenn í skólakerfinu – einstaklinga sem hafa skilning á hlutskipti þeirra og geta sett sig í spor þeirra (Nanna Kristín Christiansen, 2014, 23. febrúar). Það er því eðlilegt að íhuga hversu vel kennarar þekkja einkenni og námslegar þarfir bráðgerra nemenda og hvort þörf sé að bæta þar úr. Ekki síst vegna þess að í skóla án aðgreiningar er hver og einn kennari, kennari bráðgerra nemenda og mikilvægt verður að teljast að þeir fái fræðslu sem hjálpar þeim að finna þessa nemendur og veita þeim aðgang að örvandi, krefjandi og þroskandi námi.

Inga Berg Gísladóttir (2014) komst að því í meistaraverkefni sínu, *Afburðarárangur í námi, Tengsl við skuldbindingu framhaldsskólanema til náms og skóla, þörf fyrir námsráðgjöf, þátttöku í skipulögðum áhugamálum og uppeldisaðferðir foreldra*, að afburðanemendur væru um margt ólíkir öðrum nemendahópum. Þeir hefðu til dæmis að jafnaði meiri metnað og skýrari framtíðarsýn auk þess sem þeir væru jákvæðari í garð skóla en aðrir nemendur. Niðurstöður sínar sagði Inga:

„ ... benda til að mikilvægast sé að leggja áherslu á að afburðanemendum sé boðið upp á nægilega krefjandi verkefni í skólanum og verkefni sem henta þeirra áhugasviði. Mjög mikilvægt er að reyna eftir fremsta megni að koma í veg fyrir að nemendur missi áhugann á náminu“

(Inga Berg Gísladóttir, 2014)

Pettersson (2008) telur hæfni kennara þann þátt sem mestu skipti fyrir þróun nemenda í stærðfræði og Mogensen segir kennara þurfa að spyrja sig eftirfarinna spurninga:

- Hvernig þekki ég þessa einstaklinga?
- Hvar liggja styrkleikar þeirra, reynsla og áhugasvið, hvaða byrjunarskilningi má gera ráð fyrir?
- Hvaða markmið get ég sett, hugsanlega í samvinnu við nemendur?
- Geta þessir nemendur tekið þátt í að skipuleggja sitt eigið nám og kennslu?
- Munu þessir nemendur hagnast á einhvern hátt af skipulagi kennslunnar?
- Gera þessir nemendur ákveðnar kröfur um hlutverk mitt sem kennara?
- Er sérstök gerð verkefna sem þessir nemendur hagnast mest af?
- Á ég að finna sérstakt námsefni eða á ég að nýta hjálpartæki eins og fjarnám?
- Hvernig á að meta vinnu þessara nemenda?

(Mogensen, 2013, bls. 4)

Kennarar þurfa að vita hvernig hægt er að sinna þörfum nemendanna og þeir þurfa að hafa getu, metnað, áhuga og vilja til þess að sinna öllum nemendum á þeirra forsendum eins og lög um grunnskóla og aðalnámskrá kveða skýrt á um að eigi að gera.

Fyrir tíu árum kom út fyrrgreind skýrsla starfshóps á vegum Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur. Hópurinn hafði það hlutverk að skilgreina hvað átt er við þegar talað er um bráðger börn og áður hefur komið fram, en einnig að móta tillögur um það hvernig koma mætti til móts við þarfir þeirra innan grunnskólans með krefjandi og ögrandi verkefnum.

Tillögur starfshópsins beindust að því:

- Að skólar kynntu markvisst fjölbreytileika og einstaklingsmun, bæði í skólanámskrá og í almennri umræðu.
- Að litið væri á bráðgera nemendur sem eðlilegan samstarfshóp í skólastarfinu, stolt skólans og styrk út á við.
- Að fela ákveðnum aðila ábyrgð á því að sinna bráðgerum nemendum.

- Að finna verkefninu stað og tíma í starfsáætlun og stundatöflum þar sem nemendur gætu leitað aðstoðar við að dýpka þekkingu sína í verkefnavinnu og upplýsingaleit.
- Að bráðgerir nemendur fengju tækifæri til að hitta jafninga sína á ólíkum aldri.
- Að þeim væri gert auðveldara að flýta sér í námi.

Starfshópurinn lagði einnig til ýmis þróunarverkefni eins og að:

- Setja upp vefsíðu með gagnlegum upplýsingum, verkefnum og námsgögnum.
- Koma á fót móðurskóla sem veiti öðrum skólum ráðgjöf.
- Halda námskeið fyrir grunnskólakennara um bráðger börn, þarfir þeirra og möguleg viðfangsefni.
- Búin verði til vettvangur þar sem bráðger börn úr skólum Reykjavíkur komi saman til að ræða ákveðin málefni, sýna og kynna verkefni og bera saman niðurstöður.

(Fræðslumiðstöð Reykjavíkur, 2004).

Loks segir í skýrslunni að viðbrögð skólayfirvalda til þess að rétta hlut þessa nemendahóps eigi að felast í stefnumótun um framkvæmd og stuðningi við skóla til að fylgja framkvæmdinni eftir. Höfundurinn finnst frekar dapurt að nú, tíu árum eftir að þessar hugmyndir komu fram skuli þær enn ekki vera orðnar að veruleika, nema að mjög litlu leyti. Einhverjir skólar á Íslandi hafa gert áætlun um hvernig koma skuli til móts við bráðgera nemendur og er það vel en óljóst er hvernig þessum áætlunum er framfylgt. Aðgerðir eins og hér hefur verið vísað til virðast enn eiga langt í land.

Árið 2010 hafði þriðji hver skóli í Danmörku áætlun um það hvernig bráðgerum nemendum skuli sinnt en gæðin virðast þó ófullnægjandi því kennarar halda áfram að skipuleggja kennslu sína eftir þörfum meðal-nemandans (Henriksen, 2010, 7. ágúst). Hvað varðar áætlanagerð virðast frændur okkar Danir því standa okkur framar en eftirfylgni og framkvæmd virðist sambærileg raunveruleikanum í íslenskum skólum segir Nanna Kristín Christiansen (2014, 23. febrúar).

Nýta þarf þann sveigjanleika sem skólakerfið býður upp á og hvetja til rannsakandi og skapandi kennsluhátta. Nemendur eiga að geta dýpkað og eflt þekkingu sína og hugsun í stærðfræði með því að rannsaka viðfangsefni, finna reglur og mynstur og fræðast um stærðfræðinga svo eitthvað sé nefnt. Þá ættu þeir einnig að geta notað sköpunarhæfileika sína með því að

hanna, byggja og skapa hluti og nota til þess kunnáttu sína í stærðfræði. Til þess að svo megi vera þurfa kennarar að hafa í huga að stundum þarf að fara út fyrir hefðbundna námskrá til að finna áhugavekjandi viðfangsefni fyrir bráðgera nemendur. Auk sveigjanleika í námi getur grunnskólinn boðið upp á hröðun og breikkun/dýpkun námsefnis fyrir bráðgera nemendur sína. Að hækka nemendur um bekk eða bekki hefur minna verið notað og helstu ástæður þess eru að talið hefur verið að þeir aðlagist síður félagslega þegar þetta úrræði er notað. Rannsóknir sýna þó að þessa afstöðu sé hugsanlega vert að endurskoða því kannski er þetta einmitt það sem bráðgerum nemendum kemur best. Dýpkun námsefnis, með eða án flýtingu er úrræði sem höfundur þykir vert að nýta betur en gert er nú.

Af því sem hér að framan hefur verið sagt má ljóst vera að allir nemendur eiga rétt á því að skólinn sinni námslegum þörfum þeirra og taki við það tillit til þroska hvers og eins. Bráðgerir nemendur eins og aðrir nemendur eiga rétt á því að fá námsefni við hæfi og þeir hafa þörf fyrir leiðsögn, stuðning og hvatningu í sínu námi. Að öðrum kosti er hætta á leiða og ergelsi sem skilar sér í depurð, litlum afköstum og óæskilegum námsvenjum (NAGC, 2008).

Eins og fyrr er sagt þá eru bráðgerir stærðfræðinemendur að ýmsu leyti ólíkir öðrum stærðfræðinemendum. Til dæmis hvað varðar hugmyndaflug, skipulag, frumleika, sveigjanleika og rökfærslu. Þessa eiginleika og fleiri er mikilvægt að kennarar þekki og ekki síður er nauðsynlegt að þeir geti greint þarfir þessara nemenda og hafi auk þess þekkingu og færni til þess að skapa viðeigandi úrræði.

Í viðtalsrannsókn þeirri sem hér fer á eftir var leitast við að fá sem besta sýn af upplifun viðmælenda af úrræðum sem standa bráðgerum nemendum til boða í stærðfræði. Rannsóknin var hugsuð til að varpa frekara ljósi á það hvernig þessum málum sé háttað hér á landi auk þess að heyra af hugmyndum viðmælenda um það sem þeir teldu að betur mætti fara og myndi þjóna betur þörfum bráðgerra nemenda í stærðfræði en það sem nú er gert.

13 Rannsóknin

Til þess að varpa frekara ljósi á það hvernig þörfum bráðgerra nemenda í stærðfræði á unglingastigi er mætt í grunnskólum á Íslandi leitaði höfundur álits nokkurra einstaklinga. Markmið þess var að kynna núverandi úrræðum en ekki síður hvað megi bæta og hvernig. Hagnýtt gildi rannsóknarinnar er að auka þekkingu og færni skólafólks til þess að greina og mæta þörfum bráðgerra nemenda á unglingastigi í stærðfræði. Rætt var við þrjá afburðanemendur í stærðfræði, fagstjóra í stærðfræði, stærðfræðikennara og einn skólustjórnanda.

Eins og fram kom í formála þessarar ritgerðar þá byrjaði yngri dóttir höfundar í skóla fimm ára gömul og kunni þá bæði að lesa og skrifa. Þrátt fyrir að hafa fengið að njóta þess í skólanum, það skólaárið til dæmis í lestrarhópi með jafningjum þurfti hún að læra stafina, í sama skóla og með sama kennara, ári síðar. Höfundur hefur í kjölfar þessarar reynslu haft tilfinningu fyrir því að færni kennara til að koma til móts við getumikla nemendur kunni að vera ábótavant. Þó kappkostað hafi verið við gerð þessarar ritgerðar að gæta hlutleysis í umfjöllun og í viðtölum verður að viðurkennast að viðhorf höfundar til málefnsins hefur áhrif og nálgun viðfangsefnisins gæti litast að þeim viðhorfum. Þetta kann að veikja niðurstöður þessarar rannsóknar en þó er ekki óhugsandi að sú staðreynd að höfundur er í svo nánnum tengslum við námslega sterkan einstakling og þekkir þarfir hans sé einnig styrkur hennar.

Hér var einungis rætt við sex einstaklinga, þrjá sem voru starfandi í skólum þegar viðtölin voru tekin og þrjá fyrrum nemendur. Þó að viðmælendur hafi allir stundað nám eða starfað í ólíkum skólum þá er hér um að ræða mjög takmarkaðar upplýsingar úr fáum skólum og engin leið að alhæfa um úrræði í öllum grunnskólum landsins út frá upplýsingum sem þar komu fram. Auk þess sem hugsanlegt er að áherslur í stærðfræðikennslu hafi breyst í skólum viðmælenda á þeim 4 – 6 árum sem liðin eru frá því nemendurnir luku grunnskólanámi sínu. Segja má að í þessu felist veikleikar þessarar rannsóknar. Þess ber þó að geta að markmið rannsóknarinnar var ekki að geta alhæft út frá niðurstöðum heldur að öðlast betri yfirsýn yfir málefnið. Einnig að kanna hvort upplifanir viðmælenda renndu jafnvel styrkari stoðum undir þá tilfinningu sem höfundur hafði í þessum málum og það sem hann hafði lesið sér til um við gerð þessarar ritgerðar – að úrbóta væri þörf.

13.1 Viðmælendur

Sendur var tölvupóstur til nokkurra einstaklinga á aldrinum 18 ára til 21 árs sem falla undir viðmið höfundar um bráðgera nemendur í stærðfræði. Þeir höfðu allir tekið þátt í Ólympíuleikum í stærðfræði fyrir Íslands hönd.

Í tölvupóstinum var verkefnið kynnt og markmið þess einnig. Spurt var hvort viðkomandi væri reiðubúinn að taka þátt í viðtalsrannsókn þar sem rifjað yrði upp stærðfræðinám hans eða hennar úr grunnskóla, einkum af unglingastigi. Einnig hvort þeim hefði fundist þörfum sínum vera mætt og þá hvernig eða hvers vegna ekki. Hvort, hvernig og hvað hefði mátt gera betur eða öðruvísi og einnig hvað þeim fyndist skipta mestu máli varðandi stærðfræðikennslu áhugasamra unglunga. Jákvæð svör bárust frá þremur einstaklingum, tveimur piltum og einni stúlku. Þeim var þá boðið að velja viðtalsstað sem þau kusu öll að hafa á ólíkum kaffihúsum í miðborg Reykjavíkur.

Einnig var sendur tölvupóstur til fagstjóra í safnskóla á unglingastigi og óskað eftir viðtali en viðkomandi var einnig gefinn kostur á því að svara nokkrum spurningum skriflega sem hann kaus að gera. Við nokkrum spurningum var óskað frekari skýringa sem var auðsótt mál, einnig skriflega. Hringt var í aðra tvo, stærðfræðikennara og skólastjórnanda sem tóku vel í að veita viðtal um málefni bráðgera stærðfræðinemenda í sínum skólum. Spurt var meðal annars hvort skólinn hefði mótað stefnu í málefnum bráðgera nemenda, hvort og hvernig henni væri framfylgt. Hvort þeir teldu bráðgera stærðfræðinemendur fá nám við hæfi í skólanum og hvort eitthvað mætti bæta eða gera öðruvísi en nú væri gert og viðkomandi teldi þjóna betur þessum hópi nemenda. Viðtölin fóru fram á vinnustað viðmælenda.

13.2 Aðferðafræði

Rannsóknin er eigindleg en slíkar aðferðir einkennast meðal annars af viðtölum og túlkandi niðurstöðum rannsakanda (Lichtman, 2012; Bogdan og Biklen, 1992). Tilgangur þeirra er að lýsa, skilja og túlka mannlegar aðstæður, hegðun og samskipti (Lichtman, 2012).

Notast var við hálf opin viðtöl þar sem rannsakandi studdist við ákveðnar grunnspurningar sem hann leitaði svara við en gat hvenær sem var vikið út frá þeim til að spyrja nánar út í atriði sem honum þóttu áhugaverð eða hann vildi fá nánari skýringar á (Lichtman, 2012). Þannig viðtöl stuðla að opnara og óþvingaðra samtali. Viðtalsrammann útbjó höfundur með rannsóknar-

spurninguna í huga og með það að markmiði að varpa sem bestu ljósi á hug viðmælenda til viðfangsefnisins.

Viðtölin voru tekin í febrúar og mars árið 2014 og réðu viðmælendur staðsetningu. Tilgangur þess var að stuðla að afslöppuðu andrúmslofti því mikilvægt er að viðmælendum líði vel á viðtalsstað. Höfundur taldi að með þessum hætti yrðu viðtölin eins óþvinguð og frekast var unnt. Hvert viðtal tók um það bil hálfu klukkustund og var hljóðritað að fengnu leyfi viðmælenda og afritað að því loknu. Nöfnum viðmælenda var breytt til samræmis við lög um persónuvernd og meðferð persónuupplýsinga. Leitað var upplýsts samþykkis þátttakenda, þeim gerð skýr grein fyrir vali þeirra, hvað fælist í þátttöku þeirra, hvað yrði um gögnin sem söfnuðust og hvernig væri gætt nafnleyndar.

Hér á eftir fer úrvinnsla höfundar úr hverju viðtali fyrir sig.

13.2.1 Jón

Jón var á tuttugasta og fyrsta aldursári þegar þetta viðtal var tekið og hann stundaði nám í stærðfræði við Háskóla Íslands. Við hittumst á litlu, notalegu kaffihúsi á höfuðborgarsvæðinu þar sem Jón kaus að hitta mig og veita mér viðtal. Ég mætti aðeins fyrir áætlaðan fundartíma, pantaði kaffi og settist við glugga nærri innganginum. Þegar Jón opnaði dyrnar fann ég á mér að þarna væri Jón komin. Ég nefndi nafnið hans og við kynntum okkur. Jón náði sér í kakó. Hann kom vel fyrir, virkaði öruggur og yfirvegaður. Jón hafði lengi haft mikinn áhuga á stærðfræði og hafði tekið þátt í ýmsum stærðfræðikeppnum með góðum árangri, bæði hér heima og erlendis.

Við byrjuðum á að spjalla stuttlega um áhuga hans á stærðfræði og upplifun hans af stærðfræðikeppnum sem hann hafði tekið þátt í. Það var greinilegt að honum þótti þeim tíma vel varið, bæði glíman við verkefnin og ekki síður samveran við einstaklinga sem deildu sama áhugamáli.

Jón bjó í Bandaríkjunum til tíu ára aldurs og stundaði þar nám. Þar hafði hann stærðfræðikennara sem honum líkaði vel við og vakti áhuga hans á faginu. Eftir að fjölskyldan flutti til Íslands hóf hann nám í einum af grunnskólum borgarinnar. Þar fékk Jón lítið að gera í stærðfræðitímum en fyrir tilstilli móður sinnar fékk hann að fylgja eldri nemendum í stærðfræði þar sem hann fékk meira krefjandi verkefni. Þar var hann sáttur þangað til í áttunda bekk en þá var hann búinn með námsefni tíunda bekkjar og:

... þá var ég bara í frii í stærðfræði og var bara frammi eitthvað að vesenast.

Um fjarnám sem honum stóð til boða segir hann:

Það er rosalega erfitt að segja við 13 ára strák, heyrðu farðu núna að sinna náminu þínu einn, inni á bókasafni í tölvu.

Jón fékk mikinn stuðning að heiman og nefndi í því sambandi sérstaklega móður sína sem hann sagði hafa komið sér í tíma sem voru krefjandi og áhugaverðir. Hún kom því líka í gegn að hann fengi að taka þátt í stærðfræðikeppni grunnskólanna áður en hann hafði aldur til og einnig hafði hún áhrif á að Jón sótti tíma í ólympíustærðfræði fyrir grunnskólabörn sem *Háskólinn í Reykjavík* bauð uppá til skamms tíma.

Þetta var bara ágætt því venjuleg stærðfræði í grunnskóla er ekkert sérstaklega spennandi, maður fær ekkert að hugsa eða leysa þrautir eða neitt þannig.

Stærðfræðikennarar Jóns í grunnskóla á Íslandi voru ekki til að auka áhuga hans á námsgreininni. Ætlast var til að nemendur fylgdust að í náminu sem byggðist aðallega á því að nemendum voru sýndar aðferðir og fengu svo ákveðinn fjölda dæma til að leysa. Ekki var um að ræða að nemendur hjálpuðust að né heldur voru dæmin þess eðlis að reyndi á sköpunarhæfni nemenda.

Það var voða mikið, þetta eru dæmin sem þú átt að gera en ef þú gerir meira þá þarftu ekki að gera neitt í næsta tíma og – ekki bara þarft ekki að gera neitt heldur færð ekki að gera neitt.

Jón hefði viljað að tímarnir byggðust meira upp á samskiptum og þátttöku með kennara og nemendum. Það var að hans mati mikilvægt fyrir nemanda að vera partur af heildinni.

Meiri samskipti – minna af svona hefti með dæmum sem á að reikna.

Jón var sjálfstæður í sínu námi og hans upplifun er að kennurum hans hafi fundist það vera vesen. Honum er minnisstætt þegar hann var að skila verkefnum og kennarinn neitaði að taka við þeim því útreikninga vantaði.

... mér fannst það bara allt svo augljóst og eitthvað sem maður átti að kunna, – eins og margföldunartaflan.

Þegar Jón var spurður hvað hann teldi skipta mestu máli varðandi stærðfræðinám áhugasamra unglunga nefndi hann stærðfræðikeppnir og ánægjuna sem felst í því að glíma við dæmi sem:

... krefst ekki endilega flókinnar stærðfræði heldur sköpunargáfu – svona creativity í prautalausnum.

13.2.2 Ari

Hann valdi notalegt kaffihús í miðborginni til að hitta mig og þangað mætti ég nokkrum mínútum fyrir ætlaðan fundartíma. Stuttu síðar kom inn ungur maður með tösku sem hann lagði frá sér á gólfið, settist og tók upp símann sinn. Mér virtist hann vera að sinna einhverju erindi. Ég tók upp snjallsímann minn og fann á netinu mynd af Ara og sá fljótt að þessi maður var sá sem ég ætlaði að hitta. Við kynntum okkur, settumst og pöntuðum kaffi. Ari virkaði öruggur, nokkuð heimspekilega þenkjandi og hann hafði góða nærveru. Hann var á sínu síðasta ári í menntaskóla þegar viðtalið fór fram og stefndi á háskólanám í stærðfræði.

Ari sagðist hafa frá barnsaldri haft hæfileika í stærðfræði en að áhuginn hafi ekki vaknað fyrir alvöru fyrr en í menntaskóla og hann fór reglubundið að taka þátt í stærðfræðikeppnum. Hann tók einnig þátt í stærðfræðikeppnum í grunnskóla í níunda og tíunda bekk með góðum árangri en

... þældi einhvern veginn ekkert mjög mikið í því.

Á unglingsárum sínum stundaði Ari nám við einn af grunnskólum borgarinnar. Í áttunda bekk varð hann fyrir miklum vonbrigðum með stærðfræðikennarann, ekki síst vegna þess að hann var einnig umsjónar-kennari hans.

Mér fannst svoldið erfitt að læra hjá henni og ég lenti oft í því að þurfa að leiðrétta hana og þetta var greinilega ekki mjög stærðfræðilega sinnuð manneskja.

Hann nefnir atvik þar sem þessi kennari gaf nemendum rétt fyrir rangt svar og rangt fyrir rétt í prófi.

Ég benti henni svona pent á þetta og mig minnir að hún hafi bara rekið mig út úr tímanum eða eitthvað. Það var svona, svoldið óþægilegt einhvernvegin.

Ara fannst líka leitt að hún kynnti ekki stærðfræðikeppni grunnskólanna og þeir sem hugsanlega höfðu áhuga fengu þar af leiðandi ekki tækifæri til að taka þátt það árið.

Í níunda bekk fékk Ari sig færðan um bekk og hafði þar kennara sem honum líkaði betur við. Stærðfræðibækurnar fannst honum hins vegar „rosa auðveldar“ og í raun „alveg afleitar bækur“. Þar átti hann við Átta-tíu bækurnar sem kenndar eru á unglingsstigi. Ari vann sig þó í gegnum bækurnar í tímum „í rólegheitunum“ – mun fljótar en bekkjarfélagar og þegar önnin var tæplega hálfnuð var hann búin með námsefni vetrarins. Hann fékk þá leyfi kennarans til að taka tíunda bekkjar námsefnið líka þennan vetur og var því búin með námsefni grunnskólans í stærðfræði í upphafi tíunda bekkjar. Ari tók ekki þátt í stærðfræðitímum með bekkjarfélögunum þann vetur en tók einn menntaskólaáfanga í stærðfræði sem valfag.

Það var svoldið lítið sko en það var ekki boðið upp á neitt prógram fyrir þá sem vildu taka aðeins flóknari stærðfræði.

Áður en Ari komst á unglingsstigið bauð skólinn upp á hraðferð, miðferð og hægferð í stærðfræði fyrir níunda og tíunda bekk. Þetta fyrirkomulag var hins vegar aflagt þegar hann hefði getað nýtt sér það og stóð honum því ekki til boða.

Ég var mjög ósáttur með það og foreldrar mínir líka.

Ari taldi sig hafa fengið góðan stuðning að heiman þar sem foreldrar hans hvöttu hann til þess að sækja fram á sviði stærðfræðinnar. Hann sótti námskeið í Ólympíustærðfræði fyrir þeirra tilstilli.

... ég hafði mjög gaman af því og gekk vel og, – já það hefur ábyggilega hjálpað mér eitthvað.

Ara fannst lítið um áskoranir í stærðfræðináminu.

*Mér var eiginlega aldrei neitt ögrað í þessum stærðfræði-
áföngum þetta voru bara einhver dæmi sem maður átti að
leysa og – maður bara leysir þau.*

Ari myndi vilja að grunnskólinn byði upp á eitthvað skipulag fyrir framúrskarandi nemendur í stærðfræði – eitthvað prógram sem ekki var til staðar þegar hann var í þessu námi. Ari var sjálfstæður í sínu námi sem virtist ekki hafa góð áhrif á kennara hans í áttunda bekk sem hann sagði hafa verið:

... alltaf svoldið þirruð og úrill einhvernvegin.

En kennara níunda bekkjar virtist hins vegar líka það nokkuð vel enda

... ég var nú með voða lítið vesen, held ég.

Það sem Ari taldi skipta mestu máli varðandi stærðfræðikennslu áhugasamra unglunga var að hafa nóg af aukaefni í boði og kynna það vel. Hann nefndi líka stærðfræðikeppnirnar sem hann sagði ráða úrslitum um hans framtíðarplön í náminu.

Þær eru stórskemmtilegar.

13.2.3 Anna

Ég hitti Önnu í miðbæ Reykjavíkur og við urðum samferða á eitt af kaffihúsum borgarinnar. Anna var yngst viðmælenda minna, á 18. ári þegar viðtalið var tekið. Hún virkaði sjálfsörugg, með notalega nærveru og bauð af sér góðan þokka. Hún hafði lengi haft áhuga á stærðfræði og hafði tekið þátt í nokkrum keppnum á því sviði með góðum árangri. Við pöntuðum okkur drykki og byrjuðum viðtalið.

Áhugi Önnu á stærðfræði vaknaði þegar hún var í fimmta bekk í grunnskóla á höfuðborgarsvæðinu en þá var kennarinn:

*hvetjandi og ástrík og svona, eiginlega bara uppáhalds-
kennarinn minn – og þá vildi ég standa mig vel.*

Því miður voru þeir sem á eftir komu ekki eftirminnilegir fyrir að viðhalda stærðfræðiáhuganum.

Þeir sem ég var með í 8. – 10. bekk eru kannski eftirminnilegir fyrir það að mér fannst þeir svo leiðinlegir.

Á unglingastigi snérist kennslan að mestu leyti um:

kennarinn var að útskýra hluti og við að reikna.

Í áttunda bekk ætlaði Anna að fara á undan jafnöldrum sínum í stærðfræði og lauk bæði áttunda og níunda bekkjar námsefninu á einu ári. Þá var verið að kenna Almenna Stærðfræði. Í níunda bekk fékk bekkurinn nýjan stærðfræðikennara og nýjar stærðfræðibækur, Átta-tíu og þá var Önnu gert skylt að reikna námsefni níunda bekkjar aftur.

... og þá nennti ég ekki lengur að vera á undan og var bara samferða krökkunum.

Anna talaði um að henni hafi fundist Átta-tíu stærðfræðibækurnar „alveg rosalega leiðinlegar“ og ég bað hana um að útskýra það aðeins nánar.

Sko það er margt sem er í þeim eins og ætlað fyrir yngra fólk. Eins og þeir sem skrifuðu bækurnar hafi ekki gert sér grein fyrir áhugasviði 13 – 15 ára krakka. ... það er fullt af sögum í kringum eitthvað og myndir og það er eitthvað svona kannski – sem maður missti áhugann á í fimmta eða sjötta bekk.

Nemendur fengu áætlun sem þeim var ætlað að fylgja og Anna var að mestu leyti sjálfbjarga í þeirri vinnu. Hún og vinkonur hennar tvær fengu mjög oft að fara út úr stofunni til að læra því lítið var um vinnufrið í tímum. Kennurum hennar gekk illa að halda aga og lætin því oft mikil. Í bekknum voru 30 nemendur sem hún vill meina að sé of stór hópur. Margir nemendur nenntu ekki að fylgjast með þó að þeir væru góðir í stærðfræði.

... mér fannst voða lítið gaman í stærðfræðitímum.

Hún var ánægð með það fyrirkomulag að fá að læra sjálfstætt, frammi á gangi.

Anna fékk alltaf góðan stuðning að heiman. Hún gat alltaf leitað til foreldra sinna með aðstoð í náminu ef hún þurfti á að halda. Það kom til tals að Anna yrði hækkuð um bekk og fylgja þar með ári eldri vinkonu sinni en

pabbi hennar var ekki hlynntur þeirri hugmynd og ekkert varð úr þeim áformum. Anna var sátt við að fylgja jafnöldrum sínum í náminu.

Mér fannst það bara mjög fínt – ég átti fullt af vinkonum sem voru með mér í bekk.

Þegar Anna var í níunda og tíunda bekk tók hún þátt í stærðfræðikeppni grunnskólanna með góðum árangri.

Anna segir að nemendur hafi fylgst að í náminu og þó það hafi verið í lagi að fara á undan þá hafi hún ekki nennt því vegna þess að:

... bara ef það myndi koma aftur uppá að við værum kannski búin með 10. bekk og svo bara – nei þú þarft að taka 10. bekk aftur, það er ekkert mjög gaman.

Hún tók fjarnámsáfanga í stærðfræði í tíunda bekk sem hún sagðist hafa getað unnið í þegar hún var búin með áætlun vikunnar.

Anna var sjálfstæð í sínu námi og hennar tilfinning var að kennaranum hafi fundist það í góðu lagi.

Mér gekk alveg vel á prófum og var að gera öll dæmin og þá hafði hún ekkert á móti því í rauninni.

Þegar Anna var spurð um það hvort henni fyndist þörfum hennar hafa verið mætt í skólanum sagði hún það oftast hafa verið en:

ég var samt mjög svekkt þegar ég þurfti að taka níunda bekkinn aftur – mér fannst það mjög leiðinlegt.

Anna myndi vilja fá meiri fjölbreytni í stærðfræðikennslu og meira um þrautir og eitthvað sem reynir á – stærðfræðilegt innsæi.

... fara inná skemmtilegu hliðarnar í stærðfræðinni vegna þess að það er ekkert alltaf gert í grunnskóla.

Hún taldi að það sem helst myndi hjálpa getumiklum nemendum í stærðfræði væri að þeir fengju að halda sínum hraða og fá aðstoð við það sem þeir eru að gera. Auk þessa vill Anna að unnið sé í fordómum sem hún segir vera til staðar hjá krökkum gagnvart nemendum sem hafa gaman af

stærðfræði. Þeir séu taldir skrítnir eða nörd í neikvæðri merkingu. Hún hafi sjálf orðið fyrir slíku aðkasti frá skólafélögum.

Ef kennarar heyra þetta þá eiga þeir að segja – hvaða rugl er þetta, auðvitað er gaman í stærðfræði. Ef honum finnst það þá er það bara þannig.

Lokaorð Önnu eru:

Það letur fólk til að hafa áhuga og að vilja hafa áhuga á einhverju ef engum öðrum finnst það þess virði að hafa áhuga á því.

13.2.4 Lilja

Lilja var fagstjóri í stærðfræði í skóla í nágrenni Reykjavíkur þegar þessi rannsókn var gerð. Í skólanum voru 430 nemendur á aldrinum 13 – 16 ára og á vefsíðu skólans kom fram að lögð væri áhersla á að byggja upp sterka einstaklinga, jákvæð samskipti og góðan skólabrag. Þar kom einnig fram að fagkennarar haldi utan um kennslu á öllum námssviðum í umhyggjusömu og metnaðarfullu samfélagi.

Árangur nemenda skólans var á heimsmaelikvarða í stærðfræðilæsi í PISA könnuninni frá 2012 sagði Lilja og það vakti sérstaka athygli mína vegna þess að á landsvísu fengu íslenskir nemendur slaka útkomu það árið. Í bæjarfélaginu lentu 18% nemenda í fimmta og sjötta hæfnisprepi en þannig eru afburðanemendur í þessari könnun skilgreindir. Ekki síst þess vegna fannst mér forvitnilegt að heyra af aðferðum skólans við stærðfræðikennsluna.

Skólinn bauð nemendum sínum upp á svokallaða flugferð. Nemendur sem stóðu sig vel í áttunda bekk fengu boð um að fara þessa leið en þeim var það ekki skylt og ekki þáðu allir boðið. Í flugferð tóku nemendur níunda og tíunda bekkjar námsefni saman þegar þeir voru í níunda bekk. Lilja vissi ekki hvenær byrjað var að bjóða upp á þetta úrræði en það hafði að minnsta kosti staðið dugmiklum nemendum í áttunda bekk til boða þau ellefu ár sem hún hafði starfað við skólann.

Þessir flugferðarnemendur taka framhaldsskólastærðfræði, STÆ 103 og 203 í tíunda bekk.

Aðspurð um það hvort hún teldi þörfum bráðgerra nemenda fullnægt í skólanum sagðist hún telja svo vera í níunda og tíunda bekk en að hægt

væri að gera mun betur í áttunda bekk. Einstaka nemendur höfðu þó flýtt fyrir sér í áttunda bekk með því að reikna viðbótarefni.

Lilja var spurð hvort það væri eitthvað sem hún vildi gera annað eða öðruvísi og þjónaði betur þörfum bráðgerra nemenda en það sem gert var. Um það sagði hún:

Þar sem það er bekkjarkerfi í áttunda bekk getum við ekki boðið strax upp á flugferð í stærðfræði og haustönnin fer í að meta stöðu nemenda. Við höfum undirbúið flugferðarkrakka með auka námsefni á vorönn í áttunda bekk en höfum ekki gert það síðastliðin ár, þurfum að taka það upp aftur þar sem við sjáum að þetta er frekar auðvelt fyrir þessa krakka.

Almennt taldi Lilja kennara átta sig á að nemendur þurfi efni við hæfi og að þeir þurfi ögrun í náminu. Í hennar kennaranámi minntist hún þess ekki að mikið hafi verið rætt um bráðgera nemendur en mikil áhersla hafi verið lögð á að nemendur hefðu efni við hæfi.

Þegar ég fer að hugsa nánar um þetta er eflaust slatti af kennurum sem áttar sig kannski ekki á þessu.

Lilja taldi kennara í sínum skóla hafa næga þekkingu og skilning á þörfum bráðgerra nemenda og ekkert vanti upp á stærðfræðikunnáttu í þeirra hópi. Í skólanum hafi kennarar einnig góðan stuðning hver af öðrum.

Já við erum fjölmenn fagdeild og leitum til hvers annars.

13.2.5 Gunnar

Ég mætti í skólann á mánudagsmorgni vel fyrir áætlaðan fundartíma og var boðið upp á kaffi og með því á kaffistofu kennara. Þar hitti ég Gunnar stuttu síðar og hann bauð mér inn á sína skrifstofu þar sem við byrjuðum viðtalið. Gunnar var aðstoðarskólastjóri í unglingskóla í gamalgrónu hverfi í Reykjavík þegar viðtalið var tekið. Samkvæmt skólnámskrá er áhersla lögð á vellíðan, virðingu og góð samskipti nemenda og að nemendur hljóti undirbúning undir virkt og ábyrgt hlutverk í samfélaginu.

Ég byrjaði á að spyrja Gunnar hvað hann gæti sagt mér um bráðgera nemendur í þessum skóla. Hann benti mér þá réttilega á að hugtakið bráðger væri svolítið teygjanlegt og skilgreiningarnar margar. Hægt væri að

vera bráðger í stærðfræði, verkmennt eða – „... hvað þýðir að vera bráðger?“.

Við erum ekki búnir að finna út úr því hverjir eru bráðgerir í þessum skóla.

Um leiðir fyrir nemendur sem fara hraðar yfir hið hefðbundna bóklega námsefni sagði Gunnar að skólinn væri safnskóli fyrir nemendur í áttunda níunda og tíunda bekk. Í áttunda bekk var bekkjarkerfi og boðið upp á aukakennslu í stærðfræði fyrir þá sem þurfa mest á því að halda

... það er þeim minnst bráðgeru. Að öðru leyti eru bara allir í sínu.

Í níunda og tíunda bekk gafst nemendum kostur á að velja sig í hópa eftir getu.

Nemendur höfðu um þrjá hópa að velja.

- Hópur þrjú var fyrir námslega sterka stærðfræðinemendur og hann var oft fjölmennur. Í þessum hópi var farið dýpra í námsefnið en einnig hraðar.
- Hópur tvö fór á hefðbundnum hraða yfir námsefnið og
- hópur eitt var fyrir nemendur sem þurftu aukna aðstoð. Í þeim hópi voru oft 15 – 20 nemendur og tveir kennarar.

Þannig að þeir sem eru sterkastir í náminu geta valið hóp sem fer hraðar yfir, fer dýpra í efnið og er þá oft stærri því við gerum ráð fyrir að þau kunni betri vinnubrögð og komist hraðar yfir.

Nemendur höfðu almennt ekki lokið við námsefni grunnskólans í stærðfræði við upphaf tíunda bekkjar þó að slíkt hafi komið fyrir. Ef þeir höfðu áhuga á að fara hraðar yfir námsefnið en námskráin sagði til um þá sóttu nemendur um það og hver umsókn var skoðuð sérstaklega og unnin í samvinnu við foreldra. Þeir nemendur sem þetta kusu unnu til dæmis tíunda bekkjar námsefni í níunda bekk, tóku próf í þeim áfanga/áföngum og framhaldsskólaáfanga í fjarnámi í kjölfarið. Það var ekkert sérstakt skipulag sem unnið var eftir en ef nemandi hafði áhuga á að klára námið á tveimur árum þá var það hægt.

Gunnar sagðist álíta að sterkir námsmenn hefðu mikla möguleika á að dýpka þekkingu sína á ýmsum sviðum í skólanum með því að velja úr fjölbreyttum valáföngum sem þeim og öðrum nemendum hafi staðið til boða. Nemendur þyrftu því ekki að sitja auðum höndum þó hann teldi alltaf einhverja gera það.

... til þess að þetta yrði sem allra best þá þyrftum við fleira starfsfólk – þetta byggir náttúrulega allt á starfsfólkinu.

Að kennarar séu metnaðarfullir, duglegir og nái vel til nemendanna eru þættir sem Gunnar taldi skipta öllu máli og væri í raun forsenda fyrir góðu skólastarfi.

Ef við erum með þannig starfsmenn þá gengur þetta upp.

Gunnar sagði alltaf hægt að gera betur og hann myndi vilja bjóða bráðgerum nemendum upp á enn meira, hvetja þau meira en gert var og fá til liðs við sig enn betri kennara. Starfsmannamál virtust vera Gunnari hugleikin og þau bar oft á góma. Hann taldi starfsmannamál vera Akkilesarhæl allra skóla því að kjaramál og lög um opinbera starfsmenn hafi gert skólum nánast ómögulegt að skipta út kennurum sem sinntu starfi sínu en næðu ekki að hrífa nemendur með sér. Gunnar taldi að í kennaranámi mætti leggja meiri áherslu á mikilvægi þess að byggja upp góð tengsl bæði við nemendur og foreldra.

Af því þetta byggir allt á kennaranum

og ef starfsfólkið er frábært:

... þá myndu þessi bráðgeru börn alltaf fá eitthvað við sitt hæfi.

Gunnar taldi skólann hafa áhugasama stærðfræðikennara og sagði nemendur skólans hafa staðið sig vel bæði á samræmdum prófum og í PISA könnunum í gegnum árin. Einnig hafi margir nemendur tekið þátt í stærðfræðikeppnum grunnskólanna með góðum árangri. Þegar viðtalið var tekið var níundi bekkur skólans kominn áfram í *BEST* stærðfræðikeppninni sem bar yfirskriftina *stærðfræði og lýðræði* árið 2014.

13.2.6 Guðmundur

Guðmundur var stærðfræðikennari í einum af eldri grunnskólum borgarinnar þegar viðtalið átti sér stað og þar stunduðu nemendur nám í áttunda, níunda og tíunda bekk. Við mæltum okkur mót í skólanum klukkan ellefu á mánudegi og urðum samferða inn á kaffistofu kennara þar sem viðtalið fór fram.

Við ræddum aðeins um hugtakið bráðger sem Guðmundi fannst ekki vera mikið í umræðunni en varðandi kennslu nemenda sem skara fram úr í námi sagði hann:

Íslenskt skólakerfi er rosalega einsleitt og það er verið að þjóna einhverjum svona, meðalnemanda.

Hann taldi þetta þó fara svolítið eftir skólum en það hafi þekkt að nemendur sem klári námsefni grunnskólans í níunda bekk hafi verið frekar afskiptir og verkefnalausir í tíunda bekk.

Í skólanum var ekki mótuð sérstök stefna í málefnum bráðgerra nemenda þegar viðtalið átti sér stað en nemendum var velkomið að fara hraðar yfir stærðfræðinámsefnið en skólanámskrá gerði ráð fyrir ef áhugi var fyrir því. Þeir nemendur áttu þá kost á að taka framhaldsskólaáfangu STÆ103 og STÆ203 í einum af menntaskólum borgarinnar í framhaldinu og margir nemendur nýttu sér það.

Það eru tveir strákar hjá okkur núna sem klára væntanlega STÆ303 í vor. Það hefur ekki gerst áður.

Guðmundur sagði lítið um að nemendum væri flýtt um heilan bekk í skólanum. Ástæður þess taldi hann vera þann sveigjanleika sem er til staðar í skólakerfinu sem meðal annars gáfu nemendum val um að taka áfanga sem nýttist þeim á næsta skólastigi. Það vakti þó athygli að Guðmundur taldi að allt að þriðjungur nemenda skólans gæti tekið námsefni áttunda, níunda og tíunda bekkjar á tveimur árum, stæði þeim það til boða.

Fyrirgreind námsgreinarflýting er helsta úrræði skólans fyrir bráðgera nemendur að sögn Guðmundar sem álitur að um sé að ræða dýpkun þegar nemendur fara áfram í námsefninu. Nemendurnir fá ekki fleiri dæmi af sömu gerð.

Guðmundur taldi þörf á því að mótuð yrði stefna í málefnum bráðgerra nemenda við skólann og að til væru verkferlar sem hægt væri að vinna eftir.

... að það sé skýr stefna og það liggi þá alveg fyrir bara til hvers það leiðir og hvernig það er framkvæmt.

Um stærðfræðikunnáttu kennara sagði Guðmundur að sjálfsagt væri hún misjöfn og þeir séu einnig misjafnlega í stakk búnir til þess að mæta nemendum sem sem glíma við framhaldsskólastærðfræði. Í hans tilfelli sé það ekki vandamál og ef nemendur hafa spurningar um stærðfræðileg úrlausnarefni sem honum er ekki í fersku minni:

... ég er ekkert viðkvæmur fyrir því en sumir eru náttúrulega afskaplega viðkvæmir og finnst að þeir þurfi að vita allt. Vera í þessu þekkingarhlutverki.

13.3 Niðurstöður

Viðmælendur í þessari rannsókn voru sex. Þrír féllu undir viðmið um bráðgera stærðfræðinemendur. Þeir voru um og yfir tvítugt þegar viðtölin voru tekin og rifjuðu í þeim upp stærðfræðikennslu frá unglingsárum í grunnskóla. Aðrir viðmælendur voru starfsmenn þriggja safnskóla á unglingsstigi, fagstjóri í stærðfræði, stærðfræðikennari og skólastjórnandi.

Í viðtölunum komu fram tvö meginþemu sem höfundur kys að kalla úrræði/upplifun annars vegar og úrbætur hins vegar. Þessi þemu lýsa upplifun viðmælenda af stærðfræðikennslu á unglingsstigi og hugmyndum þeirra um hvað og hvernig úrbætur myndu gagnast getumiklum og áhugasömum stærðfræðinemendum. Hér á eftir verður litið nánar á hvort um sig.

13.3.1 Úrræði/Upplifun

Jón, Ari og Anna áttu það sameiginlegt að hafa fundist stærðfræðikennslan einhæf og námsefnið létt, ekki sérlega spennandi og lítt krefjandi. Kennslan fór oftast þannig fram að nemendum voru sýndar aðferðir og þeim var síðan fengin ákveðin fjöldi dæma til að reikna. Þau voru sjálfbjarga í sinni vinnu og unnu sig í gegnum námsefnið oft langt á undan bekkjarfélögum. Þau höfðu öll lokið einum eða fleiri framhaldsáföngum í stærðfræði við lok grunnskólagöngu sinnar.

Jón fékk að fylgja eldri nemendum í stærðfræði um tíma en hafði lokið við námsefni grunnskólans í faginu í áttunda bekk og var eftir það nánast afskiptur hvað varðar stærðfræðikennslu. Hann sótti ekki stærðfræðitíma en honum stóð til boða að taka fjarnámsáfanga – í sjálfsnámi, á bókasafni skólans. Hann fékk að taka þátt í krefjandi stærðfræðiverkefnum utan skólatíma fyrir tilstuðlan móður sinnar en skólinn bauð ekki uppá neitt slíkt.

Ari var afskaplega óhress með kennarann sinn í áttunda bekk en fékk sig færðan í níunda bekk og hafði þá betri kennara að eigin sögn. Hann hafði hins vegar stefnt á að fara svokallaða hraðferð í stærðfræði þar sem nemendur gátu tekið níunda og tíunda bekkjar námsefnið á einum vetri en sú leið var aflögð veturinn sem Ari byrjaði í níunda bekk og hún stóð honum því ekki til boða. Engu að síður vann hann sig í gegnum námsefnið þann vetur, að eigin sögn í rólegheitum og var búin með námsefni grunnskólans við upphaf tíunda bekkjar. Þann vetur tók hann einn framhaldsskólaáfanga í stærðfræði sem honum fannst lítið en annað stóð honum ekki til boða í skólanum.

Anna lauk stærðfræðinámsefni áttunda og níunda bekkjar í áttunda bekk. Ári síðar fékk bekkurinn hennar nýjan kennara auk þess sem þá var tekið í notkun nýtt námsefni við stærðfræðikennsluna. Þann vetur var Önnu gert skylt að reikna – aftur, níunda bekkjar námsefni í stærðfræði. Eftir það ákvað hún að fylgja bekkjarfélögunum í stærðfræðináminu en það vann hún að mestu utan kennslustofunnar til að fá vinnufrið. Kennaranum gekk illa að halda uppi aga í tímum og lætin því oft mikil í stofunni. Í tíunda bekk bætti hún við sig einum stærðfræðiáfanga í fjarnámi með skyldunáminu.

Í skólanum sem Lilja starfaði við var bekkjarkerfi í áttunda bekk þegar viðtölin fóru fram en nemendum sem stóðu sig vel þar var boðið uppá svokallaða flugferð í framhaldinu. Þeir sem það páðu tóku námsefni níunda og tíunda bekkjar saman í níunda bekk og framhaldsskólaáfangana STÆ103 og 203 í tíunda bekk.

Hjá Gunnari var einnig bekkjarkerfi í áttunda bekk en eftir það gafst nemendum kostur á að velja sig í hópa eftir getustigi. Þeir sem völdu getumesta hópinn fóru hraðar yfir og dýpra í námsefnið að hans sögn. Einnig var úr miklu úrvali valgreina að velja í skólanum og þar höfðu nemendur mikla möguleika á að dýpka þekkingu sína á ýmsum sviðum að sögn Gunnars. Nemendur skólans höfðu almennt ekki lokið við meira en námsefni grunnskólans í stærðfræði við lok tíunda bekkjar en slíkt kom þó fyrir. Þeir nemendur tóku þá framhaldsskólaáfangana í kjölfarið. Ekki var unnið eftir sérstöku skipulagi þegar um flýtingu af þessu tagi var að ræða heldur var hver umsókn unnin í samvinnu við foreldra.

Ekki var mótuð stefna í málefnum bráðgerra nemenda í skóla Guðmundar en ef nemendur vildu fara hraðar yfir námsefnið en námskráin gerði ráð fyrir var það velkomið. Þeir nemendur sem það kusu tóku, STÆ103, 203 og jafnvel 303 í framhaldinu. Guðmundur sagði lítið um að nemendum væri flýtt um bekk í skólanum en vegna sveigjanleikans sem skólakerfið bauð upp á gátu nemendur tekið áfanga sem nýttist þeim á næsta skólastigi. Hann leit svo á að um dýpkun námsefnis væri að ræða þegar nemendur fóru áfram í námsefninu.

13.3.2 Úrbætur

Ári talaði um að það væri til bóta ef skólinn byði upp á eitthvað skipulag fyrir framúrskarandi stærðfræðinemendur, einhverja ögrun. Einnig að nægt aukaefni þurfi að vera í boði og að það sé vel kynnt fyrir nemendum. Jón myndi vilja að tímarnir byggðust meira upp á samskiptum og þátttöku kennara og nemenda því það sé mikilvægt fyrir alla nemendur að finnast þeir vera partur af heildinni. Þá myndi hann vilja sjá aukna áherslu lagða á

„creativity í þrautalausnum“ og kalla mætti sköpunarhæfni og hugmyndaauðgi í stærðfræðinámi. Anna myndi líka vilja fá meiri fjölbreytni í stærðfræðinámið, meira um þrautir og eitthvað sem krefst stærðfræðilegs innsæis. Hún myndi vilja að hraðfara nemendur fengju að halda sínum hraða og gætu fengið aðstoð eftir þörfum. Þau lýstu öll ánægju með að hafa fengið tækifæri til að taka þátt í stærðfræðikeppnum því þær reyni á stærðfræðilegt innsæi og sköpunargáfu í þrautalausnum. Þá sögðust Jón, Ari og Anna öll hafa haft góðan stuðning frá foreldrum sínum sem hafi verið þeim hvatning í náminu.

Anna talaði um fordóma sem væru til staðar gagnvart nemendum sem hafa gaman af stærðfræði. Hún vildi koma því á framfæri að kennarar þyrftu að vinna í því breyta hugarfari nemenda gagnvart greininni til þess að koma í veg fyrir að nemendur verði fyrir aðkasti vegna áhuga á stærðfræði.

Lilja leit svo á að þörfum nemenda í níunda og tíunda bekk væri fullnægt í sínum skóla en að hægt væri að gera betur fyrir nemendur í áttunda bekk. Hún hefði viljað undirbúa væntanlega flugferðarnemendur með aukánámsefni á vorönninni.

Guðmundur taldi það vera til bóta ef mótuð yrði stefna í málefnum bráðgerra nemenda við skólann. Að til væru skýrir verkferlar sem hægt væri að vinna eftir og ljóst væri hvert leiddu.

Gunnar hefði viljað bjóða bráðgerum nemendum upp á enn meira en gert var í skólanum. Hvetja þá meira og fá til liðs við sig enn betri kennara því hann var sannfærður um að ef kennararnir væru frábærir, metnaðarfullir og duglegir þá fengju bráðgerir nemendur alltaf eitthvað við sitt hæfi.

14 Umræða

Í ritgerðinni hefur verið leitað svara við því hvernig þörfum 13 – 15 ára bráðgerra nemenda í stærðfræði er mætt í skólakerfinu. Stuðst hefur verið við fræðilegar heimildir, kenningar, rannsóknaskrif og skýrslur. Auk þess var rætt við þrjá afburðanemendur í stærðfræði, þau Jón, Ara og Önnu og einnig var talað við fagstjóra í stærðfræði, stærðfræðikennara og skólastjórnanda í þremur grunnskólum þau Lilju, Gunnar og Guðmund. Velt hefur verið upp hugmyndum um úrbætur með það að leiðarljósi að bæta hag bráðgerra nemenda í stærðfræði.

Ljóst er að bráðgerir nemendur eins og aðrir eiga rétt á námi við hæfi í sinni skólagöngu (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011) og það er líka ljóst að bráðgerir nemendur þurfa á stuðningi og leiðsögn að halda rétt eins og aðrir nemendur (Pettersson, 2008; Reis og Rezulli, 2009; Gifted Children, 2014). Það er hins vegar full þörf á að velja því fyrir sér hvort kennarar viti almennt hvernig þörfum þessara nemenda er best mætt. Margt í gögnum þessarar rannsóknar bendir til þess að staðan hér á landi sé ekki ósvipuð því sem bandarískar rannsóknir sýna að eigi við þar í landi. Að verulega vanti upp á faglega þjálfun kennara til að sinna bráðgerum nemendum og að það takmarki mjög getu þeirra til að finna og aðstoða slíka nemendur (Archambault, Westberg, Brown, Hallmark, Emmons, og Zhang, 1993; Farkas og Duffet, 2008). Carolyn Coil (2012) segir flesta kennara bráðgerra nemenda telja þá vinnu það erfiðasta, mest krefjandi, mest þreytandi og mest gefandi verkefni sem þeir hafi staðið frammi fyrir.

Starfshópur á vegum Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur (2004) benti á eftirafandi þrjár leiðir til þess að koma til móts við þarfir bráðgerra nemenda innan skólakerfisins:

- Nýta innbyggðan sveigjanleika grunnskólakerfisins til að sinna einstaklingsmiðuðu námi.
- Leyfa bráðgerum nemanda meiri námshraða þannig að hann geti farið hraðar gegnum hið staðlaða námsefni. Annars vegar með því að hækka nemanda um bekk eða bekki en einnig er um að ræða flýtingu í tilteknum námsgreinum eftir áhugasviðum nemandans.

- Breikka og dýpka námsefni sem gefur nemanda kost á að fara á sama hraða og aðrir í gegnum hið staðlaða námsefni en fær auk þess fleiri viðfangsefni í fjölbreyttara samhengi.

Starfsmenn skólanna sem höfundur ræddi við héldu því fram að ekki væri haldið aftur af nemendum í stærðfræðináminu og hafi þeir viljað fara hraðar yfir námsefnið en námskráin sagði til um þá var sá möguleiki fyrir hendi. Reyndar fengu nemendur í skóla Lilju boð um flýtingu, svokallaða flugferð þar sem farið var hraðar yfir hið hefðbundna námsefni og framhaldsáfangar í stærðfræði teknir í kjölfarið. Guðmundur sagði skólann sinn ekki hafa stefnu í málefnum bráðgerra nemenda. Engu að síður bauðst nemendum að taka einn eða fleiri framhaldsskólaáfanga eftir að hafa lokið námsefni grunnskólans og margir nýttu sér það. Í skóla Gunnars völdu nemendur sig í hópa eftir getu í níunda bekk en þar virtist meiri áhersla vera lögð á að nemendur nýttu valgreinar til þess að dýpka skilning sinn á námsefninu en að þeir færu hraðar yfir námsefni hinnar hefðbundnu námskrár. Nemendur gátu þó sótt um að fara hraðar yfir og þá var hver umsókn metin sérstaklega.

Af viðtölum höfundar að dæma virtist hröðun í tilteknum námsgreinum vera sú leið sem mest var notuð til að koma til móts við þarfir bráðgerra stærðfræðinemenda. Þó virtist áhersla vera lögð á dýpkun námsefnis í skóla Gunnars þó að útfærslan væri ekki sú sem fyrrgreindur starfshópur nefnir. Anna og Jón töluðu um að ætlast hefði verið til þess að nemendur fylgdust að í náminu í þeirra skólum sem bendir ekki til mikillar einstaklingsmiðunar sem innbyggður sveigjanleiki skólakerfisins bauð upp á.

Ekki varð séð að aðferðir sem kenndar hafa verið við hugsmíðihyggju og byggja á því að nám sé félagsleg athöfn, að nemendur læri hver af öðrum, uppgötv og finni eigin leiðir, hafi verið fyrirferðarmiklar í stærðfræðinámi þeirra Jóns, Ara og Önnu. Aðferðir atferliskenningar þar sem kennari útskýrir og sýnir þekkingu sína og leggur áherslu á þjálfunarvinnu og utanbókarlærdóm í framhaldinu virðast hafa verið algengari. Rétt er af þessu tilefni að benda á orð Jóns sem sagðist hefði viljað að tímarnir byggðust meira upp á samskiptum og þátttöku með kennara og nemendum. Það var að hans mati mikilvægt fyrir alla nemendur að fá að vera partur af heildinni.

Svo virtist sem stærðfræðikennarar Jóns og Önnu hafi illa ráðið við þær aðstæður að hafa svo getumikla nemendur innan bekkjarins. Kennarar Jóns voru að hans sögn ekki til að auka áhuga hans á greininni og Anna sagði kennarana helst vera eftirminnilega fyrir það hvað þeir voru leiðinlegir. Það sama má segja um kennara Ara í áttunda bekk sem hann sagði ekki hafa

verið stærðfræðilega sinnaðan. Hann kærði sig alls ekki um að vera leiðréttur og brást illa við þegar það gerðist. Jón var látinn endurvinna verkefni eða hann var „bara í fríi í stærðfræði“ og Önnu var gert skylt að endurvinna allt námsefni níunda bekkjar. Það varð ekki betur séð en að kennararnir hafi frekar reynt að halda aftur af þessum nemendum í námi en hitt.

Fyrrgreindur starfshópur Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur kom einnig fram með tillögur um hvernig koma mætti til móts við þarfir bráðgerra nemenda innan grunnskólans með krefjandi og ögrandi verkefnum.

- Að kynna markvisst fjölbreytileika og einstaklingsmun
- Að líta á bráðgera nemendur sem samstarfshóp, stolt skólans og styrk út á við.
- Að ákveðinn aðili beri ábyrgð á því að sinna bráðgerum nemendum.
- Að finna bráðgerum nemendum stað og tíma í skólanum til að leita aðstoðar við að dýpka þekkingu sína.
- Að gefa bráðgerum nemendum tækifæri til að hitta jafningja sína á ólíkum aldri.
- Að gera þeim auðveldara að flýta sér í námi.

Lagt var til að:

- Sett yrði upp vefsíða með gagnlegum upplýsingum, verkefnum og námsgögnum.
- Móðurskóli veiti öðrum skólum ráðgjöf.
- Haldin væru námskeið fyrir grunnskólakennara um bráðger börn, þarfir þeirra og möguleg viðfangsefni.
- Skapaður væri vettvangur fyrir bráðgera nemendur úr skólum í Reykjavík til að ræða, sýna og kynna verkefni og bera saman niðurstöður.

Höfundur getur ekki séð að þessum tillögum hafi verið fylgt eftir nema að mjög takmörkuðu leyti. Að sögn viðmælendanna úr skólunum virtist flýtingarúrræði standa öllum áhugasömum stærðfræðinemendum í þeirra skólum til boða og vissulega var fjölbreytileiki kynntur í þeirra skólanámskrám. Lítið sem ekkert virtist hins vegar bera á öðrum þáttum þessarra tillagna sem höfundur er sannfærður um að myndi gagnast bráðgerum nemendum yrði þeim hrint í framkvæmd.

Með nýrri aðalnámskrá 2011 leit ný menntastefna dagsins ljós. Hún byggir á sex grunnþáttum; læsi, sjálfbærni, lýðræði, jafnrétti, heilbrigði og

velferð, og sköpun. Stefnan leggur áherslu á að sinna þörfum allra nemenda og að tekið sé tillit til þroska hvers og eins. Lögð er áhersla á hæfni nemenda og lykilhæfni talin vera hæfileiki nemenda til að tjá hugsanir sínar bæði skriflega og munnlega og á annan hátt. Auk þess sem lögð er áhersla á frumkvæði, skapandi og gagnrýna hugsun sem og röksemdafærslu. Einnig er lögð áhersla á hæfni nemenda til að vinna sjálfstætt og í hópi og hæfni þeirra til að leggja mat á eigin vinnubrögð og frammistöðu (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011).

Það er von höfundar að með þessari nýju menntastefnu fái aðferðir hugsmíðihyggjunnar meira vægi í kennslustofunni svo að getumiklir stærðfræðinemendur framtíðarinnar búi ekki við sömu einhæfu kennslu-aðferðir og viðmælendur hans. Eins og Gunnar bendir réttilega á gegnir kennarastéttin hér lykilhlutverki þar sem gæði menntunar og árangur nemenda byggir á vel menntaðri og áhugasamri fagstétt kennara (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011). Það er því mikilvægt að kennarar fái fræðslu um bráðgera nemendur, hvernig má þekkja þá og hvernig koma má til móts við þarfir þeirra (Coil, 2012; Mogensen, 2013; Pettersson, 2008; Sheffield, 1999). Ef lítið er til reynslu viðmælenda minna af stærðfræðinámi sínu virðist full ástæða til að taka þessar ábendingar alvarlega.

Það er áhugavert að velta fyrir sér hvernig fræðslu kennaranemar fá í námi sínu um þarfir og kennslu bráðgerra nemenda. Ef skoðaðar eru kennsluskrár Háskóla Íslands og Háskólans á Akureyri fyrir verðandi kennara verður ekki séð að ástæða þyki að kynna þennan hóp nemenda sérstaklega sem er umhugsunarefni því hægt er að velja nokkurn fjölda námskeiða um leiðir og aðferðir sem henta nemendum með námsörðugleika af ýmsu tagi. Kennaranemar fá vissulega fræðslu í þroska- og námssálarfræði, um námskenningar og nám og kennslu í skóla án aðgreiningar en höfundur þekkir af eigin reynslu að fræðsla um bráðgera nemendur fær þar sorglega lítið rými.

Mikilvægt er að eyða þeim misskilningi að bráðgerir nemendur séu sjálfbjarga í sínu námi og þurfi því ekki á aðstoð að halda. Þeir þurfa leiðsögn vel menntaðra kennara sem ögra og styðja þá í því að þroska og þróa hæfileika sína. Það er því mikilvægt hlutverk kennara að finna og hlúa að hæfileikum nemenda sinna (NAGC, 2008).

Ekki virðist vera um auðugan garð að gresja þegar kemur að úrræðum fyrir bráðgera nemendur, hvorki héraendis né erlendis. Af viðtölunum við nemendur má sjá að stærðfræðikeppnir virðast vera helsti hvati þeirra til að læra meira og leggja sig fram. Þetta kemur heim og saman við það sem Georgiev (2013) segir um stærðfræðikeppnir. Að þær séu í raun ómissandi

þáttur stærðfræðikennslunnar og þær gefi nemendum tækifæri til að efla hæfni sína í rökhugsun, greiningu vandamála, skipulagshæfni, framsetningu og samskiptahæfni. Þá höfðu þær einnig veitt viðmælendum í þessari rannsókn hvað mesta ánægju á skólagöngunni. Ari nefndi það til dæmis að þátttaka hans í stærðfræðikeppnum væri ástæða þess að hann huggði á háskólanám í stærðfræði. Jón var þegar byrjaður að nema stærðfræði við háskóla þegar rannsóknin var gerð og Anna stefndi þangað líka.

Vert er að nefna bók þeirra Áskels, Stefáns Freys og Eyvindar Ara, *Punktur og tölur*, sem er sérstaklega hugsuð fyrir afburðanemendur í stærðfræði, til að dýpka og breikka þekkingu þeirra. Sú bók virðist ekki vera notuð í grunnskólum landsins og er hún þó sérsniðin að þörfum nemenda sem hyggja á stærðfræðikeppnir. Hugsanlegt er að þar sé einmitt að finna skemmtilegri hliðar stærðfræðinnar sem viðmælendur mínir nefndu.

Inga Berg Gísladóttir (2014) telur afburðanemendur um margt ólíka öðrum nemendahópum. Þeir hafi til dæmis að jafnaði meiri metnað og skýrari framtíðarsýn auk þess sem þeir séu jákvæðari í garð skóla en aðrir nemendur. Það sé mikilvægt fyrir þá að hafa nægilega krefjandi verkefni í skólanum sem henti þeirra áhugasviði. Ennfremur sé mikilvægt að koma í veg fyrir að þeir missi áhuga á náminu. Enn og aftur spilar kennarinn hér lykilhlutverk og þess vegna er svo mikilvægt að hann þekki einkenni bráðgerra nemenda og hafi skilning, getu, áhuga og metnað til að mæta þörfum þeirra. Benda má á orð Önnu sem sagði gott að læra hjá kennara sem er hvetjandi og ástríkur.

Að sögn Guðmundar er skólakerfið á Íslandi frekar einsleitt og áhersla lögð á að þjóna meðalnemandanum. Ef litið er til útkomu íslenskra stærðfræðinemenda úr PISA – könnun ársins 2012 má ætla að hann hafi nokkuð til síns máls. En þar kemur fram að á níu ára tímabili fækkaði héraendum 15 ára stærðfræðinemendum á efstu hæfnisþrepum úr því að vera einn af hverjum sex árið 2003 niður í einn af hverjum níu árið 2012. Rétt er að benda á orð Dr. Andreas Schleicher sem sagði bestan árangur í PISA – könnunum nást í löndum þar sem metnaður sé lagður í menntakerfið, kröfur séu gerðar til nemenda og mikið sé lagt upp úr menntun kennara og möguleikum þeirra til framhaldsnáms (RUV, 2014, 3. mars).

Þeir fyrrum grunnskólanemendur sem rætt var við töldu það gagnast bráðgerum stærðfræðinemendum best ef námið biði upp á meiri ögrun og meira væri um verkefni sem reyndu á stærðfræðilegt innsæi og sköpunarhæfileika við þrautalausnir. Að fjölbreytni væri í verkefnavali og næg ítarefni í boði. Þeir töldu einnig mikilvægt að nemendur fengju að halda sínum hraða í náminu og að þeir gætu leitað til kennara eftir aðstoð þegar þeir

þyrftu á að halda. Þessar óskir eru mjög samhljóma þeim sem viðmælendur Katrínar Fjólú Guðmundsdóttur (2005) sögðu fyrir rúmum áratug, helst geta komið getumiklum nemendum til góða. Þá nefndu viðmælendur í þessari rannsókn að stærðfræðikeppnir hafi veitt þeim ánægju.

Höfundur ræddi einnig við skólastjórnanda, fagstjóra í stærðfræði og stærðfræðikennara. Í skóla Lilju mældist árangur nemenda í stærðfræði á heimsmælikvarða á PISA könnun ársins 2012 sem er einstaklega ánægjuleg staðreynd og gefur ástæðu til að ætla að þar sé vel staðið að málum. Hún taldi engu að síður að gera mætti meira fyrir væntanlega flugferðar-nemendur áttunda bekkjar með auknum undirbúningi. Guðmundur taldi að skólarnir þyrftu að mynda sér skýra stefnu í málefnum bráðgerra nemenda og að skýrir verkferlar myndu hjálpa. Gunnar lagði mesta áherslu á þátt kennarans sem sé, þegar allt kemur til alls, sá sem skiptir meginmáli. Gunnar og Guðmundur túlkuðu báðir hugtakið dýpkun á annan hátt en virðist gert ráð fyrir í skýrslu starfshóps Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur og sést það á því að þeir töldu báðir skólana bjóða upp á dýpkun þegar nemendur fengu að fara hraðar í gegnum námsefnið eða velja valáfanga til að dýpka sig. Það ýtir undir mikilvægi skýrrar stefnu og að skilgreining hugtaka sé ekki á reiki.

Hún var áhugaverð, fróðleg og lærdómsrík, vinnan við gerð þessarar ritgerðar. Það er ekki nokkur vafi í huga höfundar að bæta má þjónustu við bráðgera nemendur í skólakerfinu, ekki síst með fræðslu til kennara um þarfir bráðgerra stærðfræðinemenda. Höfundur kynnti sér úrræði sem í boði eru í þeim þremur skólum þar sem viðmælendur hans störfuðu þegar rannsóknin var gerð og úrræðum sem þremur fyrrum nemendum stóð til boða á unglingsstigi í sínum skólum. Höfundur þykir ljóst að úrbóta sé þörf ef sinna á þeirri lögbundnu skyldu, sem aðalnámskrá og lög um grunnskóla kveða skýrt á um, að allir nemendur fái nám við hæfi á eigin forsendum í grunnskólum þessa lands.

Það var ánægjulegt að heyra að starfsmenn skólanna sem rætt var við sögðu að hjá þeim væri ekki haldið aftur af getumiklum stærðfræðinemendum en það var álíka dapurlegt að heyra að upplifun nemendanna, sem rætt var við endurspegladi hið gagnstæða. Höfundur virtust úrræði fyrir bráðgera stærðfræðinemendum að mestu einkennast af námsgreina-bundinni hröðun. Fram kom hjá þeim Jóni, Ara og Önnu að fjölbreytni í verkefnavali, meiri ögrun, aukin áhersla á samvinnu, verkefni sem krefjast stærðfræðilegs innsæis og sköpunarhæfni við þrautalausnir myndu gagnast þessum hópi nemenda best, auk þess að fá að fara á eigin hraða í gegnum námsefnið og að fá aðstoð eftir þörfum. Anna lagði einnig áherslu á

mikilvægi þess að koma í veg fyrir fordóma gagnvart nemendum sem hafa gaman af stærðfræði. Ekki verður fullyrt um það hér að þessi úrræði henti öllum bráðgerum stærðfræðinemendum en hér er vissulega umhugsunar-efni sem höfundur telur vert að kennarar taki tillit til við stærðfræðikennslu í framtíðinni.

15 Heimildaskrá

- Ablard, K. E., Mills, C. J., og Duvall, R. (1994). *Acceleration of CTY math and science students*. Baltimore, MD: Johns Hopkins University, Center for Talented Youth.
- Almar M. Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson, Óskar H. Niélsson og Júlíus K. Björnsson. (2013). *Helstu niðurstöður PISA 2012. Læsi nemenda á stærðfræði og náttúrufræði og lesskilningur*. Sótt 22. mars 2014 af http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/pisa/pisa_skyrslur/PISA_2012.pdf
- Anna Kristjánsdóttir. (e.d.). *Stærðfræðin hrifur*. Sótt 22. mars 2014 af http://mennta.hi.is/vefir/staerdfraedin_hrifur/
- Archambault, F. S., Westberg, K. L., Brown, S. W., Hallmark, B. W., Emmons, C. L., og Zhang, W. (1993). *Regular classroom practices with gifted students: Results of a national survey of classroom teachers*. Storrs, CT: The National Research Center on the Gifted and Talented.
- Armstrong, T. (2001). *Fjölgreindir í skólastofunni* (2. útgáfa). Erla Kristjánsdóttir þýddi og staðfærði. Reykjavík: JPV útgáfa.
- Assouline, S. og Lupkowski-Shoplik, A. (2005). *Developing math talent: A guide for educating gifted and advanced learners in math*. Waco, TX: Prufrock.
- Árdís Ívarsdóttir, Hafdís Guðjónsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir. (2005). *Fagleg kennsla í fyrirrúmi*. Reykjavík: Höfundar.
- Áskell Harðarson, Eyvindur Ari Pálsson og Stefán Freyr Guðmundsson. (2005). *Punktur og tölur*. Hafnarfjörður: Höfundar.
- Bailey, R., Pearce, G., Winstanley, C., Sutherland, M., Smith, C., Stack, N. og Dickenson, M. (ritstjórar). (2008). *A systematic review of interventions aimed at improving the educational achievement of pupils identified as gifted and talented*. Sótt 25. apríl 2014 af https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/222276/DCSF-EPPI-04-08FR.pdf
- Benbow, C. P. og Minor, L. L. (1990). Cognitive profiles of verbally and mathematically precocious students: Implications for identification of the gifted. *Gifted Child Quarterly*, 34 (1), 21–26.

- Berger, K. S. (1995). *The developing person through childhood and adolescence*. (4. útg.). New York, NY: Worth publishers.
- Blåbjerggårdskolen. (e.d.). *Om Da Vinci linjen*. Sótt 26. febrúar 2014 af http://www.blaabjerggaardskolen.skoleintra.dk/Infoweb/Designskabelon_Esbjerg2/Rammeside.asp?Action=&Side=&Klasse=&Id=&Startside=&ForumID=
- Bogdan, R. C. og Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Borgarholtsskóli. (e.d.). *Stærðfræðikeppni grunnskólanema*. Sótt 22. mars 2014 af <http://www.bhs.is/skolinn/frettir/nr/2220>
- Borland, J. H. (2009). Myth 2: The gifted constitute 3% to 5% of the Population. Moreover, giftedness equals high IQ, which is a stable measure of aptitude. *Gifted Child Quarterly* 53 (4), 236–238. Sótt 22. febrúar 2014 af <http://gcq.sagepub.com/content/53/4/236.full.pdf>
- Brody, L. E., Assouline, S. G. og Stanley, J. C. (1990). Five years of early entrants: Predicting successful achievement in college. *Gifted Child Quarterly*, 34, 138–142. Sótt 15. febrúar 2014 af http://www.davidsongifted.org/db/Articles_id_10158.aspx
- Coil, C. (2012). *My view: Ten myths about gifted students and programs for gifted*. Sótt 23. febrúar 2014 af <http://schoolsofthought.blogs.cnn.com/2012/11/14/ten-myths-about-gifted-students-and-programs-for-gifted/>
- Davidson, R. (2004). *Genius denied: How to stop wasting our brightest young minds*. New York, NY: Simon og Schuster.
- Dewey, J. (2000). *Hugsun og menntun*. Gunnar Ragnarsson þýddi. Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.
- Engen, P. D. og Kauchak, D. P. (2003). *Learning and teaching. Research based method*, (4. útgáfa). Boston, MA: Allyn og Bacon.
- Farkas, S. og Duffet, A. (2008). *High-achieving students in the era of NCLB: Results from a national teacher survey*. Washington, DC: Fordham Institute.
- Fjölbrautaskóli Norðurlands vestra. (2014). *Úrslit úr forkeppni stærðfræðikeppni 9. bekkinga*. Sótt 26. apríl 2014 af <http://www.fnv.is/frettir-nanar/items/urslit-ur-forkeppni-staerdhfraedhikeppni-9-bekkinga>
- Fjölbrautaskóli Suðurnesja. (e.d.). *Stærðfræðikeppni grunnskólanemenda*. Sótt 30. apríl 2014 af <http://www.fss.is/forsidan/frettir/nr/653>

- Fjölbrautaskóli Vesturlands. (e.d.). *Stærðfræðikeppni fyrir grunnskóla*. Sótt 22. mars 2014 af http://www.fva.is/index.php?option=com_content&view=article&id=718:staerdfraedikeppni-v14&catid=82:frettir&Itemid=435
- Freeman, J. (1998). *Educating the very able. Current international research*. London: Stationery Office.
- Freeman, J. (2004). Teaching the gifted and talented, *Education Today*, 54, 17–21.
- Freeman, J. (2010). *Gifted lives, What happens when gifted children grow up*. London: Routledge.
- Freeman, J., Raffan, J. og Warwick, I. (2010). *Worldwide provision to develop gifts and talents: An international survey*. Research report. Reading: CfBT Education Trust.
- Fræðslumiðstöð Reykjavíkur. (2004). *Bráðger börn í grunnskóla. Skýrsla starfshóps*. (Birna Sigurjónsdóttir, Eiríkur Jónsson, Magnús Þór Gylfason, Meyvant Þórólfsson, Ólafur Loftsson, Steinunn J. Ásgeirsdóttir og Una Björg Bjarnadóttir). Reykjavík: Höfundur.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind. The theory of multiple intelligences*. (2. útgáfa). London: Fontana.
- Gardner, H. (1999). *Intelligence reframed: Multiple intelligences for the 21st century*. New York, NY: Basic Books.
- Georgiev, V. (2013). Math competitions – achieving your best. Í Evgenia Sendova, Andreas Ulovec (ritstjórar). *Meeting in mathematics* (bls. 41–54). Sofia: Demetra Publishing House Davidson.
- Gifted Children. (2014). *NEEDS OF CHILDREN WITH HIGH LEARNING POTENTIAL*. Sótt 28. janúar 2014 af <https://www.giftedchildren.dk/open/documents/factsheets/Parents/PP%20Fact%20sheets/General%20-%20free%20to%20download/PA103%20Needs%20of%20Children%20with%20High%20Learning%20Potential.pdf>
- Goetz, K. (2000). Perspectives on team teaching. *Egallery 1* (4). Sótt 14. mars 2014 af <http://people.ucalgary.ca/~egallery/goetz.html>
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 28 (6), 14–17.
- Gross, M. (2006). Exceptionally Gifted Children: Long–Term Outcomes of Academic Acceleration and Nonacceleration. *Journal for the Education of the Gifted*, 29 (4), 404–432.

- Hagstofa Íslands. (e.d. a). *Lykiltölur mannfjöldans 1703–2013*. Sótt 17. febrúar 2014 af <http://hagstofan.is/Hagtölur/Mannfjöldi/Yfirlit>
- Hagstofa Íslands. (e.d. b). *Fjöldi nemenda að hausti eftir skólastigi 1997–2012*. Sótt 17. febrúar. 2014 af <http://hagstofan.is/Hagtölur/Skolamal/Yfirlit>
- Hartman, S. (1983). John Dewey – faðir framsækinnar uppeldisfræði (Ingibjörg Ýr Pálmadóttir og Indriði Gíslason þýddu). *Uppeldi og skólastarf: úr fórum fræðimanna* (bls. 25–33). Reykjavík: Ritróð Kennaraháskóla Íslands og Iðunnar.
- Háskólinn í Reykjavík. (e.d. a). *Grunnskólanemendur fá verðlaun í ólympíustærðfræði*. Sótt 22. mars 2014 af <http://www.ru.is/haskolinn/frettir/nr/24931>
- Háskólinn í Reykjavík. (e.d. b). *Verðlaunaafhending í ólympíustærðfræði*. Sótt 22. mars 2014 af <http://www.ru.is/haskolinn/frettir/nr/11426#sthash.tRUO7hDx.dpuf>
- Henriksen, L. (2010, 7. ágúst). Folkeskolen svigter særligt begavede elever. *Kristeligt Dagblad*. Sótt 5. maí 2014 af <http://www.kristeligt-dagblad.dk/artikel/376146:Danmark--Folkeskolen-svigter-saerligt-begavede-elever>
- House, P. (ritstjóri). (1987). *Providing opportunities for the mathematically gifted K–12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Inga Berg Gísladóttir. (2014). *Afburðarárangur í námi. Tengsl við skuldbindingu framhaldsskólanema til náms og skóla, þörf fyrir námsráðgjöf, þátttöku í skipulögðum áhugamálum og uppeldisaðferðir foreldra*. Óbirt meistarpógráfræðing: Háskóli Íslands, Félags- og mannvísindadeild.
- Ingvar Sigurgeirsson. (2005). Um einstaklingsmiðað nám, opinn skóla og enn fleiri hugtök ... *Uppeldi og menntun*, 14 (2), 9–27.
- Ingvar Sigurgeirsson. (2013). *Litróf kennsluaðferðanna. Handbók fyrir kennara og kennaraefni*. Reykjavík: IÐNÚ.
- Javits, J. K. (2011). *Gifted and Talented Students Education Program*. Sótt 13. febrúar 2014 af <http://www2.ed.gov/programs/javits/index.html>.
- KappAbel. (e.d. a). *Niels Henrik Abel (1802 – 1829)*. Sótt 27. febrúar 2014 af <http://www.kappabel.com/indexfiler/NielsHenrik.html>
- KappAbel. (e.d. b). *Bakgrunn, mál og visjónir*. Sótt 27. febrúar 2014 af <http://www.kappabel.com/indexfiler/bakgrunn.htm>.

- Katrín Fjóra Guðmundsdóttir. (2005). "Ég vil fá verkefni sem fá heilann til að hugsa": *Bráðgerir nemendur*. M.Ed. ritgerð: Háskólinn á Akureyri, Kennaradeild, framhaldsbraut. Sótt 27. apríl 2014 af <http://skemman.is/item/view/1946/1244>
- Kolitch, E. R., og Brody, L. E. (1992). Mathematics acceleration of highly talented students: An evaluation. *Gifted Child Quarterly*, 36 (2), 78–85.
- Lichtman, M. (2012). *Qualitative Research in Education: A User's Guide*. London: SAGE.
- Lög um fræðslu barna nr. 59/1907
- Lög um grunnskóla nr. 91/2008
- Mandelman, S. D., Tan, M., Aljughaiman, A. M. og Grigorenko, E. L. (2010). Intellectual giftedness: Economic, political, cultural and psychological considerations. *Learning and individual differences*, 20, 287–297. Sótt 25. janúar 2014 af <http://www.kfu.edu.sa/ar/Centers/CreativityUnit/Documents/research/sec/IntellectualGiftedness-EconomicPoliticalCulturalAndPsychologicalConsiderations-2010.pdf>
- Maslow, A. H. (1954). *Motivation and personality*. New York, NY: Harper og Row.
- Matthías Jónasson. (1956). *Greindarpróf og greindarþroski. Rannsókn á greindarþroska íslenskra skólubarna ásamt greindarprófkerfi*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.
- Mennta- og menningarmálaráðuneytið. (e.d.). *Ný menntastefna – útgáfa aðalnámskrár*. Sótt 25. febrúar af <http://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/Frettatilkyningar/nr/6004>
- Mennta- og menningarmálaráðuneytið. (2011). *Aðalnámskrár grunnskóla. Almennur hluti*. Reykjavík: Höfundur.
- Menntamálaráðuneytið. (2002). *Úrræði grunnskóla fyrir afburðanemendur. Niðurstöður könnunar febrúar - maí 2002*. Reykjavík: Höfundur.
- Menntaskólinn í Reykjavík. (e.d.). *Grunnskólakeppnin. Stærðfræðikeppni fyrir grunnskólanemendur 2014*. Sótt 22. mars 2014 af http://www.mr.is/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=78&Itemid=1065
- Menntaskólinn á Tröllaskaga. (e.d.). *Stærðfræðikeppni FNV, MTR og 9. bekkjar*. Sótt 26. apríl 2014 af <http://www.mtr.is/is/frettir/staerdfraedikeppni-fnv-mtr-og-9.-bekkjar>

- Mensa. (2014). *About Mensa International*. Sótt 13. febrúar 2014 af <http://mensa.org/about-us>
- Meyvant Þórólfsson. (2004). *Afburðanemendur, bráðger börn. Hver eru þau?* Sótt 27. janúar 2014 af <http://notendur.hi.is/meyvant/Bradger.htm>
- Mogensen, A. (2013). Meeting gifted – while not forgetting the others. Í Evgenia Sendova, Andreas Ulovec (ritstjórar). *Meeting in mathematics* (bls. 1–20). Sofia: Demetra Publishing House Davidson.
- Mönks, F. J. og Ypenburg, I. H. (2009). *Att se och möta begåvade barn* (Mia Engvén þýddi). Stockholm: Natur och kultur.
- NCM. (e.d.). Nationellt centrum för matematikutbildning. *Vad är Kängurun – Matematikens Hopp?*. Sótt 23. mars 2014 af <http://www.mathkang.org/default.html>
- NAGC. (2008). National Association for Gifted Children. *Common Gifted Education Myths*. Sótt 22. febrúar 2014 af <http://www.nagc.org/commonmyths.aspx#Archambault-1>
- Nanna Kristín Christiansen. (2014, 23. febrúar). Bráðgerir nemendur. *Kritin|spjall um skólamál*. Sótt 15. mars 2014 af <http://kritin.is/2014/02/23/bradgerir-nemendur/>
- Nanna Kristín Christiansen. (2014, 26. febrúar). Da Vinci Linan – fyrir nemendur sem vilja læra. *Kritin|spjall um skólamál*. Sótt 15. mars 2014 af <http://kritin.is/2014/02/26/da-vinci-linan-fyrir-nemendur-sem-vilja-laera/>
- Neihart, M. (2007). The Socioaffective Impact of Acceleration and Ability Grouping: Recommendations for Best Practice. *The Gifted Child Quarterly*, 51 (4), 330–342.
- Ólafur Páll Jónsson. (2010). Hugsun, reynsla og lýðræði. Í Jóhanna Einarsdóttir og Ólafur Páll Jónsson (ritstjóri). *John Dewey í hugsun og verki –menntun, reynsla og lýðræði* (bls. 13–41). Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Pettersson, E. (2008). *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik*. Växjö Universitet: Matematiska och systemvetenskapliga institutionen.
- Preckel, P. og Brüll, M. (2009). The benefit of being a big fish in a big pond: Contrast and assimilation effects of academic self-concept. *Learning and Individual Differences*, 20 (5), 522–531.

- Pritchard, A. (2009). *Ways of learning. Learning theories and learning styles in the classroom* (2. útgáfa). New York, NY: Routledge.
- Reis, S. M. og Renzulli, J. S. (2009) Myth 1: The Gifted and Talented Constitute One Single Homogeneous Group and Giftedness Is a Way of Being That Stays in the Person Over Time and Experiences. *Gifted Child Quarterly* 53 (4), 233–235. Sótt 22. febrúar 2014 af <http://gcq.sagepub.com/content/53/4/233>
- Reis, S. M. og Renzulli, J. S. (2010). Is there still a need for gifted education? An examination of current researches. *Learning and individual differences* 20, 308–317. Sótt 15. mars 2014 af <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608009000909#>
- Reykjavíkurborg. (2008). *Stefna Reykjavíkurborgar í menntamálum*. Sótt 30. apríl 2014 af http://reykjavik.is/sites/default/files/ymis_skjol/skjol_utgefid_efni/steftna_msr_2008.pdf
- Roger, K. (2007). Lessons Learned About Educating the Gifted and Talented: A Synthesis of the Research on Educational Practice. *The Gifted Child Quarterly*, 51 (4), 382–397.
- Rotigel, J. V., og Fello, S. (2004). Mathematically gifted students: How can we meet their needs? *Gifted Child Today*, 28 (4), 46–51.
- RUV. (2014, 3. mars). *Of háar einkunnir í íslenskum skólum*. Sótt 15. mars af <http://ruv.is/frett/of-haar-einkunnir-i-islenskum-skolum-0>
- RUV. (2014, 4. mars). *Grundvallaratriði að gefa réttar einkunnir*. Sótt 15. mars 2014 af <http://www.ruv.is/frett/grundvallaratriði-ad-gefa-rettar-einkunnir>.
- Shaffer, D. R. (2002). *Developmental Psychology. Childhood and Adolescence*. (6. útgáfa). Belmont, TN: Wadsworth.
- Sheffield, L. J. (1999). Serving the needs of the mathematically promising . Í L. J. Sheffield (ritstjóri), *Developing mathematically promising students* (bls. 43–55). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Shill, T. C. (2007, 27. maí). Ólympíustærðfræði í sókn. *Morgunblaðið*. Sótt 26. apríl 2014 af <http://www.mbl.is/greinasafn/grein/1147594/>
- Snowman, J. og Biehler, R. (2006). *Psychology Applied to Teaching*. Boston: Houghton Mifflin.

- Sriraman, B. (2005). Are Mathematical Giftedness and Mathematical Creativity Synonyms? A theoretical analysis of constructs. *Journal of Secondary Gifted Education* 17 (1). 20–36.
- Stanley, J. C. (1977). Rationale of the Study of Mathematically Precocious Youth (SMPY) during its first five years of promoting educational acceleration. Í J. C. Stanley, W. C. George, og C. H. Solano (ritstjórar). *The gifted and the creative: A fifty- year perspective* (bls. 75–112). Baltimore, NY: The Johns Hopkins University Press.
- Sternberg, R. J. (2005). Intelligence. Í B. Hopkins (ritstjóri). *The Cambridge encyclopedia of child development* (bls. 332–335). Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Stærðfræðikeppni FNV. (2000, 14. apríl). Stærðfræðikeppni FNV. *Morgunblaðið*. Sótt 26. apríl 2014 af <http://www.mbl.is/greinasafn/grein/530150/>
- Tomlinson, C. A. (2003). *Fulfilling the promise of the differentiated classroom: Strategies and tools for responsive teaching*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Treffinger, D. J. (2009). Myth 5: Creativity Is Too Difficult to Measure. *Gifted Child Quarterly* 53 (4), 242–244. Sótt 22. febrúar 2014 af <http://gcq.sagepub.com/content/53/4/245>
- Þórhildur Helga Þorleifsdóttir. (2013). „Það er ofboðslegur línudans“. *Hlutverk skólustjóra við innleiðingu teymisvinnu kennara* (óbirt meistarpófráttgerð). Háskóli Íslands, Menntavísindasvið. Sótt 14. mars 2014 af http://skemman.is/stream/get/1946/16057/37072/1/Þórhildur_Helga_Línudans.pdf.
- Ziegler, A. (2010). Högt begávade barn (Ingrid Wikén Bonde þýddi). Stockholm: Norstedts.
- Zollman, A. (2007). Revisiting the needs of the gifted mathematics students: Are students surviving or thriving? *Mediterranean Journal For Research In Mathematics Education. An International Journal*, 6, 10g2, 139–147.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The Development of Higher Psychological Process*. Cambridge, MA. Harvard University Press.
- Wadsworth, B. J. (1996). *Piaget's theory of cognitive and affective development: Foundations of constructivism* (5.útgáfa). New York, NY: Longman Publishers.

- Westphael, H. (2013). Mathematical competences. Í Evgenia Sendova, Andreas Ulovec (ritstjórar). *Meeting in mathematics* (bls. 21–40). Sofia:Demetra Publishing House Davidson.
- Worrell, F. C. (2009). Myth 4: A Single Test Score or Indicator Tells Us All We Need to Know About Giftedness. *Gifted Child Quarterly* 53 (4), 242–244. Sótt 22. febrúar 2014 af <http://gcq.sagepub.com/content/53/4/242.full>.

