

Fylgiskjal 1. Skráningarleiðbeiningar fyrir rannsakendur

1. Rannsakendur skulu ekki hafa nein afskipti af eðlilegri framvindu kennslustundarinnar (t.d. með því að hjálpa nemendum með dæmi). Hins vegar er rannsakendum leyfilegt að spyrja spurninga til nánari útskýringar (t.d. ef þeir gátu ekki heyrt hvað nemandi sagði). Að öðru leyti skulu rannsakendur láta lítið fyrir sér fara og fylgjast með.
2. Góð hugmynd er að rannsakendur skrái niðurstöður sínar á sjálfa kennsluáætlunina. Með þessum hætti geta þeir skipulega skráð niður hugleiðingar sínar út frá markmiðum og framgöngu kennslustundarinnar.
3. Til að auðvelda rannsakendum vinnuna er hægt að styðjast við ákveðna verkaskiptingu. Þannig geta rannsakendur skipt nemendum á milli sín í ákveðna hópa sem þeir fylgjast náið með. Að auki geta rannsakendur skipt ákveðnum rannsóknaratriðum á milli sín, t.d. tímaáætlun o.fl.
4. Til að auðvelda rannsakendum að hafa skipulag á punktum sínum er hægt að setja táknið + og – fyrir framan. Plúsinn táknar þau atriði sem heppnuðust vel en mínusinn þau atriði sem hefðu mátt fara betur

(Choksi o.fl. 2001).

Fylgiskjal 2. Leiðbeiningar fyrir umræðufund

1. Hópurinn byrjar á því að skipta með sér verkum á fundinum til að umræðurnar verði skipulagðar og allir fá tækifæri til þess að koma sínum skoðunum á framfæri. Því þarf að skipa fundarstjóra, ritara og tímavörð.
2. Fundarstjóri byrjar fundinn á því að greina frá uppbyggingu hans ásamt því að kynna markmið kennslustundarinnar í stuttu máli.
3. Skipuleggjendur skulu segja frá þeim spurningum sem vöknudu við skipulagningu kennslustundarinnar. Ef umræðufundurinn er haldinn eftir seinni kennslustundina skulu skipuleggjendur segja frá þeim breytingum sem voru gerðar frá fyrri kennslustundinni og hvernig þær breytingar eru tengdar markmiðum seinni kennslustundarinnar.
4. Rannsakendur segja frá hugleiðingum sínum varðandi kennslustundina og styðjast við þær niðurstöður sem þeir punktuðu hjá sér.
5. Einn rannsakandi skal segja frá hugmyndum sínum um tiltekin þátt kennslustundarinnar og hinir rannsakendurnir þar á eftir. Næsti þáttur er tekin fyrir með sömu aðferð og svo koll af kolli. Þetta er gert til þess að allir rannsakendur fái möguleika til að tjá skoðanir sínar ásamt því að koma í veg fyrir að einn rannsakandi ráði yfir umræðunni.
6. Tímavörður skal láta fundaraðila vita ef tími er orðinn naumur þannig að hægt sé að slíta fundinum á fagmannlegan hátt. Ef utanaðkomandi aðili er á fundinum þá skal slíta umræðunni með hugmyndum frá honum

(Choksi o.fl. 2001).

Fylgiskjal 3. Foreldrabréf

Kópavogur 5. mars 2007

Kæri foreldri/forráðamaður,

Við undirritaðir óskum hér með eftir þínu samþykki til þess að stunda athugun á framgangi tveggja stærðfræðikennslustunda sem barnið þitt mun vera þátttakandi í. Athugun þessi er hluti af lokaverkefni okkar við Kennaraháskóla Íslands sem ber vinnuheitið „Rannsókn á kennslustund“ (e. Lesson Study).

Athugunin miðar að því að skoða á hvaða hátt nemendur meðtaka innihald kennslustundar og hvernig sé best fyrir kennarann að miðla efninu frá sér. Áherslan er á kennarann og kennsluna sem heild og því munu nöfn nemenda hvergi koma fram.

Atli Jóhannsson

Björn Óli Guðmundsson

Kristinn Þorvaldsson

Nafn nemanda

Undirskrift foreldis/forráðamanns

Fylgiskjal 4. Stuðningspunktar fyrir umræðufund

Kennsluþáttur: Hvaða efni átti að taka fyrir á þessum tímapunkti kennslustundarinnar.

- a. **Markmið:** Hvaða markmið voru sett fyrir kennslu á þættinum?

- b. **Lykilsetning / Lykilspurning:** Á hvaða hátt var meginatriðum kennslunnar komið til skila til nemenda?

- c. **Tími:** Áætlaður tími sem nota átti í kennslu á þættinum.

Fylgiskjal 5. Umræðufundur - seinni kennslustund

1. Nemendur athuga líkur á tilteknum atburðum með teningum. t.d. hverjar eru líkurnar á því að fá 6 á $1xD6$. Leyfa nemendum að kasta teningnum og skrifa niðurstöður eftir 5 og 20 köst. Nemendur hvattir til þess að nota tíðnitöflu til að halda utan um köst sín. Hversu nálægt eru raunlíkurnar fræðilegu líkunum.

- **Markmið:** Nemendur kynnist notkun á tíðnitöflu. Nemendur noti tilraun til að átta sig á muninum á raunlíkum og fræðilegum líkum.
- **Lykilsetning:** Hvernig er hægt að skrá niðurstöður á skipulegan hátt? Hver er munurinn á raunlíkum og fræðilegum líkum?
- **Tími:** 20 mínútur.

2. Myndræn framsetning á líkum, kynning á líkindatré.

- **Markmið:** Nemendur kynnist notkun á líkindatré.
- **Lykilspurning:** Hvernig er hægt að setja líkur fram myndrænt?
- **Tími:** 15 mínútur.

3. Líkur á útkomum á $2xD6$. Nemendur reyna að búa til töflur úr mögulegum útkomum.

- **Markmið:** Kynnist muninum á jöfnum og ójöfnum líkum
- **Lykilsetning:** Hvernig líkindatré gagnast við að átta sig á muninum á jöfnum og ójöfnum líkum.
- **Tími:** 20 mínútur.

4. Veðmál við nemendur. Líkurnar á því að fá 5 eða 6 á tveimur teningum eru $5/9$.

Kennari veðjar við nemendur og athugun fer fram þar sem kennari kastar 30 sinnum tveimur teningum og nemendur skrá niður útkomuna.

- **Markmið:** Gefa nemendum tækifæri til að nýta þekkingu sína til að átta sig á flóknu en um leið áhugahvetjandi verkefni.
- **Lykilspurning:** Hvers vegna vann kennarinn?
- **Tími:** 10 mínútur.

5. Nemendur búa til dæmi og reikna fræðilegar líkur. Að því loknu nota þeir Trial & Error aðferð til þess að komast að því hverjar raunlíkurnar eru.

- **Markmið:** Nemendur geti búið til sín eigin dæmi.
- **Lykilsetning:** Búið til dæmi um líkindi út frá efni kennslustundarinnar.
- **Tími:** 15 mínútur.

Fylgiskjal 6. Punktur rannsakanda A úr fyrri kennslustund

- Kynning – nokkuð vel kynnt, nemendur þó í erfiðleikum með að skilja
- 5 köst - niðurstöður nemenda miðað við 5 köst bentu til þess að líklegast væri að fá 2 og 3. Einn nemandi sagði að maður fengi aldrei 6 því það er svo gott að fá 6.
- Nemendur áhugasamir með tilraunina, mikið fjör og mikið gaman, einbeiting góð.
- 10 köst – líklegast að fá 1 og 2 í 10 köstum – nemendur undrandi, ekkert hins vegar sem bendir til þess að þeir séu að spyrja sig af hverju, þ.e. er einhver ákveðin formúla eða ástæða sem býr að baki
- Kennari reyndi að fá upp hugtakið raunlíkur – tókst ekki. Leiddi nemendur að því að fleiri köst nálgast fræðilegar líkur, nemendur virtust átta sig á muninum þar á milli...ahhhh upplifun.
- Líkindatré vel kynnt, myndræn framsetning góð og vakti áhuga nemenda. Heildarlíkur – góð nálgun, leggja saman líkur til að fá heild. Einnig mjög gott að koma með annað dæmi við útskýringu á líkindatré, þ.e. pening og tening. Nemendur virtust skilja betur þegar kennari útskýrði tréð fyrir pening.
- 50 mínútur liðnar – tími skv. áætlun
- 2 teningar – kennari spurði hvað væru margar mögulegar útkomur á 2 teningum – einn nemandi svaraði um leið.....2-12. Umræður um mögulegar útkomur – erfiðleikar. Kennari leiðir nemendur að líkindatrésframsetningunni – nemendur virðast átta sig betur

Fylgiskjal 6. Punktur rannsakanda A úr fyrri kennlustund – frh.

- Röð teninga – skiptir máli? Nemendur vita að með teningum eru 36 mögulegar útkomur. Einn nemandi virtist vita að röð teninga skipti máli en gat hins vegar ekki komið því frá sér. Kennari gerir vel og fer í líkindatré til að skýra betur.
- Líkur á að fá útkomuna 6 á tveimur teningum – kennari er of fljótur að koma með heildarlíkur. Betra að bíða og láta nemendur koma með svarið.
- Líkur á að fá 1 og 2 – nemandi kemur með svarið 2/36 – kennari spyr bekkinn hvort það sé rétt. Nemandi tekur það til sín, efast um kenningu sína og virðist sem hann rökstyður með sjálfum sér, telur putta – mikið í gangi. Sami nemandi kemur svo með muninn á Og/Eða: Og þá margfaldarðu brotið saman, eða þá leggurðu brotið saman.
- Tímaáætlun aðeins á eftir ca. 5 mín.
- Nemendur fá fyrirlögn um að útbúa dæmi – strax myndast umræður og strax dæmi án þess þó að lausnin liggja fyrir. Áhugi byrjar hægt og rólega að dvína.
- Dæmi hjá nemendum:
 1. 30 krakkar eru í bekk. Hve margir eru samkynhneigðir ef 1/10 hluti bekkisins er samkynhneigður? (3)
 2. Hverjar eru líkurnar á að fá 1 og 5 ef þú kastar 2 teningum? (1/36)
 3. Hverjar eru líkurnar á að draga ás í spilastokki? (4/52)
 4. 20 kúlur eru í boxi. 16 hvítar og 4 svartar. Hverjar eru líkurnar á að draga svarta kúlu? (4/20).
- Lítil tími eftir, ca. 3-4 mínútur.
- Veðmál – mikill áhugi, einbeiting hjá nemendum var að minnka en blossaði upp úr öllu valdi í veðmálinu. Áhugaverðar niðurstöður – kennari vann. Af hverju?? Sniðugt að velta því fyrir sér í næsta tíma ef hann yrði kenndur....

Fylgiskjal 7. Punktur rannsakanda B úr fyrri kennslustund

- Bergmálar í stofunni
- Taka upp reikningsbók + blýant
- 2+2 vinna saman
- Í byrjun kanna/tilraun mism tölur á teningi
- Kasta 5/10/15/20, 1 kastar, 1 skráir
- Niðurstöður allra teknað upp á töflu, mætti nota púða til að stroka út, óskýrt
- Ath. Hvernig nem skrá hjá sér, fáir virðast nota tíðnitöflu
- Endurtekning of einhæf, láta nem skrá 15 og 20 köst í einu
- Ath. spyrja hvort teningarnir séu „réttir“
- Leggja saman H1, H2 o.s.frv.
 - Sp. Leggja saman til hliðar eða niður,
 - láta nem útskýra hvað hver dálkur/röð er
- Sp. Hvað heita svona líkur (raunlíkur)?
 - sv. líkindafræði / prósentur
- Segir hvernig á að reikna líkur í stað þess að spyrja HVERNIG
- Nem reikna út líkur, aftur segir hvernig á að gera.
- Nem gíammar í stað þess að leyfa öllum að prófa og spyrja svo
- Sp. er 6 á móti 23 15%?
 - Svarar nei, í stað þess að fá nem til að fatta sjálf
- Sp. Munur á raunlíkum /fræðilegum líkum?
 - Já
- Sp. Verða þær e-n tímunn þær sömu?
 - Vantar meiri umræðu, tengja við svörin þeirra
 - Röng svör: biðma nem að útskýra
- Missa áhuga þar sem kennari talar og nem hlusta. Leyfa nem frekar að útskýra og sp. hvort þeir séu sammála
- Líkur á pening $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{50}$, 50% líkur
- Áður en aukateningur er fenginn mætti draga saman hvað þegar hefur komið fram

Fylgiskjal 7. Punktur rannsakanda B úr fyrri kennslustund – frh.

- Tilraun m/2 teningum
 - Byrja á því að spyrja um mögulegar útkomur
- Nem m/ iPod
- Sp. Hvað margir möguleikar?
 - 2 og upp í 12
- Sv. Eigum við að leggja allt saman?
- Hvernig geum við sett upp á töflu?
 - Sv. 2, 3, 4...12
 - Sp. Skiptir máli hvað þú færð á fyrri tening?
- Ræðið saman um það...ekki að virka. Frekar að stýra hópumræðum, of margir að tala saman
- Útskýra: 36 mism. líkur á töflunni...vantar kemur seinna
- Telja fj. mism. útkoma, gefur tvo valmöguleika
 - Spurning hvort hefði verið betra að leyfa þeim að finna upp á leiðum
- Sp. Skiptir máli 1-2 eða 2-1
 - Sv. Nei, sama útkoma
 - Sv. Skiptir máli...engin rökstuðningur nem
 - Sv. Skiptir ekki, alltaf saman útkoma
 - Vitum ekki hvor er fyrri og hvor er seinni (mislitir?!)
- Hvað þýðir að það skipti máli?
- Hvernig get ég fengið 6 út?
 - Svarar sjálfur
- Mætti frekar gera upp á töflu m/bekknunum
- Tillaga nem. 3-3 og aftur 3-3, líkt og 1-5 og 5-1. Nota tréð til að útskýra af hverju má ekki gera 3-3 og aftur 3-3
- Skoðar líkur á 6 / 7 / 8, nem fatta að sömu líkur eru á 6 og 8
- Fyrst 1 síðan 2, 2 svör 1/36 og 2/36. Láta nem frekar færa rök fyrir sínu máli
- 1 og 2 – 2/36
 - Margfalda líkur í tré... $1/6 \cdot 1/6 = 1/36$

Fylgiskjal 7. Punktur rannsakanda B úr fyrri kennslustund – frh.

- Mætti skoða 1 tening og 1 pening...?
 - Taka teningana burt, hávaði í stofu
- Líkur og orðin OG / EÐA
 - Nem heyrðu ekki útskýring á mism. á og/eða hjá öðrum nemenda
- Hefði átt að ræða betur áður en nem gera dæmi til að fá fjölbreyttari dæmi
- Útaf því að nemendur eru ekki vissir á OG/EÐA...eru þeir snöggir að gera einföld dæmi..og bíða svo og hanga
- Nem: Þetta er ekki líkindafræði (Ásar í spilastokk)
- Leyfa frekar næsta hóp heldur en að þröngva hóp sem er ekki búinn
- Samkynhneigð 30 í bekk, 1/10, 3
 - Mætti ítreka mun á raunlíkum og fræðilíkum
- Of leiðandi
 - „Endurtaka“ / er það ekki
- Nota frekar „Af hverju, útskýrðu“ ekki „Eru allir sammála“.
- Taka flókin dæmi upp á töflu
 - Kúludæmið skildi enginn
- Sp. Fjöldi á 3 teningum $6 \cdot 6 \cdot 6$
- Veðmálið, misskilningur með útkomu vs. upp komi

Fylgiskjal 8. Punktur rannsakanda A úr seinni kennslustund

Nemendur kasta teningi 5 sinnum

- Kennari segir svörin við spurningum sínum of fljótt, betra að bíða og leyfa nemendum að koma með sínar hugmyndir. Sama vandamál og í fyrri kennslustundinni.

Nemendur kasta teningi 20 sinnum

- + Kennari sækist eftir tíðnitöflu og fær hana. Góðar spurningar hjá kennara, sbr. „Hvernig er hægt að skrá niðurstöður úr þessum 20 köstum á skipulagðan hátt?“

30 mínútur liðnar - tímaáætlun aðeins á eftir áætlun - áhugi að aukast.

Nemendur eiga í erfiðleikum með að skilja prósentur og tugabrot, kennari þarf að mata ofan í nemendur, gerir þó vel og er þolinmóður, bíður eftir svörum nemenda ólíkt því sem gerðist í byrjun tímans.

Raunlíkur – fræðilegar líkur

- + Kennari gerir vel, skoðar fræðilegar líkur út frá skráningu raunlíka – raunlíkur eru hins vegar ekki í samræmi við fræðilegar líkur í þetta skiptið.

Mögulegar útkomur á tening

- + Vel gert hjá kennara þar sem hann lætur nemendur velta fjölda mögulegra útkoma á einum tening. Fær svar um leið frá nemendum – 6 mögulegar útkomur, heldur áfram og tekur annað dæmi til að prófa skilning nemenda. „Hver er fjöldi mögulegra útkoma 4 hliða fernings?“ Fær rétt svar og heldur áfram....

Líkindatré.....skráning mögulegar útkomur

- + Mjög vel útskýrt hjá kennara. Hann byrjar á að útskýra einfalt líkindatré fyrir pening og fer svo í flóknara líkindatré fyrir tening. Nemendur virðast átta sig á líkindatrénu og tilgangi þess.

Fylgiskjal 8. Punktur rannsakanda A úr seinni kennlustund – frh.

- + Kennari fær einnig plús í kladdann fyrir staðsetningu líkindatrés tenings á töflunni, þ.e. beint fyrir neðan líkindatré penings. Þannig er auðvelt fyrir nemendur að tengja saman mögulegar útkomur og líkur fyrir hverja hlið. Kemur einnig að góðum notum þegar kennari útskýrir heildarlíkur.

Nemendur kasta tveimur teningum 5 og 15 sinnum – gengur vel hjá nemendum og svo virðist sem flestir hafi sett niðurstöðurnar upp í tíðnitöflu.

Fjöldi mögulegra útkoma á 2 teningum

- + Kennari gerir vel og útskýrir út frá líkindatré. Leggur einnig áherslu á að rauði teningurinn sé á undan hvíta.
- + Erfiðlega gengur hjá kennara að fá margföldunarhugtakið upp, gerir hins vegar mjög vel og heldur áfram þrátt fyrir að það taki smá auka tíma. Útskýrir betur út frá líkindatré. Spurning hvort hefði verið hægt að reyna að tengja við fjölda mögulegra útkoma á tveimur 4 hliða ferningum.

65 min liðnar. Tímaáætlun er nokkuð á eftir áætlun... gætum lent í tímaþröng.

Veðmálið – heppnaðist vel, áhugi gríðarlegur. Nemendur sem ekki höfðu haft sig mikið frammi vöknudu til lífsins og sýndu mikinn áhuga. Kennari breytti 30 köstum í 40 köst, kennari vann veðmálið

Nemendur útbúa sjálfir dæmi

- ekki gafst tími til þess að fara yfir lausnir - ef haldið hefði verið áfram með efnið hefði verið sniðugt að taka umræður um dæmin í næsta tíma, þ.e. um uppbyggingu og lausn þeirra.

Fylgiskjal 9. Punktur rannsakanda B úr seinni kennslustund

- Svarar oft eigin spurningum
- + Hvernig geum við haldið utan um 20 köst
 - Nem. tíðnitafla
 - Ken. hrósar, góð hugmynd, sýnir upp á töflu
- 1 auknem kemur, í Alm Stæ III, „Búinn með þetta“
- Nemendur svolítið erfitt með að fylgjast m fjölda kasta
- + Spyr nem. Hvernig fengum við tölur, hvað tákna þær
- Nem. hópur 5. Reikna 22 köst í stað 20 vegna þess að ógreinilegur munur er á 5 og 3 upp á töflu
- + Nem. koma sjálfir með tillögu að því hvernig er hægt að fá líkur í % þegar heild og hluti eru þekkt
- Tvær stelpur trufla mikið, kennara en ekki nem.
- + Er líklegur að fá 6 (hæsta %), nem. neita,
 - kennari mætti spyrja oftar „Hvers vegna/ afhverju“?
- „Er það ekki?“ – léleg spurningatækni
- + Grípur spurningu nemenda um heildarprósentu
 - Nem ekki allir sannfærðir um 100%, því við breyttum 120 í 122 köst
- + Leggja saman $1/6 + 1/6$
 - + Út frá því útskýrir mun á fr/raunlíkum
- + Útskýrir líkindatré á töflu m pening
- „Allir sammála“ - enginn þorir að segja annað
 - „Fleiri tillögur“ – opnari/jákvæðari spurning
- + Kastar tveimur teningum, vitnar í nem, „eins og hún segir þá leggjum við saman útkomuna“
- + Get ég notað sömu töflu, nem. koma með tillögur
- + Hvernig skráðuð þið, 5 köst, allir skrifa niður
- + Nem. kemur með útfærslu að tíðnitöflu fyrir 2D6
- Kennari heyrði vitlaust, vegna láta í teningum
- Hvað er líklegast, getur ímyndað, ken. ágiskun 7

Fylgiskjal 9. Punktur rannsakanda B úr seinni kennslustund – frh.

- + Af hverju?
- + Sama útkoman, en fékk ég það á sama hátt?
 - 1 + 6 vs 6 + 1
- + Nem. leggja saman niðurstöður
- + Kannski getur líkindatréð hjálpað
- Vantar meira töflupláss
-
- Aftur ná nem. ekki mun á 5 eða 6 á tening og 5 eða 6 í útkomu
- + Nem halda að kennari svindli, farnir að efast um að það séu jafnar líkur á 5 og 6 vs 1,2,3,4
- + Kennari gaf ekki upp svarið við veðmálinu
 - Gott til að tengja við næsta tíma
 - Ítreka að í lok tímans...
- + Meiri líkur ef maður vill ekki vinna...Kennari segir að um góða pælingu sé að ræða
-
- + Nem. skila dæmum til kennarans
 - Nota dæmin í næstu kennslustund