



# Árangursrík stærðfræðikennsla

## Áherslur starfandi kennara í stærðfræðikennslu

Anna Þórunn Guðmundsdóttir

Lokaverkefni til M.Ed.-prófs í faggreinakennslu í grunnskóla

(stærðfræði)

Kennaradeild



**HÁSKÓLI ÍSLANDS**  
**MENNTAVÍSINDASVIÐ**



**Árangursrík stærðfræðikennsla**  
***Áherslur starfandi kennara í***  
***stærðfræðikennslu***

Anna Þórunn Guðmundsdóttir

Lokaverkefni til M.Ed.-prófs í faggreinakennslu í  
grunnskóla (stærðfræði)

Leiðbeinandi: Guðbjörg Pálsdóttir

Kennaradeild

Menntavísindasvið Háskóla Íslands  
Febrúar 2016



Árangursrík stærðfræðikennsla

Ritgerð þessi er 30 eininga lokaverkefni til M.Ed. prófs við kennaradeild, Menntavísindasviði Háskóla Íslands.

© 2016 Anna Þórunn Guðmundsdóttir

Ritgerðina má ekki afrita nema með leyfi höfundar.

Prentun: Háskólaprent

Reykjavík, 2016



## Formáli

Ritgerð þessi er 30 ECTS eininga meistaraþrófsverkefni sem lagt er fram til fullnaðar M.Ed. gráðu í kennslufræði við Háskóla Íslands. Viðfangsefni ritgerðarinnar er árangursrík stærðfræðikennsla. Tekin voru viðtöl við fjóra starfandi stærðfræðikennara í grunnskóla með það að markmiði að öðlast innsýn inn í þeirra stærðfræðikennslu og fá fram viðhorf þeirra til árangursríkrar stærðfræðikennslu.

Leiðbeinanda mínum, Guðbjörgu Pálsdóttur dósent við Menntavísindasviðs Háskóla Íslands, vil ég færa sérstakar þakkir fyrir stuðning sinn og leiðsögn við gerð ritgerðar þessarrar. Einnig vil ég þakka Guðnýju Helgu Gunnarsdóttur, lektor við Menntavísindasvið Háskóla Íslands og sérfræðingi, fyrir gagnlegar ábendingar. Fjölskyldu minni þakka ég fyrir ótrúlega hjálpssemi og skilning á því hversu mikill tími fer í verkefni sem þetta. Án þeirra hefði verkefni þetta ekki orðið að veruleika. Að lokum vil ég þakka þátttakendum fyrir framlag sitt til verkefnisins.





## Ágrip

Í gegnum kennaranámið hef ég kynnst ýmsum kennsluaðferðum sem rannsóknir sýna að beri árangur í stærðfræðikennslu. Í vettvangsnámi mínu hef ég ekki oft séð stærðfræðikennara beita slíkum aðferðum. Því þótti mér athyglisvert að rannsaka hvers konar aðferðir stærðfræðikennarar grunnskóla væru að nota og teldu árangursríkar.

Til þess að skilgreina betur árangursríka stærðfræðikennslu leitaði ég í skrif fræðimanna sem rannsakað hafa stærðfræðikennslu víða um heim. Í kjölfarið framkvæmdi ég eigindlega rannsókn þar sem gögnum var safnað í gegnum hálfopin viðtöl við fjóra þátttakendur. Þátttakendur höfðu misjafna menntun og reynslu í stærðfræðikennslu og komu fram ólík viðhorf til árangursríkar stærðfræðikennslu. Að lokum voru niðurstöður rannsóknarinnar skoðaðar í ljósi fræðilegu umfjöllunarinnar.

Meginniðurstöður rannsóknar minnar eru að þeir þátttakendur sem kenna á unglíngastigi grunnskóla telja árangursríkast að notfæra sér einstaklingsvinnu nemenda auk innlagnar frá kennara. Þátttakandi sem kennir á yngsta stigi telur hins vegar að nemendur þurfi að taka virkan þátt í þekkingarleit sinni og notar fjölbreyttar aðferðir í kennslu þar sem þekking og áhugi nemenda spilar stórt hlutverk.

Þátttakendur á unglíngastigi notfæra sér lítið þær kennsluaðferðir sem rannsóknir hafa sýnt að beri árangur í stærðfræðikennslu. Kennsluaðferðir þeirra eru í takt við niðurstöður íslenskra rannsókna sem sýna að einsleit kennsla er algengust þar sem aðaláherslan er á efni vinnubókarinnar og einstaklingsvinnu nemandans. Segjast þátttakendur á unglíngastigi nýta sér þessar aðferðir í kennslunni því reynsla þeirra hafi sýnt þeim að þær virki.

Áhersla á umræður, stærðfræði tungumálið og tengingu stærðfræðinnar við daglegt líf kemur fram hjá fræðimönnum jafnt sem þátttakendur rannsóknarinnar. En fræðimenn og þátttakendur leggja einnig báðir áherslu á notagildi stærðfræðinnar fyrir nemendur og einstaklingsmiðað nám.

Þátttakandi sem kennir á yngsta stigi er sá eini sem hefur hlotið B.Ed. gráðu í kennslufræðum þar sem áhersla er lögð á stærðfræði. Má velta því fyrir sér hvort sú staðreynd hafi áhrif á viðhorf hans, til árangursríkrar stærðfræðikennslu, og greini þau frá viðhorfum annarra þátttakenda.

# **Abstract**

## **Effective mathematics teaching**

Through my teaching education I have learned about various teaching methods and studies that have shown to be effective in mathematics teaching. However, in my teaching practices I have not seen mathematics teachers apply these methods very often. Therefore, I took interest in studying what kind of teaching methods mathematics teachers in elementary school were using and thought to be effective.

In order to better define effective mathematics teaching I searched through previous research on mathematic teaching all over the world. Subsequently, I conducted a qualitative study where data was collected through half-open interviews with four participants. The participants' education and experience in mathematics teaching was diverse and their beliefs about effective mathematics teaching differed. The results were then examined in the light of the theoretical discussion.

The study findings show that the participants that teach students from age twelve through sixteen consider individual student work and teachers presentation as to be most effective. The participant who teaches students aged eight and nine thinks students need to be active in their search for knowledge and uses differentiated instruction where student's former knowledge and interests play a big role.

The participants that teach students from age twelve through sixteen do not make great use of the teaching methods that studies have shown to be effective in mathematics teaching. Their teaching methods are in line with former Icelandic studies that show that the emphasis in mathematics teaching is on the textbook and individual seat work. According to the participants they use this kind of instruction because their experience has shown it to be effective.

Focus on discussion, mathematical language and the connection between mathematics and real life is detected as an important part of mathematics teaching from the participants as well as former studies on the field. Researchers and participants also emphasise the mathematic utility for students and individualized learning.

The participant who teaches students aged eight and nine is the only participant who has a bachelor degree in mathematics education. It raises the question if it affects his beliefs about effective mathematics teaching and distinguishes them from the other participants' beliefs.



## Efnisyfirlit

Formáli .....	3
Ágrip .....	5
Abstract .....	6
1 Inngangur .....	11
2 Árangursrík stærðfræðikennsla .....	13
2.1 Fjölbreyttar kennsluaðferðir .....	13
2.2 Stærðfræðiverkefni .....	18
2.3 Stærðfræðikennarinn .....	23
3 Rannsóknir á stærðfræðikennslu .....	29
3.1 Innlendar rannsóknir á stærðfræðikennslu.....	29
3.2 Erlendar rannsóknir á stærðfræðikennslu .....	32
3.2.1 Viðhorf stærðfræðikennara til árangursríkrar kennslu.....	36
3.2.2 Einkenni árangursríks stærðfræðikennara.....	37
3.2.3 Hindranir – áskoranir - vandamál.....	40
4 Samantekt á fræðilegri umfjöllun .....	41
5 Rannsóknin.....	43
5.1 Rannsóknarspurningin.....	43
5.2 Rannsóknaraðferð .....	43
5.3 Val á þátttakendum .....	44
5.4 Gagnaöflun .....	45
5.5 Gagnagreining .....	46
5.6 Takmarkanir og siðferðisleg álitamál .....	47
6 Niðurstöður .....	49
6.1 Kennslustundin .....	49
6.1.1 Skipulag kennslu.....	49
6.1.2 Hefðbundin kennslustund.....	51
6.1.3 Námsefni .....	57
6.2 Kennsluaðferðir .....	61
6.2.1 Einstaklingsmiðun .....	61
6.2.2 Fjölbreyttar kennsluaðferðir .....	62

6.2.3	Fjölgreindarkenning Gardners.....	64
6.2.4	Umræður .....	66
6.2.5	Hópvinna .....	67
6.3	Viðhorf.....	68
6.3.1	Mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennarann .....	69
6.3.2	Mikilvægar áherslur og markmið í stærðfræðinámi .....	70
6.3.3	Skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennslan er að skila árangri.....	71
7	Umræður.....	73
7.1	Kennslustundin .....	73
7.1.1	Skipulag kennslu .....	73
7.1.2	Hefðbundin kennslustund .....	74
7.1.3	Námsefni .....	77
7.2	Kennsluaðferðir .....	79
7.2.1	Einstaklingsmiðun .....	80
7.2.2	Fjölbreyttar kennsluaðferðir .....	81
7.2.3	Fjölgreindarkenning Gardners.....	82
7.2.4	Umræður.....	84
7.2.5	Hópvinna .....	84
7.3	Viðhorf.....	86
7.3.1	Mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennarann .....	86
7.3.2	Mikilvægar áherslur og markmið í stærðfræðinámi .....	87
7.3.3	Skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennslan er að skila árangri.....	87
8	Lokaorð.....	89
	Heimildaskrá.....	93
	Viðauki A.....	97
	Viðauki B.....	98
	Viðauki C.....	99

## 1 Inngangur

Stærðfræði hefur verið kennd á Íslandi allt frá lög um „uppfræðing“ barna voru sett árið 1880 þar sem mælt var fyrir skyldufræðslu barna í reikningi og skrift (Loftur Guttormsson, 1992). Því má telja að hefð sé fyrir því að hana sé að finna í skólakerfi landsins. Hún hefur verið mikilvægur hluti menningar og ein af leiðum mannsins „til að skapa merkingu og skilja náttúru og samfélag“ (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Stærðfræðin er því samfélagslegt verkfæri sem mikilvægt er fyrir einstaklinginn að hafa tök á vilji hann vera virkur þátttakandi í sínu daglega lífi. Það er einmitt meginmarkmið stærðfræðináms að þróa með nemendum þá hæfni að þeir geti notfært sér stærðfræðina í fjölbreyttum tilgangi og sjái þann möguleika sem býr í greininni (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Í gegnum kennaranám mitt hef ég kynnst ýmsum aðferðum og kenningum sem segja til um hvernig æskilegt sé fyrir stærðfræðikennarann að haga kennslu sinni vilji hann að nemendur hans nái sem mestum árangri í greininni. Mikil áhersla hefur verið lögð á einstaklingsmiðun og að nemendur séu virkir þátttakendur í námi sínu og þekkingarleit (Aðalnámskrá grunnskóla, 2011). Ég hef ekki einungis fengið að kynnst þeirri hugmyndafræði sem liggur að baki ýmsum aðferðum og kenningum sem vænst er til þess að stærðfræðikennarar styðjist við heldur hef ég einnig lesið um rannsóknir, Boaler (2006), Stigler og Hiebert (2004), Hiebert o.fl. (1997) o.fl., sem sýna fram á að þessar aðferðir virki vel í stærðfræðikennslu.

Vettvangsnám er stór hluti kennaranámsins og hefur það reynt mér gott námstæki í námi mínu. Í því hef ég rekist á það að þeir kennarar sem ég hef fengið að fylgjast með haga kennslu sinni á allt annan hátt heldur en lögð hefur verið áhersla á að við kennaranemar gerum. Þessir kennarar halda fast í gamlar hefðir þar sem þeir eru í aðalhlutverki í því að mata nemendur af upplýsingum sem nemendur síðan nota til þess að vinna samskonar dæmi í vinnubók sinni. Þeir fylgja því ekki þeim breyttu áherslum sem orðið hafa í kennslu hérlendis þar sem áhersla er lögð á að taka mið af einstaklingsmun, ólíkum námsstíl einstaklinga og fjölgreind (Gerður G. Óskarsdóttir, 2014).

Frá því ég hóf kennaranám við Háskóla Íslands hefur mér fundist kennarastarfið spennandi starfsvettvangur þar sem hægt sé að vinna á fjölbreyttan hátt. Í kjölfar þeirra vettvangsheimsóknna sem ég hef farið í þá

hefur hins vegar dregið ögn úr spenningi mínum þar sem svo virðist sem fjölbreytnin sé ekki eins mikil og kenningar og fræðin gefa til kynna að þurfi að ríkja svo að nemendur nái árangri. Þar sem ég hef einungis stundað vettvangsnám í tvær til fjórar vikur hverju sinni finnst mér þó erfitt að alhæfa um hvernig hinn almenni stærðfræðikennari hagar kennslu sinni. Þessi reynsla hefur fengið mig til þess að velta því fyrir mér hvernig stærðfræðikennarar grunnskóla í dag haga kennslu sinni og hvaða ástæður liggja að baki þeirra aðferða er þeir kjósa að beita.

Það hefur ávallt verið stefna mín að ná árangri í starfi og sjá til þess að nemendur mínir nái árangri í námi sínu. Markmið mitt var því að afla mér frekari og dýpri þekkingar á því hvers konar stærðfræðikennsla skilar árangri samkvæmt rannsóknnum. En einnig vildi ég fá að kynnast viðhorfum starfandi stærðfræðikennara til árangursríkrar kennslu og hvers kyns aðferðum þeir helst beita til þess að nemendur nái árangri í námi.

Athyglisvert var að sjá hvort viðhorf þátttakenda um einkenni árangursríkrar stærðfræðikennslu samræmist hugmyndum fræðimanna og eldri rannsókna um viðfangsefnið. Þar sem markmiðið var að kynnast árangursríkri kennslu og viðhorfum þátttakenda til hennar fólst meginviðfangsefni rannsóknarinnar í að komast að því hvaða leiðir stærðfræðikennarar segjast nýta sér í kennslu. Var það auk þess markmið mitt að fá útskýringar á því hvers vegna þeir fara þær leiðir er þeir velja sér. Þau svör er ég fékk frá þátttakendum mínum voru borin saman við rannsóknarniðurstöður sem segja til um hvað einkenni árangursríka stærðfræðikennslu. Þótti mér áhugavert að sjá hvort þau fræði og aðferðir sem stærðfræðikennaranemar læra um, og rannsóknir sýna að beri árangur í kennslustofunni séu í takt við þær aðferðir sem starfandi kennarar segjast vera að nýta sér í kennslu. Rannsóknarspurningin var því á þann veg: Hver telja starfandi stærðfræðikennarar vera megineinkenni árangursríkrar kennslustundar og hvernig haga þeir kennslu sinni svo að nemendur nái árangri í stærðfræði? Tel ég þessa rannsókn mína vera mjög góðan undirbúning fyrir mig sem stærðfræðikennara og einnig fyrir aðra kennaranema sem stefna á stærðfræðikennslu í framtíðinni.



## 2 Árangursrík stærðfræðikennsla

Samkvæmt Boaler og Humpreys (2005) er ekki á allra valdi að kenna stærðfræði. Það krefst, að hjálpa öðrum við að skilja stærðfræði, rannsóknar á hugtökum stærðfræðinnar á annan hátt en þegar verið er að læra þau (Boaler og Humpreys, 2005). Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) er kennurum bent á að mikilvægt sé að stærðfræðikennsla þeirra hafi þau áhrif að áhugi nemenda fyrir efni stærðfræðinnar kvikni og viðhaldist í gegnum nám þeirra. Kennslustundin þarf að einkennast af forvitni og áhuga nemenda þar sem þeir fá að velta hlutunum fyrir sér og uppgötva nýjar aðferðir (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Vilji nemendur ná árangri í stærðfræðinámi þarf löngun þeirra til þess að rannsaka að vera til staðar sem og sjálfstraust. Lögð er áhersla á að nemendur öðlist trú á eigin hæfni til þess að geta beitt stærðfræðinni við margvíslegar aðstæður og þarf því kennslan að byggjast á virðingu fyrir hugsun nemenda og margbreytileika þeirra (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

### 2.1 Fjölbreyttar kennsluaðferðir

Í stærðfræðikennslu í dag er mikið lagt upp úr því að nemendur séu virkir í námi sínu (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Bandarísku stærðfræðikennarasamtökin, *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), telja að í stað þess að sitja, hlusta og fylgjast með því sem kennarinn er að segja eða gera eigi nemendur að fá að rannsaka, kanna, giska á, leysa, réttlæta, sýna fram á, setja fram, uppgötva, búa til, sannreyna, útskýra, sjá fyrir, þróa, lýsa og nota í námi sínu og er það hlutverk kennara að útbúa þess konar tækifæri fyrir nemendur sína (Van de Walle, 2004). Svipaðar kröfur til kennslu koma fram í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) þar sem lögð er áhersla á að kennslan bjóði upp á tækifæri fyrir nemendur til þess að öðlast hæfni á hinum ýmsu sviðum stærðfræðinnar, s.s. setja fram tilgátur, leggja mat á aðferðir samnemanda, nota hugtök og tungumál stærðfræðinnar til að ræða, færa rök fyrir og útskýra eigin tilgátur og niðurstöður. Einnig er ætlast til þess að nemendur læri að nota stærðfræðina sem tæki til þess að leysa viðfangsefni og greina hvaða aðferðir henta best hverju sinni (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Það er ekki lengur hlutverk kennarans að mata nemendur sína á upplýsingum og sýna þeim aðferðir heldur á hann að leiða þá áfram og hjálpa þeim að vera

virkir í námi sínu (Van de Walle, 2004). Þær kennslufræðihugmyndir sem gert er ráð fyrir að unnið sé með í takt við í skólakerfi nútímans byggja á þeirri grunnhugmynd að nám eigi að fara fram á þann veg sem gefur nemandanum færi á að mynda sér eigin merkingu á inntaki námsins og er það ferli undir áhrifum frá fyrri þekkingu nemandans, áhuga, námsstíl og viðhorfum nemandans til sjálfs síns og náms (Tomlinson, 2001).

Mikinn fjölbreytileika má finna inni í hverri kennslustofu þar sem hæfni nemenda er misjöfn. Það er hlutverk kennarans að viðurkenna þennan fjölbreytileika og haga kennslu sinni á þann veg er mætir þeim misjöfnu þörfum sem nemendur hans hafa (The Literacy and Numeracy Secretariat, 2008). Til þess að vera sem best í stakk búinn að mæta þeim ólíku námsþörfum sem finna má í hverjum nemendahóp er því mikilvægt að kennarinn búi yfir fjölbreyttum kennsluaðferðum. Kennsluaðferðir kennarans geta haft misjöfn markmið þar sem annars vegar er stefnt að vitsmunalegum þroska (t.d. stærðfræðileg þekking, hæfni og aðferðir), á meðan aðrar tengjast hegðun eða aðgerðum nemenda (t.d. forvitni, sjálfstraust og þrautseigja) (The Literacy and Numeracy Secretariat, 2008).

Bók Ingvars Sigurgeirssonar *Litróf kennsluaðferðanna* (2013) er gott rit fyrir kennara að hafa við höndina sem leiðsögn og áminning um þann aragrúa kennsluaðferða sem til eru. Samkvæmt Ingvari (2013, bls. 12) skilgreinist hugtakið kennsluaðferð á þann veg að það sé „ skipulag sem kennarinn hefur á kennslu sinni, samskiptum við nemendur, viðfangsefni og námsefni í því skyni að nemendur læri það sem að er keppt“. Kennarinn getur notfært sér nokkrar kennsluaðferðir í hverri kennslustund, en það er þó misjafnt eftir aðferðum. Sumar er hægt að nota í stutta stund, t.d. námsleik og endurtekningaráfingu, á meðan aðrar geta tekið nokkrar kennslustundir, t.d. hópvinubrögð og sjálfstæð viðfangsefni (Ingvar Sigurgeirsson, 2013).

Erfitt er að segja til um hvaða kennsluaðferðir séu bestar heldur væri ef til vill mikilvægara að kennarar áttuðu sig á því að nemendur þeirra þurfa tilbreytingu í námi sínu. Þó tiltekin kennsluaðferð skili góðum árangri í ákveðinn tíma þá er mikilvægt að einskorða kennslu sína ekki einungis við hana. Kennsluaðferðir eru ólíkar, hafa mismunandi markmið og markast af þeim sem beitir henni (Ingvar, 2013).

Kennarinn þarf að sýna öryggi og fumlausa ákveðni í sínu starfi sem og leggja stund á virka hlustun. Með því að leggja stund á virka hlustun er kennarinn að sýna nemendum sínum að framlag þeirra er mikils virði (Ingvar, 2013).

Áhugi spilar stórt hlutverk í skólastofunni. Bæði er það áhugi kennarans á því sem hann er að gera, hvernig áhuga hann sýnir því námsefni sem hann kennir, þeim nemendum sem eru í hans umsjón, kennarastarfinu og lífinu sjálfu. Eins er sá áhugi mikilvægur sem kennarinn nær að skapa hjá nemendum sínum á námsefninu og það náist að viðhalda þeim áhuga (Ingvar, 2013). Til þess að vekja upp áhuga nemenda sinna á viðfangsefni getur kennarinn notfært sér svokallaðar kveikjur sem eiga að draga athygli nemenda að efninu. Í *Litróf kennsluaðferðanna* (2013) má finna nokkur dæmi um kveikjur s.s. að höfða til reynslu nemenda, góðar markvissar spurningar, klípusögur, hlutur eða mynd og leikir.

Ætli kennarinn sér að beita ákveðinni kennsluaðferð á árangursríkan hátt þarf hann að gera sér grein fyrir því hverjar meginforsendur hennar séu (Ingvar, 2013). Því er mikilvægt fyrir hann að þekkja vel kennsluaðferðina áður en hann beitir henni. Ingvar (2013) flokkar kennsluaðferðir niður í níu flokka þar sem þær kennsluaðferðir eru felldar saman sem hafa svipuð meginmarkmið og áherslur, fylgja sameiginlegri eða svipaðri aðferðafræði og gera svipaðar kröfur til kennara og nemenda.

- *Útlistunarkennsla* – þar sem kennarinn er í því hlutverki að miðla þekkingu til nemenda. Nemendur eru fyrst og fremst að fylgjast með og leggja á minnið. Dæmi um kennsluaðferðir í þessum flokki eru; fyrirlestrar, sýnikennsla og skoðunarferðir.
- *Þulunám og þjálfunaræfingar* – þar reynir fyrst og fremst á verkstjórnarhæfileika kennarans og er það hlutverk nemenda að tileinka sér kunnáttu eða leikni og standa skil á henni. Dæmi um kennsluaðferðir í þessum flokki eru; endurtekningaræfingar, yfirheyrsluaðferðir og kennslubókarkennsla þar sem kennslan byggist á því að fara yfir tiltekið námsefni og leysa verkefni í kjölfarið.
- *Verklegar æfingar* – í þeim eru vinnubrögð nemenda þjálfuð og leikni þeirra á tilteknu sviði eflað.
- *Umræðu og spurnaraðferðir* – markmið þeirra er að virkja nemendur til umræðna og þarf kennarinn að finna krefjandi spurningar, gott umræðuefni og skipuleggja samræðurnar.
- *Innlífunaraðferðir og tjáning* – í þeim er markmiðið að áhugi nemenda kvikni og sköpunarhæfileikir þeirra virkist. Nemendur eiga að sjá fyrir sér hluti í huganum, setja sig í spor lifandi sem dauðra hluta eða túlka og tjá sig með skapandi hætti.
- *Þrautalausnir* – þar er aðalmarkmiðið að þjálfra rökhugsun, ályktunarhæfni og innsæi nemenda.

- *Leitaraðferðir* – í þessum flokki kennsluaðferða er stefnt að því að virkja nemendur í námi sínu, kynna fyrir þeim vísindaleg vinnubrögð og veita þeim þjálfun í upplýsingaöflun og vinnslu með þær upplýsingar á skipulegan hátt.
- *Hópvinnubrögð* – þar þurfa nemendur að vinna í sameiningu að því að afmarka viðfangsefnið, skipta með sér verkum, vinna við úrvinnslu og miðla niðurstöðum sínum. Helsta hlutverk kennarans er að vera verkstjóri yfir þeirri vinnu sem á sér stað.
- *Sjálfstæð skapandi viðfangsefni* – þar sem helstu kröfur kennsluaðferðarinnar er að nemendur vinni á eigin spýtur, ýmist einir eða í hópum, að verkefnum sem þeir takan stóran þátt í að velja, móta og þróa (Ingvar, 2013, bls. 55-59).

Ljóst er að til er urmull af kennsluaðferðum sem hafa ólík markmið og ýta undir mismunandi hæfni hjá nemendum. Það er síðan verkefni kennarans að finna þær aðferðir sem henta best fyrir þá nemendur og þann nemendahóp sem hann hefur umsjón með hverju sinni.

Eins og fram kemur hjá Ingvari (2013) er hópvinna ein gerð kennsluaðferða sem kennari ætti að nýta sér í kennslu. Hópvinna býður nemendum upp á þær aðstæður sem Kocak, Bozan og Isik (2009) benda á að séu mikilvægar í stærðfræðinámi. Þeir segja að stærðfræðinám eigi að vera ferli þar sem nemendur komast að sameiginlegri niðurstöðu um efni og aðferðir í gegnum samskipti sín á milli. Er það hlutverk kennarans að skapa nemendum aðstæður þar sem þeir geta rætt saman um stærðfræðilegar hugmyndir sínar (Kocak o.fl., 2009). Good, Reys, Grows og Mulryan (1989) segja að eigi nemendur að vera virkir og uppgötva á eigin spýtur geti hópvinna reynst þeim vel. Þó verður að hafa í huga að með því að einungis auka vægi hópinnu í stærðfræðikennslu vinnst lítið (Good o.fl., 1989).

Kocak o.fl. (2009) benda á nokkur atriði sem mikilvægt er að fylgja eigi hópvinna að fara fram á sem skilvirkastan hátt. Mikilvægt er að tiltekið markmið sé með hverju hópverkefni, þarf kennarinn að skipta í hópa, velja viðeigandi verkefni og meta þá vinnu sem nemendur leggja í verkefnið (Kocak o.fl., 2009). Hver hópur fær verkefni eða vandamál sem meðlimir hópsins þurfa að finna lausnir á í sameiningu og mikilvægt er að allir hópmeðlimir fái ákveðið hlutverk og sinni því (Kocak o.fl., 2009).

Vygotsky lagði áherslu á mikilvægi tungumálsins í námi og sagði það mikilvægt verkfæri sem nemendur ættu að nota í uppbyggingu þekkingar. Í stærðfræðinámi eru myndum skilnings á hugtökum og hæfni til að deila þekkingu með öðrum mikilvægir þættir (Kocak o.fl., 2009). Í hópinnu fá nemendur einmitt það tækifæri að ræða saman um verkefnið/vandamálið

sem fyrir þá er lagt og leita lausna í sameiningu. Ræði nemendur saman af ákafa, fari þeir eftir ákveðnu skipulagi og haldi góðum samskiptum sín á milli aukast afköst hópvinunnar (Kocak o.fl., 2009). Samkvæmt Terwel (2011) eru það þessi samskipti nemenda sem fá þá til þess að íhuga frekar hugsanir sínar og sjá þær frá öðru sjónarhorni og örvar það ferli vitsmunalega hæfni þeirra. En eins og Kocak o.fl. (2009) benda á þá fær hópvinna nemendur einmitt til þess að ræða, gagnrýna og gefa því sem þeir eru að læra meiri athygli sem bjargar þeim frá því að þurfa einungis að leggja upplýsingar á minnið. Nemendur þurfa að hafa fyrir námi sínu svo þekkingin sem aflað er verði varanlegri (Kocak o.fl., 2009).

Sá ávinningur sem vinnst með góðri hópvinnu getur orðið mikill fyrir nemendur. Samkvæmt Kocak o.fl. (2009) skilja þeir nemendur sem læra stærðfræði í gegnum hópvinnu dæmi á betri veg en aðrir, setja fram nýjar hugmyndir, hafa vald á markmiðum og læra með því að beita þeirri þekkingu sem þeir búa yfir í stað þess að reyna að sækja í einhverja þekkingu sem þeir hafa þurft að leggja á minnið (Kocak o.fl., 2009). Terwel (2011) segir að þegar nemendur vinna saman í litlum hópum njóti þeir ávinnings af þeirri hæfni er býr í hópnum sem heild. Nemandinn sjálfur býr ef til vill ekki yfir sömu þekkingu, hæfni eða reynslu og aðrir hópmeðlimir en með því að vinna saman læra þeir hver af öðrum og nýta styrkleika hvers og eins. Sú jafningjafræðsla sem fram fer í slíkri hópvinnu, þar sem nemendur eru að taka á móti og veita útskýringar, eykur þekkingu þeirra á viðfangsefninu (Terwel, 2011).

Hópvinna hjálpar einnig við þróun félagsþroska nemenda, ábyrgðar- tilfinningar þeirra, rökhugsunar-, og þrautarlausnarhæfileika sem styður nemendur í að tjá sig á skýrari hátt (Kocak o.fl., 2009). Stærðfræðileg hugsun eykst þegar nemendur eru að glíma við stærðfræði og lærist mun auðveldar á þann veg. Viðhorf nemenda til stærðfræðinnar verður jákvæðara og getur hópvinna hjálpað þeim nemendum sem kvíða að komast yfir kvíða sinn gagnvart greininni (Kocak o.fl., 2009). Bendir Terwel (2011) þó á að til þess að allir nemendur hagnist á hópvinnu þarf kennarinn sérstaklega að huga að þeim nemendum sem slakir eru í stærðfræði og sjá til þess að þeir séu virkir.

Umræður á milli nemenda eru stór þáttur í allri árangursríkri hópvinnu og teljast umræður einnig mikilvægur þáttur þegar kemur að því að kenna og læra stærðfræði. Lamberg (2012) ræðir um mikilvægi umræðna í stærðfræði og segir að þegar nemendur mæta þeirri ögrun að þurfa að lýsa aðgerðum sínum með orðum eða greina munnlega frá hugsun sinni um þau stærðfræðilegu viðfangsefni sem þeir eru að takast á við öðlist þeir betri

innsýn inn í eigin hugarheim (Lamberg, 2012). Hansen, Jess og Skott (e.d.) benda á mikilvægi kennarans í umræðum þar sem hann þarf að koma umræðum af stað og sjá til þess að nemendur tjái sig um viðfangsefnið. Lamberg (2012) segir að þegar nemendur eigi að skýra út fyrir öðrum hugmyndir sínar þá endurspegli þeir þá þekkingu sem þeir búa yfir um viðfangsefnið. Nemendur sem ræða saman um hugmyndir sínar við samnemendur sína, skýra frá hugsun sinni og hlusta á hugmyndir annarra, dýpka skilning sinn á því stærðfræðilega viðfangsefni sem um er verið að ræða. Stærðfræðilegar umræður eiga að hjálpa nemendum að þróa með sér huglægan skilning á efni stærðfræðinnar og veita nemendum færi á að öðlast fleiri skilvirkar aðferðir með því að taka þátt í stærðfræðilegri rökhugsun og skilningsleit (Lamberg, 2012).

Til þess að umræður skili tilteknum árangri þurfa þær að fylgja ákveðinni stefnu. Umræður eiga að vera opnar og veita nemendum mörg tækifæri til þess að leggja fram hugmyndir sínar. Nemendur eiga að vera þátttakendur í því að kanna og skilja dæmi eða vandamál. Í gegnum umræður rannsaka nemendur vandamál, kanna hvaða aðferðir hægt er að nota til þess að leysa það og skilja hvers vegna þær aðferðir virka. Í umræðum er kennarinn í hlutverki leiðbeinandans og leiðir umræðurnar áfram svo að nemendur geti myndað tengingar og dýpkað skilning sinn (Lamberg, 2012). Þá benda Hansen o.fl. (e.d.) á að í umræðum þurfi kennarinn að geta áttað sig á því hvort þær umræður sem eiga sér stað séu þess virði að fylgja eftir fyrir nemandann sjálfan og/eða bekkinn sem heild.

## **2.2 Stærðfræðiverkefni**

Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) er fjallað um hvaða kröfur þarf að gera til góðra stærðfræðiverkefna. Þau þurfa að vera á þann veg að nemendur geti notfært sér fyrri þekkingu sína til þess að þróa aðferðir við að leysa þau. Verkefnin þurfa að vekja áhuga nemenda og skapa þörf þeirra til að smíða, þróa eða kynnast stærðfræði sem mikilvægt er að hafa á valdi sínu og hefur merkingu fyrir þá (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Kilpatric, Swafford og Findell (2001) segja að í hefðbundnu skólastarfi komi það of oft fyrir að verkefnin sem lögð eru fyrir nemendur krefjist ekki mikillar hugsunar af þeirra hálfu. Frekar er áherslan á það að nemendur noti ákveðnar aðferðir, sem oft eru fyrirfram gefnar af kennaranum, og leggi síðan á minnið. Verkefnin sem nemendur takast á við þurfa hins vegar að vera viðeigandi, veita þeim áskorun sem þróar hæfileika þeirra og ögra nemendum nægilega mikið til þess að það reyni á en þó ekki um of (Kilpatric o.fl., 2001).

Samkvæmt Stein, Smith, Henningsen og Silver (2009) þurfa nemendur að takast á við verkefni sem krefjast þess að notaðar séu aðferðir sem fá þá til þess að mynda tengingar innan stærðfræðinnar. En með því telja þeir að skilningur nemenda á viðfangsefninu dýpki og aukist (Stein o.fl., 2009). Boaler og Humpreys (2005) benda á að auk þess þurfi kennslan sjálf að vera í samræmi við verkefnin, ef kennslan er slæm gætu krefjandi verkefni orðið mun minna krefjandi. Það er því kennarinn sjálfur sem hefur mikil áhrif á gæði verkefna og felst í raun gæði verkefnavinnu fremur í því hvernig kennarinn nýtir sér verkefnið (Boaler og Humpreys 2005). Stein o.fl. (2009) telja að ef kennarinn tekur stjórnina og fer að sýna nemendum hvernig eigi að leysa verkefnið og einblína frekar á að finna rétt svar á „réttan hátt“ ná nemendur ekki að mynda þær tengingar sem þeir þurfa til þess að ná skilning á viðfangsefninu.

Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) segir að kennarinn þurfi að geta valið verkefni fyrir nemendur sem gefi þeim tækifæri til að nýta þekkingu sína við þróun lausnaraðferða. Námsefnisflokkurinn *Átta-Tíu* er byggður á slíkri hugmyndafræði þar sem nemendur eiga sjálfir að leita aðferða til þess að leysa verkefnin. Oftast eru einstakar aðferðir ekki gefnar upp heldur er það verk nemandans að finna hvaða leiðir henta hverju sinni (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2006). Námsefnisflokkurinn *Átta-Tíu* er því mjög ólíkur námsefnisflokknum *Almenn stærðfræði* sem kenndur hefur verið í áraraðir í íslenskum grunnskólum þar sem aðalvinnan hefur falist í því að læra utanbókar ákveðnar aðferðir sem eru fyrirfram gefnar í bókinni og æfa þær aftur og aftur.

Boaler og Humpreys (2005) segja að við val á verkefnum þurfi kennarinn að reyna að sjá til þess að þau tengist umheiminum en tengsl stærðfræðinnar við umheiminn eru mikilvæg. Með því fá nemendur að sjá að stærðfræðin er allt í kringum okkur og hana megi nota til þess að túlka og skýra heiminn (Boaler og Humpreys, 2005). Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) má finna svipaðar áherslur þar sem segir að með því að gera nemendum ljóst að samfélag okkar og sú nýsköpun sem þar á sér stað einkennist af kerfum sem byggjast á nýtingu stærðfræðinnar gætu augu þeirra opnast fyrir mikilvægi hennar. Kóðun upplýsinga á Netinu, staðsetningarkerfi, farsímar, veðurspár, töluvleikir, teiknimyndir og gagnagrunnar eru allt kerfi sem byggja á stærðfræði. Öðlist nemendur hæfni í stærðfræði opnast fyrir þeim aukið læsi og tilkall til sköpunar á flestum sviðum tækni, fræði og verkmenningar (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Gasser (2011) segir að í samfélagi nútímans skapist stöðugt ný atvinnutækifæri sem ekki hafa verið til áður. Kennarar geti því ekki nákvæmlega vitað undir hvað þeir þurfa að búa nemendur. Það eru þó tilteknir fjórir eiginleikar sem talið er að nemendur þurfi að hafa þróað með sér í gegnum skólagöngu sína. Þessir eiginleikar eru rökhugsun, þrautalausnir, samskipti og samvinna (Gasser, 2011). Þau verkefni sem kennarinn velur fyrir nemendur sína þurfa því að taka mið af þeim.

Gasser (2011) leggur áherslu á að kennarar noti þrautalausnir í kennslu sinni. Hann segir að margir kennarar telji sig vera að nota þrautalausnir en þegar þau verkefni eru könnuð nánar kemur í ljós að þau krefjast ekki fjölbreyttra aðferða við lausnaleit. Þar að auki eru þessi verkefni ekki „raunveruleg“ fyrir nemendur, þar sem þeir eru ekki að fást við verkefni sem þeir gætu hugsanlega mætt í sínu daglega lífi (Gasser, 2011).

Við úrvinnslu verkefna þarf kennarinn að gefa nemendum færi á að íhuga og eiga samskipti við samnemendur og kennara um þau (Gasser, 2011). Nemendur eiga ekki að vera hræddir við að lausnir þeirra verði rangar heldur á kennarinn að skapa andrúmsloft sem viðurkennir mistök og lítur á þau sem leið að árangri (Gasser, 2011). Samkvæmt Aðalnámskrá grunnskóla (2013) er mikilvægt að nemendur hafi möguleika á að notfæra sér fjölbreytt verkfæri í lausnarleit sinni. En þar segir að fáir nemendur að handleika áþreifanleg verkfæri geti það aukið skilning þeirra á efni stærðfræðinnar og ýtt undir hæfni til þess að notfæra sér stærðfræðina sem tæki til að leita lausna (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Kilpatric o.fl. (2001) benda á að kennarar hafi fjölbreyttan nemendahóp hverju sinni. Eru þeir taldir færir stærðfræðikennarar sem tekst að vinna með slíkum hóp á árangursríkan hátt í mismunandi umhverfi og þvert á inntakspætti stærðfræðinnar (Kilpatric o.fl., 2001). Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) kemur einmitt fram að viðfangsefnin þurfa að vera fjölbreytt, ögrandi og mæta ólíkum þörfum nemenda. Kennarinn þarf því að taka mið af því að hægt sé að glíma við þau á mismunandi getustigum svo allir nemendur hans geti tekist á við þau á sínum eigin forsendum (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Til þess að geta lagt fyrir nemendur sína hentug verkefni þarf kennarinn að búa yfir vitneskju á því á hvaða hátt nemendur læri best en ekki er hægt að ganga að því vísu að sá námsstíll sem kennarinn leggur upp með í hverju verkefni henti öllum nemendum bekkjarins. Í raun er frekar hægt að gera ráð fyrir því að hann henti ekki öllum og þarf því kennarinn að bjóða upp á fleiri möguleika við aðferðir til úrlausnar verkefnisins. Í bók sinni *Fjölgreindir í skólafunni* fjallar Armstrong (2011) um Howard Gardner sem setti fram



*fjölgreindarkenningu*. Sú kenning getur stutt kennara við greiningu á hæfni nemnenda en samkvæmt henni býr einstaklingurinn yfir átta mismunandi greindum sem eru misþroskaðar hjá hverjum og einum. Greindirnar átta, málgreind, rök-og stærðfræðigreind, rýmisgreind, líkams- og hreyfigreind, tónlistargreind, samskiptagreind, sjálfsþekkingargreind og umhverfisgreind hafa mismunandi eiginleika. Hefur því til dæmis nemandi með sterka málgreind betri tök á því að læra með því að lesa um viðfangsefnið heldur en nemandi með góða samskiptagreind sem væri betur settur til náms ef hann fengi tækifæri til þess að tala um það við aðra nemendur (Armstrong, 2011).

Þegar börn eru að hefja skólagöngu sína hafa þau mótað námsleiðir sem byggjast meira á sumum greindum en öðrum og er það verkefni kennarans að kortleggja þróuðustu greindir nemenda svo hann geti boðið þeim upp á að notfæra sér þær í námi sínu (Armstrong, 2011). Ekkert algilt mælitæki er til fyrir kennarann til þess að meta greindir nemenda en þó geta formleg próf gefið nokkrar upplýsingar um ýmsar greindir nemenda. Í bókinni *Fjölgreindir í skólastofunni* má finna gátlista sem kennarinn getur nýtt sér til þess að meta þær greindir sem nemendur hans búa yfir. Armstrong (2011) mælir þó frekar með því að kennarinn framkvæmi einfaldlega könnun á hegðun nemenda í skólastofunni. Með því að fylgjast með því hvernig nemendur haga sér inni í bekk getur kennarinn fengið góða sýn á þær greindir sem nemendur búa yfir. Nemandi með þróaða málgreind talar endalaust, líkams-og hreyfigreindi nemandinn er sífellt á iði og sá sem hefur góða rýmisgreind krotar og teiknar (Armstrong, 2011). Einnig er hægt að veita því athygli hvað nemendur gera þegar þeir fá sjálfir að ráða tíma sínum í skólanum, fer nemandinn að lesa bók (málgreind) eða vill hann gera tilraunir, leysa rökgátur og reikna (rök- og stærðfræðigreind). Kennarinn getur auk þess safnað ýmsum gögnum um nemendur sína sem segja til um hvaða greindir eru þróaðastar hjá þeim. Með því að lesa skólaskýrslur, tala við aðra kennara, foreldra eða vini getur kennarinn fengið góða mynd af styrkleikum og veikleikum nemenda (Armstrong, 2011). Þessi þekking kennarans á nemendum gerir honum betur kleift að einstaklingsmiða kennsluna og koma til móts við ólíkar þarfir þeirra.

Bendir Armstrong (2011) á að vert sé fyrir kennarann að hafa í huga að hvert barn í hans nemendahóp búi vissulega yfir öllum greindunum og geti þróað þær allar á viðunandi getustig fái hann til þess tækifæri þó að tilhneigingin sé að nota sumar meira en aðrar. Til þess að greind þróist hjá nemendum þurfa þeir að verða fyrir einhverri reynslu sem tendrar neista hjá þeim sem leiðir greindina áfram fyrstu skrefin áleiðis að þroska. Verði nemendur hins vegar fyrir lamandi reynslu á einhverju sviði, til dæmis ef

nemendur fá ekki tækifæri til þess að leita eftir mynstrum, reglufestu eða röklegri skýringu gæti það orðið til þess að rök-og stærðfræðigreind þeirra lamist (Armstrong, 2011). Það er því verðugt verkefni fyrir kennarann að reyna að sjá til þess að hver sú reynsla sem nemendur hans verða fyrir í námi sínu hafi heldur hvetjandi áhrif á þróun greindanna heldur en lamandi.

Wiliam (2011) segir að það mikilvægasta fyrir kennarann sé þó ef til vill ekki að reyna að máta kennsluaðferðir sínar að sérhverjum námsstíl nemenda heldur frekar að hann átti sig á því að nemendur hafi mismunandi námsstíl. Hann þarf að nota þá vitneskju við kennslu sína og fá nemendur einnig til þess að átta sig á mismunandi námsstílum og hvetja þá til þess að notfæra sér fjölbreyttar leiðir í lausnarleit sinni (Wiliam, 2011). Að þröngva nemendum til þess að beita aðferðum sem er á skjön við þeirrar hefðbundnu aðferðir gæti jafnvel aukið og dýpkað skilning nemenda (Wiliam, 2011). Þannig læra nemendur að notfæra sér styrkleika sína í námi en einnig að gera sér grein fyrir fjölbreyttari aðferðum að markmiðum sínum (Wiliam, 2011).

Til þess að afla sér upplýsinga um skilning og hæfileika nemenda geta kennarar notfært sér ýmis verkefni. Kilpatric o.fl. (2001) benda á að það sé síðan hvernig kennarar nota og túlka þessar upplýsingar sem ræður gæðum kennslunnar (Kilpatric o.fl., 2001). Ef kennarar eru ófærir um að túlka þessar upplýsingar á réttan hátt gefur það auga leið að enginn ávinningur skapast við öflun upplýsinganna og mun kennslan því ekki bera tilætlaðan árangur (Kilpatric o.fl., 2001). Skilningur kennara þarf því að vera til staðar til þess að túlka vinnu og framfarir nemenda sinna og í framhaldi af því getur hann aðlagð kennslu sína og tekið kennslufræðilegar ákvarðanir sem muni bera árangur (Kilpatric o.fl., 2001). Þessi túlkun hans á hæfni nemenda munu hjálpa honum að átta sig á því hvaða spurninga hann eigi að spyrja, hvaða verkefni eigi að leggja fyrir hverju sinni, hvaða heimavinna eigi að fylgja o.s.frv. (Kilpatric o.fl., 2001).

Námsmat kennara á hæfni nemenda er því stór þáttur í stærðfræðikennslu. Kristín Bjarnadóttir (2003) fjallar um niðurstöður KOM – skýrslunnar í grein sinni *Menntun stærðfræðikennara, námsmat og stærðfræðileg hæfni* en Kom – skýrslan er mat úttektaraðila á stærðfræði námi og kennslu í Danmörku. Kristín (2003) segir að stærðfræðikennarinn þurfi að búa yfir hæfni til þess að geta metið árangur nemenda. Ekki er nægilegt fyrir kennarinn að styðjast einungis við hefðbundin próf þar sem rangar ályktanir gætu verið dregnar af slíkum prófum þar sem atriði s.s tímamörk og framsetning geta valdið misvísandi eða röngum ályktunum nemenda (Kristín, 2003). Í þess konar prófum er sjaldan verið að meta mikilvæga

Þætti er varða stærðfræðiskilning nemenda, innihald eða vinnubrögð. Námsmatið þarf að ná yfir alla þá þætti stærðfræðinnar sem hver nemandi þarf að ná skilning á og geta notfært sér og vera í samhengi við stærðfræðinám nemandans (Kristín, 2003). Við námsmat getur kennarinn nýtt sér ýmsar leiðir, s.s. skrifleg próf, stutt könnunarpróf, dagbækur, munnleg próf, stór verkefni og hópverkefni.

Samkvæmt Wiliam (2011) er leiðsagnarmat sú námsmatsaðferð sem nær fram verulegum árangri hjá nemendum. Leiðsagnarmat er stöðugt mat kennara á námsframvindu nemenda þar sem hann fylgist náið með námi nemenda og bregst við því á þann hátt er eykur nám nemenda á meðan á námsferlinu stendur (Wiliam, 2011). Aðrar námsmatsaðferðir sem Kristín (2003) bendir á að kennarar mættu nýta sér frekar í námsmati sínu eru skrifleg verkefni sem leysa á eftir að hafa fengið tíma til undirbúnings. Einnig leggur hún til að kennarinn meti skrifleg verkefni sem unnin eru á lengri tíma en tíðkast í venjulegum prófum og fylgt er eftir með munnlegri vörn, heimapróf, verkefni sem nemendur búa til og ýmsar tegundir ritgerða (Kristín, 2003).

Það þykir nú ljóst að í árangursríkri stærðfræðikennslu skiptir miklu máli hvers konar verkefni nemendur glíma við. En til þess að geta lagt fyrir nemendur viðeigandi verkefni þarf kennarinn að þekkja hæfni og námsstíl þeirra. Þá skiptir einnig máli að námsmat kennarans sé í samræmi við þau verkefni sem hann leggur fyrir og meti margvíslega þætti innan stærðfræðinnar.

### 2.3 Stærðfræðikennarinn

Aðalnámskrá grunnskóla (2013) er mikilvægt verkfæri fyrir stærðfræðikennara við skipulagningu og framkvæmd kennslu. Í henni má finna ráðleggingar og kröfur til stærðfræðikennara um hvernig æskilegast sé að þeir hagi stærðfræðikennslu sinni. Þar kemur fram að markmið stærðfræðikennarans eigi að vera að kennsla hans stuðli að því að nemendur tileinki sér það viðhorf að góð stærðfræðikunnátta sé gagnleg og með ástundun geti þeir öðlast viðunandi þekkingar á henni.

Eins og áður segir er talið mikilvægt að nemendur fái að vera virkir þátttakendur í stærðfræðinámi sínu með því að rannsaka, setja fram og sannreyna tilgátur. Til þess að skapa þau tækifæri getur kennarinn nýtt sér kennsluaðferðina *Leitarnám* en þar þarf hann að passa sig á því að gefa nemendum ekki of miklar upplýsingar um framkvæmdir og lausnir verkefna. Samkvæmt Ingvari Sigurgeirssyni (2013) byggist *Leitarnám* á því að nemendur séu virkir þátttakendur í námi sínu, spyrja spurninga, setja fram

tilgátur og gera tilraunir á þeim. Talið er að hugmyndir um leitaraðferðir í kennslu séu sprottnar frá hugmyndum John Dewey um ígrundaða hugsun (*e. reflective thinking*) (Ingvar, 2013). Taplin (e.d.) segir að notfæri kennari sér leitarnám í kennslu þjálfði hann rökhugsun nemenda og þeir kynnast mikilvægum þáttum stærðfræðinnar þ.e. hagnýtingu hennar, rökfræði og fagurfræði. Hins vegar segir í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) að kennarinn aðstoði nemendur of mikið geti það truflað hugsun þeirra og er kennarinn þá of stýrandi með leiðbeiningum sínum.

Geri kennarinn sér grein fyrir því hvar nemendur hans eru staddir í verkefnum sínum og hugsunum getur hann gefið þeim viðeigandi hjálp hverju sinni og leiðbeint þeim áfram í leit sinni að réttri lausn. Nemendurnir fá þá tækifæri til þess að byggja ofan á þekkingu sína og kunnáttu í stærðfræði, skilja betur hvað þeir eru að gera og öðlast færni til þess að leysa stærðfræðileg vandamál á eigin spýtur (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Samkvæmt Kilpatric o.fl. (2001) þá getur allt mat á nemendum og vinnu þeirra hjálpað kennurum mikið og þegar kennarar læra að greina það nám sem fer fram í kennslustund og notfæra sér þær upplýsingar til að móta kennslu sína þá verður kennslan skýrari, markvissari og árangursríkari.

Kennarinn sjálfur á að takan ríkan þátt í lausnarleit nemenda, vera þeim fyrirmynd í notkun stærðfræðilegs tungumáls og röksemda og ræða við þá um verkefnin. Við lausnarleit nemenda skapast oft umræður á milli bekkjarfélaga sem og á milli nemenda og kennara. Þessar umræður eru mikilvægur þáttur í kennslu og þarf kennarinn því að búa yfir færni í að stýra þessum umræðum og koma með viðeigandi spurningar og svör til nemenda (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013; Bolaer og Humpreys, 2005).

Góðar spurningar ýta undir vangaveltur nemenda og styðja við rökhugsun þeirra og getur því nám nemenda í stærðfræði farið mjög eftir því hvers konar spurninga kennarinn spyr. Til þess að gera gagn þurfa spurningar kennarans að vera krefjandi og leiða til þess að nemendur komist í gegnum ákveðið stærðfræðilegt ferli í lausnarleit sinni (Boaler og Humpreys, 2005; Guðbjörg og Guðný, 2006). Hættan við spurningar er að þær verði of yfirborðslegar, krefjist einungis beins svars, sem verður til þess að nemendur þurfa ekki að kafa djúpt í efnið og mynda þar af leiðandi engar tengingar innan stærðfræðinnar. Þetta form spurninga eru algengustu spurningar sem kennarar spyrja nemendur sína (Boaler og Humpreys, 2005). Spurningar sem eru kannski meira krefjandi en ekki nógu markvissar út frá inntaki skila heldur ekki tilætluðum árangri. Spurningarnar þurfa að vera markvissar og ýta undir að nemendur tengi vitneskju sína saman og fá yfirsýn yfir námsefnið. Þær þurfa að hvetja nemendur til að útskýra eða

færa rök fyrir hugsunum sínum, leiðbeina þeim að lykilhugmyndum stærðfræðinnar og tengingum innan hennar og skora á þá að velta fyrir sér mikilvægum stærðfræðilegum hugtökum. Þó þurfa auðvitað ekki allar spurningar kennara að mæta þessum kröfum heldur er gott ef kennarinn notar fjölbreytt form spurninga við kennslu sína en hann þarf þó alltaf að reyna að vera meðvitaður um markmið spurninga sinna (Boaler og Humpreys 2005; Guðbjörg og Guðný, 2006).

Samkvæmt Kilpatric o.fl. (2001) eru þeir kennarar færari í sínu fagi sem búa yfir miklu safni af þekkingu, leiðum og kennsluaðferðum. Þeir geta valið á milli ólíkra aðferða þegar kemur að því að kenna ákveðið viðfangsefni á fjölbreyttan hátt og eru því betur í stakk búnir til að einstaklingsmiða (Kilpatric o.fl., 2001). Það er ekki einungis þekking þeirra á fjölbreyttum kennsluaðferðum sem gerir kennarana færa heldur einnig geta þeir til þess að beita kennsluaðferðum sínum á sveigjanlegan hátt, vitneskjan um hvenær þær eru viðeigandi og getan til að aðlaga þær að mismunandi aðstæðum (Kilpatric o.fl., 2001). Kennarar sem búa yfir slíkri hæfni eru því vel í stakk búnir til þess að mæta þeim kröfum sem fylgja einstaklingsmiðuðu námi þar sem taka þarf tillit til hæfni hvers og eins og smíða námið í takt við einstaklinginn. Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) kemur einmitt fram að nám skuli fara fram á forsendum hvers og eins þar sem tekið er tillit til þroska, persónugerðar, getu, hæfileika og áhugasviðs einstaklingsins.

Orðasambandið einstaklingsmiðað nám má að öllum líkindum þakka starfsmönnum Fræðslumiðstöðvar Reykjavíkur, sem kallast nú Skóla- og Frístundasvið Reykjavíkur, og þá kannski helst fræðslustjóranum Gerði G. Óskarsdóttur (Ingvar Sigurgeirsson, 2005). Skóla- og Frístundasvið Reykjavíkur hefur undanfarna tvo áratugi unnið markvisst að innleiðingu hugmyndarinnar, einstaklingsmiðað nám, í menntakerfi borgarinnar og þá hugmyndafræði er liggur að baki. Er það í starfsáætlun Skóla- og Frístundasviðs Reykjavíkur frá árinu 1998 sem einna fyrst má sjá nokkra áherslu á einstaklingsmiðun í grunnskólum borgarinnar en þar kemur fram að eitt af þremur meginleiðarljósum í innra starfi grunnskóla borgarinnar og fræðslumiðstöðvar sé: „Að allir nemendur njóti alhliða menntunar við hæfi hvers og eins og fái hvatningu til náms í samræmi við þroska sinn og áhuga, sbr. áherslur í grunnskólalögum“ (Ingvar, 2005, bls 10).

Með starfsáætlun sinni árið 2000 er ljóst að Skóla- og Frístundasvið Reykjavíkur leggur aukna áherslu á einstaklingsmiðað nám og er það markmið sett fram að á næstu árum skuli vera unnið að þróun kennsluhátta á þann veg að skipulag náms verði nemendamiðaðra og námsáætlanir verði þróaðar fyrir einstaklinga. Í starfsáætlun sinni árið 2002 leggur Skóla- og

Frístundasvið Reykjavíkur fram einstaklingsmiðað nám sem afgerandi meginstefnu sína. Þar er kveðið á um það í markmiðskafla áætlunnar að áhersla skuli vera á einstaklingsmiðað nám (Ingvar, 2005).

Sú hugmyndafræði er liggur að baki einstaklingsmiðuðu námi má hvað helst rekja til hugsmíðihyggjunnar, þó finna megi dæmi um einstaklingsmiðaða kennsluhætti innan bæði atferlistefnunnar og mannúðarsálfræði. Hugsmíðihyggja byggist hvað helst á kenningum John Dewey, Jean Piaget og Jerome Bruner, þar sem aðaláherslan er á að nemendur séu virkir þátttakendur í þekkingarleit sinni og að hver og einn byggji upp sinn eigin skilning á heiminum (Ingvar, 2005).

Carol Ann Tomlinson er fræðimaður sem mikið hefur ritað um einstaklingsmiðun (e. *differentiate instruction*). Samkvæmt hugmyndum hennar felst lykill einstaklingsmiðunar í því að kennarinn sé sveigjanlegur hvað varðar kennsluáferðir, námstíma, námsefni, verkefni, hópskiptinu og hópstarf. Kennarinn skal vera einskona verkstjóri, gegna leiðsagnarhlutverki og byggja kennslu sína á markvissri greiningu á hæfileikum, áhuga og námsaðferðum hvers nemanda (Tomlinson, 2001). Tomlinson (2001) segir að sú óvissa sem margir kennarar hafa um það hvornig eigi að skipuleggja og stjórna kennslustund þar sem lögð er áhersla á einstaklingsmiðun valdi því að þeir þrói með sér hræðslu við að takast á við það verkefni. Í bók sinni *How to differentiate instruction in mixed-ability classroom* greinir Tomlinson (2001) frá 17 grunnatriðum sem gætu hjálpað kennurum að koma á einstaklingsmiðun í sinni kennslustofu.

- Vertu með sterk rök fyrir því hvers vegna árangursrík kennsla þurfi að byggjast á hæfni, áhuga og námsstíl nemenda þinna og deildu hugmyndum þínum með foreldrum og nemendum, oft.
- Þróaðu kennslu þína á þeim hraða sem þú treystir þér til. Sumir gætu byrjað með því að leyfa nemendum sínum að fara yfir efnið á sínum eigin hraða eða gefa nemendum mismunandi heimaverkefni.
- Taktu tímann á því hversu lengi nemendur þínir endast í hóp- eða einstaklingsverkefnum til þess að styðja við árangur nemenda þinna.
- Vertu viðbúin með „akkeri“ sem nemendur geta snúið sér að þegar þeir hafa klárað viðfangsefni sín. „Akkerið“ getur verið í formi ýmissa aukaverkefna sem nemendur geta sinnt klári þeir vinnu sína áður en kennslustund lýkur.
- Útbúðu og skilaðu frá þér upplýsingum eða leiðbeiningum vandlega.
- Skiptu nemendum í hópa eða á svæði án þess að það skapist mikil læti eða vesen í nemendahópnum.

- Vertu með sérstakt heimasvæði fyrir alla nemendur þar sem þeir eiga að vera í byrjun og enda kennslustundar.
- Vertu viss um að hafa leið fyrir nemendur til þess að fá aðstoð ef þú ert upptekin við að hjálpa öðrum nemendum. Þeir geta leitað til samnemenda eða rétt upp hönd til að koma skilaboðum til þín.
- Reyndu að takmarka þau læti sem myndast í kennslustofunni. Kenndu nemendum hvernig hægt er að vinna saman án þess að vera með mikil læti.
- Gerðu áætlun fyrir nemendur sem þeir fylgja þegar þeir ljúka við verkefni sín og skila því inn.
- Kenndu nemendum að færa til húsgögn í stofunni. Ef þú veist að hægt sé að breyta fyrirkomulagi stofunnar án mikillar fyrirhafnar þá ertu viljugri til þess að breyta til.
- Lágmarkaðu alla óþarfa hreyfingu nemenda um stofuna.
- Efldu þá hegðun sem þú vilt að nemendur þínir sýni.
- Vertu með áætlun fyrir þá nemendur sem eru fljótir að klára verkefni sín. Vertu viss um að þeir átti sig á því að þú viljir frekar fá gæði í verkefnum heldur en að þeir klári þau sem fyrst.
- Vertu með áætlun um það hvernig þú endar ákveðin verkefni og hvað þeir nemendur sem ná ekki að klára innan þess tímaramma geta gert.
- Gerðu nemendur eins ábyrga fyrir námi sínu og hægt er.
- Fáðu nemendur til þess að taka þátt í umræðum um aðferðir og ferli verkefna (Tomlinson, 2001, bls. 32-38).

Margar leiðir eru því fyrir kennara að þróa kennslu sína í átt að einstaklingsmiðun og geta kennarar farið eftir þessum atriðum Tomlinson vilji þeir hjálp til þess koma á einstaklingsmiðun í kennslustofunni. Þessar aðferðir gætu sérstaklega hjálpað nýjum kennurum þar sem Kilpatric o.fl. (2001) segja að nýir kennarar sem hafa litla starfsreynslu hafi takmarkaða þekkingu á kennsluaðferðum og hafa ekki þróað með sér vald til að beita þeim. Þeir eiga einnig erfiðara með að bregðast við ákveðnum aðstæðum sem skapast geta inni í bekk á viðeigandi hátt (Kilpatric o.fl., 2001).

Rannsókn Cai, Perry, Wong og Wang (2009) sýnir fram á að mikilvægt sé fyrir stærðfræðikennarann að búa yfir góðri stærðfræðilegri þekkingu. Samkvæmt Kilpatric o.fl. (2001) þá gerir sá skilningur kennaranum kleift að skilja og nýta stærðfræðilausnir nemenda, útskýringar þeirra og spurningar á uppbyggilegan hátt. Cai, Perry, Wong og Wang (2009) segja að kennarinn eigi þá auðveldara með að gefa nemendum sínum lausan tauminn við að finna sjálfir aðferðir við lausnir verkefna. Hins vegar hafa kennarar með

tiltölulega veika hugtakabekkingu í stærðfræði tilhneigingu til að sýna einungis eina aðferð við lausn verkefna og síðan er það verkefni nemenda að æfa sig í þessari aðferð með því að reikna endurtekið samskonar dæmi (Cai o.fl., 2009).

Það að kennarar hafi skýra sýn á markmið sín með kennslunni og hvaða hæfni þeir eru að kalla fram með þeim stærðfræðilegu viðfangsefnum sem þeir leggja fyrir skapar möguleika fyrir nemendur þeirra til þess að þróa með sér stærðfræðihæfni. Mikilvægt er að kennarar þekki vel þá stærðfræði sem þeir eru að kenna og hvert nám á því sviði getur leitt nemendur (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013; Kilpatric, ofl., 2001). Kennarinn verður að búa yfir þeim eiginleikum að geta notað þekkingu sína á sveigjanlegan hátt því hann þarf að meta og aðlaga kennsluefni, setja það fram á skýran og greinilegan hátt, skipuleggja kennslu sína í takt við þarfir nemenda og meta hvað nemendur þeirra hafa lært og eru að læra (Kilpatric o.fl., 2001).

Metnaður í starfi og vilji til þess að ná árangri er að mestu leyti hægt að rekja til þess áhuga sem kennarinn hefur á starfinu. Sá vilji og áhugi smitar út frá sér og því þurfa stærðfræðikennarar að hafa jákvæða afstöðu til stærðfræði svo að þessi jákvæðni eigi möguleika á að smitast til nemenda (Boaler og Humpreys 2005; Guðbjörg og Guðný, 2006).

Hiebert o.fl. (1997) segja að kennsla megi ekki snúast um það að nemendur læri ákveðnar staðreyndir og aðferðir sem leggja þarf á minnið og því verður sjónarmið kennarans að vera að með þannig kennslu lærist lítið. Kennarinn ætti að leitast við að skapa þær aðstæður fyrir nemendur er gera þeim kleift að mynda tengsl innan stærðfræðinnar, því þegar nemendur fara að sjá þessi stærðfræðilegu tengsl á milli hugmynda þá er skilningurinn fyrir hendi (Hiebert o.fl., 1997). Kilpatric (o.fl., 2001) benda jafnframt á að vert sé að gera sér grein fyrir því að ekki er jafnauðvelt að greina samband og átta sig á staðreyndum eins og að kenna þær og það er nemandinn sjálfur sem þarf að fá tækifæri til þess að mynda tengslin. Við þetta má bæta niðurstöðum Boaler og Humpreys (2005) sem segja að sama hversu góður útskýrandi kennarinn er þá getur hann ekki kennt þessi tengsl heldur eru þau nemandans að uppgötva og er það hlutverk kennarans að skapa nemendum aðstæður til að geta skapað tengslin.



### 3 Rannsóknir á stærðfræðikennslu

Gagnlegt er að lesa um eldri rannsóknir þegar leitað er svara við því hvers konar stærðfræðikennsla skilar árangri. Í leit að rannsóknum á því sviði kemur í ljós að ótal rannsóknir hafa verið gerðar í þeim tilgangi að komast að því hvers lags stærðfræðikennsla sé vænleg til árangurs. Eins hafa verið gerðar fjölda rannsókna sem greina eiga frá þeim kennsluaðferðum sem stærðfræðikennarar nýta sér helst í kennslu sinni. Hér verður farið yfir hluta af þeim rannsóknum, jafnt erlendum sem innlendum, og tekna saman helstu niðurstöður varðandi kennsluaðferðir stærðfræðikennara sem og helstu þættir er teljast mikilvægir eigi kennslan að skila árangri.

#### 3.1 Innlendar rannsóknir á stærðfræðikennslu

Þær innlendu rannsóknir á stærðfræðikennslu sem hér verður greint frá tengjast helst þeim kennsluaðferðum sem stærðfræðikennarar nýta sér við kennslu sína. Rannsóknirnar eru, Starfsháttarannsóknin, *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum* (Gerður G. Óskarsdóttir, 2014), úttekt Þóru Þórðardóttur og Unnars Hermannssonar (2012) á stærðfræðikennslu á unglíngastigi, rannsókn Kristínar Einarsdóttur (2012) sem og rannsókn Guðrúnar Angantýsdóttur (2009).

Á árunum 2008–2013 fór fram víðtæk rannsókn á starfsháttum grunnskóla á Íslandi þar sem safnað var gögnum sem snéru m.a. að kennsluháttum og námi nemenda (Gerður, 2014). Í rannsókninni, sem kallast *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum*, var fylgst með 518 kennslustundum í ýmsum fögum grunnskólans. Í gögnum rannsóknarinnar má finna lýsingar á því hvernig stærðfræðikennslustundir ganga fyrir sig í þeim skólum er tóku þátt í rannsókninni. Út frá þeim lýsingum greindu Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir (2015) stærðfræðikennslustundir í íslenskum grunnskólum. Í rannsókn sinni greindu þær 51 stærðfræðikennslustund, allt frá fyrsta til tíunda bekkjar grunnskólans. Til þess að greina uppbyggingu kennslustundar var hún skoðuð í ljósi þess hversu mikill tími fór í eftirfarandi atriði: engin stærðfræðivinna, samskipti kennara við allan bekkinn, einstaklingsvinna, námsmat, hópvinna og leikir. Niðurstöðurnar voru síðan flokkaðar eftir aldursstigum (Guðný og Guðbjörg, 2015).

Í niðurstöðum Guðnýjar og Guðbjargar (2015) kom í ljós að það gæti líttill fjölbreytni í þeim aðferðum sem stærðfræðikennarar beita við kennslu sína. Rannsóknin bendir til þess að íslenskir kennarar séu almennt, að mestu leyti, að notfæra sér beina eða kennaramiðaða kennslu en bjóði lítið upp á það að nemendur séu þátttakendur. Flestar kennslustundir eru byggjar upp á þann veg að þær hefjast með stuttri kynningu frá kennaranum og í kjölfarið er einstaklingsvinna nemenda þar sem námsbókin ræður að mestu ferðinni. Það má þó bæta því við að meiri fjölbreytni er að finna í kennsluháttum yngribarna kennara en þeirra sem kenna á unglingsstigi (Guðný og Guðbjörg, 2015).

Út frá niðurstöðum rannsóknarinnar má greina að svo virðist sem kennarar líti svo á að mestur ávinningur stærðfræðikennslu felist í því að nemendur vinni að stærðfræðiverkefnum sem sett eru fram í námsbókum (Guðný og Guðbjörg, 2015). Einnig má sjá að þau samskipti sem fara fram á milli kennara og nemenda snúast um að hjálpa nemendum að klára þessi verkefni (Guðný og Guðbjörg, 2015).

Þessum niðurstöðum Guðnýjar og Guðbjargar (2015) ber ekki saman við þær áherslubreytingar sem gert er ráð fyrir í Aðalnámskrá grunnskóla (2013). Þar fer kennarinn úr því hlutverki að kenna aðferðir og úthluta endurtekningarverkefnum í að sjá til þess að nemendur hans séu virkir í þekkingarleit sinni þar sem þeir fást við fjölbreytt verkefni (Kristín, 2012). Í ljósi þessarar breyttu áherslna framkvæmdi Kristín (2012) rannsókn í þeim tilgangi „að varpa ljósi á kennsluhætti stærðfræðikennara sem eru að þróa kennsluhætti sína og máta þá við hugmyndir um breyttar áherslur í stærðfræðikennslu“ (Kristín, 2015, bls. 5).

Þeir þátttakendur sem tóku þátt í rannsókn Kristínar (2012) voru sérstaklega valdir þar sem þeir voru allir markvisst að þróa kennsluhætti sína í stærðfræði. Samkvæmt niðurstöðum Kristínar (2012) telja þátttakendur að vissulega hafi orðið áherslubreytingar í stærðfræðikennslu og líta þannig á að nemendur séu nú í aðalhlutverki. Einn þátttakandi rannsóknarinnar lýsir því svo að það sem skiptir höfuðmáli í dag sé virkni nemenda og að unnið sé með þeirra hugmyndir. Telja þátttakendur að ýmis stærðfræðileg verkfæri séu mikilvæg í stærðfræðikennslu, að nemendur uppgötvi stærðfræðina og vinni verkefni tengd þrautalausnum (Kristín, 2012). Aðspurðir um kennsluhætti sína segjast þátttakendur nota hópvinna og innlagnir til þess að kynna nýtt efni fyrir nemendum. Hugmyndir nemenda, tengsl við raunveruleikann, samvinna, umræður og áhugi eru einnig atriði sem þátttakendur telja að skipti máli í stærðfræðikennslu (Kristín, 2012). Hlutverk kennarans er að fá nemendur til þess að vera virka í

námi sínu, hlusta á nemendur og aðstoða, hvetja nemendur, styrkja þá og efla (Kristín, 2012).

Í úttekt Þóru og Unnars (2012) á stærðfræðikennslu á unglingastigi í átta grunnskólum landsins, fylgdust rannsakendur með 102 stærðfræðikennslustundum, tóku 32 viðtöl og lögðu könnun fyrir 30 stærðfræðikennarar þar sem m.a. var spurt út í kennsluhætti þeirra. Samkvæmt niðurstöðum telja 73% þátttakenda sig nýta sér nokkuð fjölbreytta kennsluhætti, 17% segjast nota þá frekar mikið og 3% mjög mikið á meðan einungis 6% telja sig nota fjölbreytta kennsluhætti frekar eða mjög lítið. Niðurstöður úttektarinnar sýna einnig að kennsluaðferðin einstaklingsvinna nemenda í verkefna- eða vinnubók er algengasta kennsluaðferð stærðfræðikennara þar sem 83% þátttakenda notfæra sér hana mjög eða frekar mikið. Sú kennsluaðferð sem fylgir þar á eftir er bein kennsla frá töflu ásamt samræðum við nemendur, en 73% kennara nýta sér þá aðferð mjög eða frekar mikið (Þóra og Unnar, 2012).

Í úttekt Þóru og Unnars (2012) kemur fram að það námsefni sem stærðfræðikennarar unglingastigs grunnskóla eru að notfæra sér í kennslu eru námsefnisflokkarnir *Almenn stærðfræði* og *Átta-Tíu*. Þá var *Átta-Tíu* bókin helst notuð sem aðalnámsefni á meðan *Almenn stærðfræði* var aukabók. Algengt var að þeir nemendur sem áttu í erfiðleikum með stærðfræðina væru að nota *Almenn stærðfræði* sem aðalnámsefni (Þóra og Unnar, 2012). Auk þess að vinna verkefni í þessar námsbækur voru nemendur frá mörgum skólum einnig að vinna með sérstaka bók, leiðarabók, glósubók, reglubók, þar sem þeir skráðu niður það sem kom fram í innlögn kennara. Samkvæmt áliti úttektaraðila rannsóknarinnar þá virtust nemendur fylgjast betur með innlögn kennara væru þeir að setja inn efni í þess konar bók (Þóra og Unnar, 2012).

Vorið 2004 gerði Guðrún Angantýsdóttir rannsókn á því hvernig kennsluaðferðum kennarar beittu þegar að þeir tileinkuðu sér námsefnið *Geisli 1* og hvort íhugun, athuganir og mat þeirra á eigin kennslu og annarra leiddi til aukinnar færni þeirra. Þátttakendur rannsóknarinnar voru fjórir kennarar í 5.bekk auk hennar sjálfrar. Í grein Guðrúnar í Flatarmálum, tímariti Flatar félags stærðfræðikennara (2009) kemur fram að þeir kennarar sem tóku þátt höguðu helst kennslu sinni á þann veg að við upphaf kennslustundar var innlögn frá kennara og í kjölfarið fylgdi ýmist para- eða einstaklingsvinna nemenda við verkefni vinnubókanna. Töldu kennararnir það nauðsynlegt fyrir nemendur að læra reglur og hefðbundin reiknirit og lögðu þeir áherslu á að nemendur öðluðust skilning á þeim. Samræður og að fá tækifæri til þess að útskýra niðurstöður sínar fyrir

öðrum fannst kennurunum einnig vera mikilvægur þáttur í stærðfræðinámi. Töldu þeir stærðfræðinámi felast að miklu leyti í því að byggja nýja þekkingu ofan á áður lærð þekkingaratriði og að hópvinna ætti að gegna stóru hlutverki í stærðfræðinámi.

Íslenskar rannsóknir á stærðfræðikennslu sýna berlega að einstaklingsvinna nemenda og innlögn frá kennara er sú kennsluaðferð sem stærðfræðikennarar nýta sér helst í kennslu sinni (Guðný og Guðbjörg, 2015; Guðrún, 2009; Þóra og Unnar, 2012). Þó er ljóst að breytingar hafa orðið á áherslum í stærðfræðinámi og eru einhverjir kennarar að reyna að þróa kennsluhætti sína á þann veg að nemendur verði virkari þátttakendur í þekkingarleit sinni (Kristín, 2014). Þær áherslur samræmast þeim er fram koma í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) sem og fjölda erlendra rannsókna á árangursríkri stærðfræðikennslu.

### 3.2 Erlendar rannsóknir á stærðfræðikennslu

Boaler (2006) rannsakaði stærðfræðikennslu í þremur framhaldsskólum í Kaliforníu í Bandaríkjunum yfir nokkurt skeið. Yfir 700 nemendur tóku þátt í rannsókninni sem byggði bæði á eigindlegri og meginndlegri aðferðarfræði. Skólarnir sem tóku þátt í rannsókninni voru ólíkir, framhaldsskólinn Greendale var staðsettur í strandbæ þar sem nemendur voru aðallega hvítir. Nemendahópur Railside framhaldsskólans, sem staðsettur var í þéttbýli, var ekki eins einsleitur þar sem þjóðerni, efnahagur og tungumál nemenda var mjög fjölbreytt. Þriðji skólinn Hilltop var dreifbýlisframhaldsskóli þar sem nemendur voru aðallega hvítir eða latneskir (Boaler og Staples, 2008).

Við upphaf rannsóknarinnar voru nemendur frá Railside skólanum ekki komnir eins langt í stærðfræði og nemendur frá hinum tveimur þátttökuskólunum en á tveimur árum tókst þeim að ná lengra í stærðfræði, verða jákvæðari í garð stærðfræðinnar og stunda stærðfræði meira en nemendur hinna tveggja þátttökuskólanna (Boaler, 2006).

Þennan árangur má einkum þakka þeirri óvenjulegu aðferð sem beitt var við stærðfræðikennslu í Railside. Þar var ólíkum nemendum blandað saman innan hvers bekkjar og þeir látnir vinna saman í hópum að vandamálum sem leysa mátti á mismunandi vegu. Kennararnir unnu eftir aðferð sem kallast „samvirkt nám“ (*e. complex instruction*), sem þróuð var til þess að vinna gegn félagslegum og námlegum mismun innan hóps. Lykilatriði aðferðarinnar er að skapa „fjölvíða kennlustofu“ (*e. multidimensional classroom*) (Boaler, 2006). Í hinni hefðbundnu stærðfræðikennslustofu er áherslan hvað oftast á það að framkvæma aðferðir á réttan hátt og

mælikvarði á árangur er einhliða en þess konar kennslustofu mætti lýsa sem einvíða (*e. unidimensional*) kennslustofu. Kennarar Railside skólans sköpuðu hins vegar *fjölvíða* kennslu með því að leggja mat á marga þætti stærðfræðinnar (Boaler, 2006). Mikill tími nemenda fór í umræður um stærðfræðilegar hugmyndir þeirra, þeir lærðu að hjálpa hver öðrum og voru gerðir ábyrgðir fyrir því að kenna samnemendum sínum. Hins vegar fór nám þeirra nemenda sem komu frá hinum tveimur skólunum fram á mun hefðbundnari hátt þar sem sýnikennsla og einstaklingsvinna nemenda var meginleiðin (Boaler, 2006).

Þau verkefni sem lögð voru fyrir nemendur Railside skólans var hægt að leysa með mismunandi aðferðum og nemendur högnuðust á því að hafa mismunandi sýn á verkefni og áherslan var á mikilvæg stærðfræðileg hugtök og meginreglur. Nemendur voru hvattir til þess að lesa verkefnið upphátt og ræða sín á milli hvað fælist í raun í verkefninu, endurorða spurningu verkefnisins eða finna lyklatríði þess. Áhersla var lögð á að nemendur bæru ábyrgð á námi hvers annars og sáu kennararnir til þess með því að krefjast þess að allir hópmeðlimir skildu hvað verið var að vinna með áður en hópurinn gat haldið áfram með verkefnið og með því að meta þær umræður sem fram fóru innan hópsins (Boaler, 2006).

Í rannsókn Boalers (2006) voru nemendur einnig spurðir að því hvað þeir teldu liggja að baki þess að vegna vel í stærðfræði. Nemendur frá Railside skólanum settu fram nokkra eiginleika sem þeir töldu forsendu þess að ná árangri, þ.e. að spyrja góðra spurninga, hjálpa hver öðrum, nota mismunandi framsetningarmáta, endurorða verkefni/dæmi, útskýra hugmyndir sínar, beita rökhugsun, réttlæta aðferðir og koma með mismunandi sjónarhorn á verkefni/dæmi. Nemendur frá hinum skólunum sem sóttu hefðbundnari kennslustundir, en þeir sem komu frá Railside, sögðu að mikilvægast væri að taka vel eftir í kennslustund. Töldu þeir mikilvægt að einbeita sér að þeim aðferðum sem kennarinn kynnti fyrir þeim svo að þeir gætu lært þær utanbókar og notfært sér þær seinna (Boaler, 2006).

Þrátt fyrir að til séu atriði sem rannsakendur setja fram sem nauðsynlega þætti í árangursríkri stærðfræðikennslu þá virðist sem svo að ekki sé einfalt að benda á hvað skiptir sköpum. Í grein sinni *Improving mathematics teaching* (2004) draga Stigler og Hiebert fram áhugaverða punkta um árangursríka stærðfræðikennslu. Þar ræða þeir niðurstöður TIMSS myndbands rannsóknanna sem fram fóru árin 1995 og 1999, sem sýna hvernig hefðbundnar kennslustundir ganga fyrir sig í hinum ýmsu löndum. Í niðurstöðum kemur fram að í báðum rannsóknunum voru kennsluhættir Japana töluvert öðruvísi en annarra landa sem tóku þátt í rannsókninni. Þar

nýttu nemendur mun lengri tíma, eða 15 mínútum lengri tíma, í einstök dæmi heldur en nemendur frá öðrum löndum, sem var að hluta til komið vegna þess að þeir áttu sjálfir að finna lausnir og þróa sína eigin lausnarleiðir eða aðferðir.

Í fyrstu TIMSS myndbandsrannsókninni, 1995, voru það nemendur frá Japan sem náðu hæstu einkunum á TIMSS prófinu. Var því hugmyndin sú að aðrar þjóðir ættu að fara að fordæmi Japan og taka upp þeirra kennsluhætti. Rannsóknin frá 1999 sýnir það hins vegar að góður árangur í stærðfræði krefst þess ekki að kennarar notfæri sér aðferðir Japananna (Stigler og Hiebert, 2004). Nemendur annarra þjóða náðu jafn góðum árangri og nemendur frá Japan þó kennsluaðferðir þar væru á allt annan veg, til dæmis var meðaltími sem fór í hvert dæmi einungis um fimm mínútur hjá öðrum þjóðum sem náðu góðum árangri á prófunum. Holland var ein þeirra þjóða sem skoraði hátt í prófinu og þar eru reiknivélar og dæmi úr raunveruleikanum mjög oft notuð í stærðfræðikennslu en aftur á móti notfæra japanskir kennarar sér hvorugt (Stigler og Hiebert, 2004).

Í yfirferð sinni komu Stigler og Hiebert (2004) þó auga á mikilvæg atriði sem stærðfræðikennarinn þarf að hafa í huga er þeir undirbúa verkefni fyrir nemendur sína. Það sem þær þjóðir sem náðu góðum árangri í stærðfræði eiga sameiginlegt er ekki skipulag kennslustofunnar, notkun tæknilegra hluta eða gerðir vandamála sem nemendur glíma við heldur sá háttur sem kennarinn og nemendur beita við vinnslu verkefna þegar líður á kennslustundina. Það sem virðist skipta máli er hvernig kennarar setja fram verkefnin fyrir nemendur. Þeir eru kannski með dæmi sem snýst um að átta sig á tengslum innan stærðfræðinnar en setja það fram á þann veg fyrir þekkingu að dæmið fer að snúast mun meira um að notfæra sér aðferðir. Tökum til dæmis verkefni þar sem finna á flatarmál ýmissa þríhyrninga, um leið og kennarinn gefur nemendum upp jöfnuna fyrir flatarmál þríhyrnings og segir þeim að þeir þurfi einfaldlega að setja inn viðeigandi tölur á rétta staði þá er dæmið farið að snúast um það að beita ákveðinni aðferð. Þeir kennarar sem gera þetta ekki heldur setja fyrir dæmi sem eiga að fá nemendur til þess að sjá og greina tengsl innan stærðfræðinnar virðast ná betri árangri (Stigler og Hiebert, 2004).

Þó kennarar frá Hong Kong noti einungis í 13% tilvika verkefni sem krefjast þess að nemendur átti sig á tengslum innan stærðfræðinnar, en Japan í 54% tilvika, þá hafa þessar þjóðir báðar náð góðum árangri í prófunum. Það sem tengir árangur þessara þjóða saman er að þegar kennarar þessara landa velja verkefni sem eiga að fá nemendur til þess að greina tengsl innan stærðfræðinnar þá halda þeir sig algjörlega við þann

tilgang verkefnisins. Það sem bandarískir kennarar gera hins vegar er að þó þeir velji verkefni fyrir nemendur sem krefjast þess að nemendur myndi tengsl innan stærðfræðinnar þá breyta kennarar verkefnunum á þann veg að þau fara að snúa að því að æfa ákveðnar aðferðir (Stigler og Hiebert, 2004).

Stigler og Hiebert (2004) hafa síðan notfært sér niðurstöður TIMSS rannsóknarinnar við að finna leiðir til þess að bæta stærðfræðikennslu í Bandaríkjunum. Þær spurningar sem þeir höfðu til hliðsjónar voru: *Hver er munurinn á stærðfræðikennslu eftir löndum? Og hvað segir þessi samanburður okkur um það hvernig bæta megi stærðfræðikennslu okkar?* Niðurstöður þeirra benda til þriggja meginhugmynda sem þeir geta nýtt sér í þeim tilgangi að bæta stærðfræðikennslu í Bandaríkjunum. Sú fyrsta er að einblína fremur á sérstaka þætti kennslunnar en kennarana sjálfa. Sagt er frá því að samkvæmt nýjustu aðferðum til þess að bæta stærðfræðikennslu viðsvegar um heiminn hefur áherslan legið mikið í því að bæta kennarann sjálfan, menntun hans og þekkingu. Þeir leggja hins vegar til að þessum áherslum verði breytt á þann veg að beina sjónum frekar að bættum kennsluaðferðum kennarans. Hvað hann gerir í kennslustundinni sjálfri skiptir frekar máli upp á árangur nemenda heldur en sú þekking eða menntun sem hann býr yfir (Stigler og Hiebert, 2004).

Annar stór þáttur sem þeir telja að þurfi að breyta er menningarlegi hluti kennslunnar og kennaranna sem sjá um hana. Í rannsókn þeirra Stiglers og Hiebert (2004) kemur fram að sömu þættir einkenna kennslu kennara frá sama menningarsvæði þó menntunarstig þeirra sé misjafnt. Að svipaðari niðurstöðu komust Correa, Perry, Sims, Miller og Fang (2008) í rannsókn sinni og segja að menningin hafi áhrif á viðhorf kennarar til árangursríkrar kennslu og því þeirra kennsluhátta sem þeir velja sér fyrir kennslu sína. Stigler og Hiebert (2004) telja því að bandarískir kennarar þurfi að leita leiða til þess að breyta þeirri kennslumenningu sem þeir eru fastir í og þróa hana í þá átt sem leiði til betra náms. Kennarar verða að átta sig á því að þeir séu fastir í menningarlegri rútinu og finna leið til þess að brjótast út úr henni m.a. með því að afla sér upplýsinga um það hvernig kennarar frá öðrum menningarsvæðum bera sig að í kennslu (Stigler og Hiebert, 2004).

Þriðja atriðið er að fræðimenn innan menntastéttarinnar þurfa að finna leið til þess að koma nýrri þekkingu á framfæri svo að aðrir innan stéttarinnar geti notið góðs af. Kennarar þurfa að hafa aðgang að efni sem veitir þeim upplýsingar um hvers konar aðferðir þeir geti notfært sér í kennslu, geta greint þær aðferðir og metið hvort þær hafi veitt árangur (Stigler og Hiebert, 2004).

Hansen o.fl. (e.d.) benda á gildi stærðfræðilegra, félagslegra viðmiða og að kennarar líti ýmist á nám sem tileinkun eða sem þátttöku. Nám sem tileinkun felur í sér þá sýn að það sé einstaklingurinn sem sér um að tileinka sér hugtök og leikni. Til þess að öðlast hæfni á sviði stærðfræðinnar þarf virka uppbyggingu þekkingar af hálfu nemandans og þarf hann að ná að koma skipulagi á þá reynslu sem hann verður fyrir. Sé nám sem þátttaka viðmiðið lítur kennarinn á stærðfræðinám sem félagslegt ferli þar sem nemandinn gerir að sínum þær leiðir eða aðferðir sem eru viðurkenndar í hans námssamfélagi. Námið er því hluti af því að vera þátttakandi í félagslegu samfélagi og yfirtaka þær leiðir sem þar viðurkennast (Hansen o.fl., e.d.). Þessi ólíku viðmið kennara hafa því áhrif á kennsluna.

Sá lærdómur sem hægt er að draga af þessum rannsóknum er margvíslegur. Í fyrstu virðast aðgerðir kennarans og kennsluaðferðir skipta máli. En þær aðgerðir og aðferðir tengjast þeirri sýn sem sú menning sem kennarinn býr við hefur á stærðfræðinám. Mikilvægt er einnig að nemendur séu virkir og fáist við verkefni þar sem þeir þurfa að mynda tengsl innan stærðfræðinnar. Umræður, tjáning hugmynda, samvinna við aðra nemendur og ábyrgð fyrir námi sínu eru einnig mikilvægir þættir í árangursríkri stærðfræðikennslu (Boaler, 2006; Stigler og Hiebert, 2004).

### **3.2.1 Viðhorf stærðfræðikennara til árangursríkrar kennslu**

Þó hugmyndir stærðfræðikennara um árangursríka kennslu geti verið ólíkar þá telja Wilson og Ducloux (2009) þær eiga það sameiginlegt að þeir sækja þær frekar í reynslu sína sem kennarar heldur en þátttakendur í stærðfræði eða kennslufræðilegum námskeiðum. Eins segir Maass (2009) að stærðfræðikennarar sækja hugmyndir sínar í þá reynslu sem þeir hlutu sem börn í stærðfræðinámi sínu. Þá eru þær hugmyndir sem kennarar hafa um stærðfræði og stærðfræðikennslu taldar hafa mikil áhrif á það hvernig þeir hrinda nýstárlegum kennsluaðferðum í framkvæmd (Maass, 2009).

Margar rannsóknir hafa verið gerðar til að kanna viðhorf stærðfræðikennara til árangursríkrar kennslu. Í rannsókn sem gerð var í Ástralíu, meginlandi Kína, Hong Kong og Bandaríkjunum voru reyndir stærðfræðikennarar spurðir þriggja spurninga. Af þeim spurningum var að finna mestan mun á milli landa í svari við þeirri spurningu hvert þeir teldu eðli stærðfræðinnar vera. Kennarar frá Ástralíu og Bandaríkjunum litu frekar til hagnýtingar stærðfræðinnar sem varðar notkun hennar í hinu daglega lífi á meðan kennarar frá meginlandi Kína og Hong Kong voru hins vegar undir áhrifum frá Platoni og lögðu meiri áherslu á innri uppbyggingu og skipulag á stærðfræðilegri þekkingu (Cai o.fl., 2009).



Kennarar frá öllum fjórum þátttökulöndum rannsóknarinnar voru sammála því að skilningur væri aðalmarkmiðið með stærðfræðinámi sem byggja ætti upp út frá reynslu nemenda. Auk þess töldu þátttakendur notkun raunverulegra dæma og áþreifanlegrar reynslu mikilvægan þátt kennslunnar. Töldu kennarar að með slíkum áherslum gæti skilningur nemenda á stærðfræði aukist (Cai o.fl., 2009). Til þess að átta sig á skilningi nemenda sögðust kennarar leitast við að sjá hvort nemendur gætu beitt sveigjanlegum aðferðum og hvort þeir gætu rætt um það sem þeir hefðu lært (Cai o.fl., 2009). Aðspurðir um hvort þeir teldu að leggja þyrfti áherslu á að nemendur leggðu á minnið stærðfræðilegt efni voru kennarar Ástralíu, Kína, Hong Kong og Bandaríkjana allir sammála um það að það þyrfti upp að vissu marki, hvar það mark lægi voru þeir hins vegar ekki sammála um. Allir litu þeir á æfingu í stærðfræði sem mikilvægan þátt en í mismiklum mæli. Þær áhyggjur var að finna hjá kennurum frá Hong Kong, Ástralíu og Bandaríkjunum að ef þeir drektu nemendum sínum í of miklu magni af samskonar dæmareikningi myndu þeir missa áhugann á efninu (Cai o.fl., 2009).

### **3.2.2 Einkenni árangursríks stærðfræðikennara**

Þegar stærðfræðikennarar eru fengnir til þess að lýsa einkennum árangursríks stærðfræðikennara eru vissir eiginleikar sem mest áhersla er oftast lögð á. Í rannsókn Cai o.fl. (2009) kemur fram að kennarar frá Kína, Hong Kong, Ástralíu og Bandaríkjunum telja að stærðfræðikennari þurfi að hafa sterkan bakgrunn í stærðfræði til þess að ná árangri í kennslu. Sömu niðurstöður er að finna í rannsókn Wilson og Ducloux (2009) þar sem stærðfræðikennarar segja að mikilvægt sé að stærðfræðikennari búi yfir góðri stærðfræðipækkingu. Þá þarf kennarinn að undirbúa kennslustund sína vel og hafa þann eiginleika að geta veitt nemendum sínum greinagóðar útskýringar (Wilson og Ducloux, 2009).

Kennararnir eru þó ekki sammála varðandi alla þætti sem einkenna árangursríkan kennara. Þeir sem komu frá Ástralíu, Kína og Bandaríkjunum telja mikilvægt að kennarinn þekki nemendur sína og beri umhyggju fyrir þeim. Tala kennarar frá Ástralíu og Bandaríkjunum almennt meira um að áhugi kennara fyrir nemendum og tengsl hans við þá skiptu máli en kennarar frá Kína og Hong Kong. Að hafa stjórn á bekknum er eiginleiki sem einungis kennarar frá Bandaríkjunum leggja áherslu á hjá árangursríkum kennara og má ef til vill draga þær ályktanir að það sé vegna þess að kennarar frá hinum þrem löndunum, Ástralíu, meginlandi Kína og Hong Kong kannast ekki við þá upplifun að stjórna ekki bekknum (Cai o.fl., 2009).

Sömu viðhorf má finna hjá kennurum í rannsókn Wilson og Ducloux (2009) en þeir telja afar mikilvægt að kennarinn geti stjórnað kennslustundinni, haldið henni gangandi og haft stjórn á nemendum.

Framkvæmd kennslustundarinnar skiptir einnig miklu máli. Samkvæmt Cai o.fl. (2009) þarf kennarinn að gefa skýr fyrirmæli og útskýringar um viðfangsefni og markmið þess. Þá þarf hann að geta notað fjölbreyttar kennsluaðferðir í takt við þarfir nemenda og byggja þannig upp áhuga hjá nemendum og viðhalda honum í gegnum námið (Cai o.fl., 2009). Kemur það fram hjá Wilson og Ducloux (2009) að kennarar leggja áherslu á að þekkja nemendur vel, persónulega sem og þá stærðfræðileguhæfni sem nemendur búa yfir. Slíka þekkingu telja kennararnir vera forsendur fyrir því að geta dæmt um hvort nemendur þyrfi að fara betur yfir efnið eða geta snúið sér að næsta viðfangsefni. Áhugi kennara er á að skilja rökhugsun eða ranghugmyndir nemenda sem leiða til þess að þeir gera villur því þá geta kennararnir notað þær upplýsingar til þess að greina vandamálið og beina nemendum á rétta braut (Wilson og Ducloux, 2009).

Þessi áhersla kennara á að greina stærðfræðilega hugsun nemenda og þann tilgang sem þeir sáu með því að átta sig á hugsun nemenda samræmist ekki þeim sjónarmiðum sem fræðimenn setja fram um tilgang þess að átta sig á stærðfræðilegri hugsun nemenda (Wilson og Ducloux, 2009). Fræðimenn s.s. Schifter, Doyle eða Stein hafa aðra túlkun á stærðfræðilegri hugsun nemenda þar sem þeir telja mikilvægt að átta sig á hugsun nemenda, sérstaklega til þess að átta sig á því hvernig þeir komast að niðurstöðum sínum (Wilson og Ducloux, 2009). Hjá þeim er markmiðið að skilja hvernig nemendur byggja upp sína eigin stærðfræðilegu þekkingu. Kennararnir í rannsókn Wilson og Ducloux (2009) virðast hins vegar einungis reyna að greina hugsun nemenda til að finna ranghugmyndir þeirra til að geta lagað þær. Jafnvel með því að einblína á stærðfræðilega hugsun nemenda gátu rannsakendur ekki greint þrá hjá kennurunum til þess að skilja hvernig nemendur byggja upp sína eigin stærðfræðilega þekkingu (Wilson og Ducloux, 2009).

Annað atriði sem niðurstöður rannsókna Wilson og Ducloux (2009) sýna að greinir hugmyndir kennara um árangursríka stærðfræðikennslu frá hugmyndum fræðimanna er sú áhersla sem kennarar virðast leggja á að nám byggist á þekkingu og ákvörðunum kennara og að árangursrik kennsla fari fram í kennaramiðaðri kennslustofu. Fræðimenn telja hins vegar nemendamiðaða kennslu skila betri árangri. Með þessum niðurstöðum Wilson og Ducloux (2009) má því færa rök fyrir því að hugmyndir

fræðimanna og starfandi kennara um stærðfræðikennslu ber ekki alltaf saman.

Rannsókn Maass (2009) á viðhorfum kennara frá Þýskalandi til stærðfræðikennslu greinir frá því að meirihluti þátttakenda hafi sömu hugmyndir um árangursríka kennslu sem tengjast allar útlistunarkennslu, óháð starfsreynslu, kyni eða skóla. Tilgátan sem Maass dregur af þessum niðurstöðum er sú að hugmyndir kennara um árangursríka stærðfræðikennslu gætu verið afleiðing þeirrar stærðfræðikennslu sem þeir hlutu sem nemendur en sú reynsla er talin hafa mikil áhrif á hugmyndir kennara um árangursríka kennslu. Þetta gæti verið skýringin á því hvers vegna útlistunarkennsla, skipar enn stóran sess í stærðfræðikennslu nútímans. Enn frekar kom í ljós að ánægja kennara með stærðfræðikennslu sína sem börn hafi valdið því að þeir sóttust í starfið, en aðeins fáir kennarar sem nutu sín ekki í stærðfræðinámi sem börn sem völdu starfið til þess að breyta stærðfræðikennslunni í skólasamfélaginu (Maass, 2009).

Í rannsókn Cai o.fl. (2009) kemur fram að þegar kemur að árangursríkri kennslustund eru kennarar frá Ástralíu, meginlandi Kína, Hong Kong og Bandaríkjunum allir sammála því að nemendur eiga að taka fullan þátt í kennslustundinni og rækta þurfi áhuga þeirra fyrir efninu. Sömu niðurstöður má finna í rannsókn Givvin, Jakobs, Hollingsworth og Hiebert (2009) þar sem kennarar frá Ástralíu, Tékklandi, Hong Kong, Norður Ameríku og Sviss segja að það sé nemandinn sem eigi að vera í aðalhlutverki í stærðfræðikennslustundinni og taka virkan þátt í þekkingarleit sinni. Eins eru það kennarar úr rannsókn Wilson og Ducloux (2009) sem segja að mikilvægt sé fyrir kennarann að hætta að leggja fram allar upplýsingar um aðferðir fyrir nemendur svo að þeir leggi þær á minnið eða hermi eftir kennaranum. Frekar eigi nemendur að fá tækifæri til þess að uppgötva á eigin spýtur. Stærðfræðikennarar telja einnig mikilvægt að verkefni kennslustundarinnar reyni á hæfni nemenda en séu ekki of auðveld fyrir þá.

Samkvæmt Givvin o.fl. (2009) er árangursríki kennarinn sá sem leggur fyrir stærðfræðilega krefjandi verkefni og passar sig á því að leggja ekki einungis áherslu á að sýna reglur og aðferðir sem nemendur eiga síðan að æfa sig á. Cai o.fl. (2009) telja að verkefnin sem árangursríki stærðfræðikennarinn leggur fyrir þurfa að skipta nemendur máli og hafa þann eiginleika að nemendur geti tengt þau við sína eigin reynslu. Kennarar frá Bandaríkjunum minnst á mikilvægi hópvinna og þá leggja kennarar frá meginlandi Kína og Hong Kong áherslu á að kennarinn sé með heildstæða áætlun fyrir hverja kennslustund (Cai o.fl., 2009).

### 3.2.3 Hindranir – áskoranir - vandamál

Í rannsókn Lim (2009) sem gerð var á viðhorfum kennara í Malasíu til stærðfræðikennslu lýsa þátttakendur því yfir að þeir geti ekki alltaf stundað þá kennslu sem þeir helst vildu vegna ákveðinna hindrana, áskorana eða vandamála sem þeir mæta. Þeir segja skort á tíma vera helstu hindrun sem þeir mæta, eða þá pressu sem liggur á þeim að vera búnir að yfirfara ákveðið efni fyrir tiltekinn tíma. Nefna þátttakendur einnig að pressa liggji á þeim að ljúka við tiltekið viðfangsefni á tilteknum tíma í takt við áætlanir námskrárinna. Mikilvægt er að allir skólar fylgi námskránni námkvæmlega svo nemendur séu tilbúnir í þau próf sem sett eru á af menntamála-ráðuneyti landsins (Lim, 2009).

Skortur á stuðningi frá skólastjórnendum þegar kemur að því að nota aðra valkosti í kennsluaðferðum en venjan er, s.s. nemendamiðaða kennslu er vandamál sem kennarar mæta. Segir þátttakandi rannsóknar Lim (2009) til dæmis frá því að skólastjórnendur kvarti yfir hávaða frá nemendum þegar kennari beitir nemendamiðaðari kennsluaðferð. Auk þess hafa sumir skólar ekki yfir að ráða nægilega góðum kennsluaðstæðum þegar kemur að tölvunotkun, plássi eða stuðning við kennarann (Lim, 2009). Kennararnir nefna einnig skort á áhuga nemenda á náminu sem vandamál. Nemendur hafi mun meiri áhuga á tómsendum sem sinna má utan skóla, s.s. íþróttum, tölvuleikjum, netinu og því sé það ögrandi fyrir kennarann að kveikja áhuga nemenda á þeirri stærðfræði sem hann er að kenna (Lim, 2009).

Þeir kennarar frá Þýskalandi (Maass, 2009) sem kjósa frekar að nota beina kennslu og telja útskýringar kennara árangursríkustu leiðina í stærðfræðikennslu gefa tvær ástæður fyrir því að nota ekki opin dæmi og þrautalausnir. Þær ástæður eru nemendur og almennur vinnuramma skólans. Hvað nemendur varðar þá telja kennarar að nemendur geti ekki leyst þess konar verkefni, finnst þau leiðinleg eða geta ekki skilið langan texta. Hvað vinnuramma skólans snertir þá nefna þeir skort á tíma, stærðfræðiforritum og verkefnum, of marga nemendur í bekk og skörun við aðrar greinar. Þeir kennarar sem telja opin, raunveruleg dæmi og sjálfstætt nám gefa bestan árangur líta ekki á þessar hindranir sem óyffirstíganlegar (Maass, 2009).

## 4 Samantekt á fræðilegri umfjöllun

Rannsóknir og hugmyndir um stærðfræðinám skapa þekkingargrundvöll fyrir stærðfræðikenna. Hér eru dregin saman helstu atriði sem komið hafa fram í köflum tvö og þrjú.

Lögð er áhersla á að nemendur séu virkir þátttekendur í þekkingarleit sinni, byggja skal námið á fyrri þekkingu þeirra og stuðla að því að þeir myndi tengsl innan stærðfræðinnar. Til þess að gera nemendur virka í námi sínu getur kennarinn nýtt sér hópvinnu og umræður en þar skapast mikilvægur lærdómsvettvangur fyrir nemendur.

Þau stærðfræðiverkefni sem nemendur takast á við í kennslustundum þurfa að tengjast fyrri þekkingu nemenda og hæfni þeirra í stærðfræði. Einnig eiga verkefnin að tengjast umheiminum, vekja upp áhuga nemenda og hafa merkingu fyrir þá. Þá þurfa verkefnin að krefja nemendur um beitingu rökhugsunar og að eiga samskipti eða hafa samvinnu sín á milli. Þar sem að hver nemandi aflar þekkingar á sinn eigin hátt þurfa verkefnin að henta mismunandi námsstíl nemenda.

Nemendur búa ekki allir yfir sömu þekkingu eða fara eins leiðir í átt að takmarki sínu. Kennarinn þarf því að vinna í takt við kröfur menntamála yfirvalda um einstaklingsmiðað nám. Sé kennarinn óviss um hvaða aðferðum hann geti beitt við einstaklingsmiðun getur hann leitað í skrif Tomlinson (2001) þar sem gefin eru ráð til kennara um það hvernig hægt sé að hrinda einstaklingsmiðun í framkvæmd.

Kennsluaðferðir eiga að vekja áhuga nemenda, gera þeim kleift að nálgast viðfangsefnið á eigin forsendum og kynnast viðfangsefnum stærðfræðinnar á ólíkan hátt. Mikilvægt er að beita fjölbreyttum kennsluaðferðum í stað þess að halda sig við einhverja eina eða fáar þó að þær virðist virka í svólíttinn tíma.

Þær innlendu rannsóknir sem rætt hefur verið um segja allar frá því að stærðfræðikennarar landsins eru aðallega að notfæra sér beina kennslu og einstaklingsvinnu nemenda í stærðfræðikennslu sinni. Þó eru einhverjir stærðfræðikennarar að breyta kennsluháttum sínum í átt að nýjum áherslum í stærðfræðinámi.

Erlendar rannsóknir hafa sýnt fram á mikilvægi hópvinnu og umræðna í stærðfræðikennslu þar sem jafningjafræðsla fær að njóta sín í stað sýni-

kennslu kennarans og einstaklingsvinnu nemenda. Þá sýna rannsóknir að þau verkefni sem nemendur eiga að kljást við í námi sínu þurfa að krefja þá um að mynda tengingar innan stærðfræðinnar. Verkefnin þurfa að vera raunveruleg fyrir nemendur en einnig er talið að æfingin skipti máli og stundum þurfa nemendur einfaldlega að leggja á minnið.

Þau viðhorf sem kennarar hafa til árangursríkrar kennslu sækja þeir í reynslu sína sem börn í stærðfræðinámi eða þá reynslu sem þeir hafa aflað sér sem kennarar. Þá eru kennarar sammála því að aðalmarkmið stærðfræðináms sé skilningur sem byggja eigi upp út frá grunnreynslu nemenda.

## 5 Rannsóknin

Viðfangsefni rannsóknarinnar var áhrifarík stærðfræðikennsla í grunnskóla og voru sérstaklega skoðuð viðhorf stærðfræðikennara af öllum stigum grunnskólans til árangursríkrar stærðfræðikennslu. Tilgangur rannsóknarinnar var að varpa ljósi á þær kennsluaðferðir sem stærðfræðikennarar í grunnskóla notfæra sér í kennslu sinni og athuga hvers vegna þessar aðferðir verða fyrir valinu. Í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) koma fram skýr viðmið um hvernig stærðfræðikennarar eiga að haga kennslu sinni. Einnig eru til ótal rannsóknir sem sýna fram á hvers kyns stærðfræðikennsla sé vænleg til árangurs (Boaler, 2006; Cai o.fl., 2009; Good o.fl., 1989; Kilpatric o.fl., 2001). Beindist rannsóknin að því að máta þessar hugmyndir Aðalnámskrár grunnskóla og eldri rannsókna við þær kennsluaðferðir sem kennarar segjast vera að nota og varpa ljósi á hvort þeir væru yfirhöfuð að vinna eftir þessum áherslum eða ekki. Ef í ljós kom að þátttakendur rannsóknarinnar ynnu lítið eða ekkert í takt við þær aðferðir sem eldri rannsóknir og aðalnámskrár leggja til, var leitast eftir því að finna þær ástæður er lægu þar að baki.

### 5.1 Rannsóknarspurningin

Í ljósi þess að megintilgangur rannsóknarinnar var að fá fram viðhorf stærðfræðikennara til árangursríkrar stærðfræðikennslu voru tekin viðtöl við fjóra grunnskólakennara og þeir spurðir: Hver telur þú vera megin-einkenni árangursríkrar kennslustundar og hvernig hagar þú kennslu þinni svo nemendur þínir nái árangri í stærðfræði? Til þess að afmarka viðfangsefnið hafði rannsakandi sér til stuðning nokkrar spurningar um tiltekin atriði sem hann taldi mikilvægt að fá upplýsingar um (Viðauki C).

### 5.2 Rannsóknaraðferð

Við rannsókn þessa var beitt eigindlegri aðferðafræði þar sem rannsakað var djúpt mannleg hegðun og ástæður hennar. Hlutverk rannsakanda er mikilvægt og reiðir hann sig á munnlega og sjáanlega tjáningu þátttakenda til þess að svara spurningum sínum. Viðtölin fóru fram í starfsumhverfi þátttakenda en það telur Lichtman (2013) mikilvægt. Rannsókn þessi snýst ekki um að sanna einhverja ákveðna tilgátu heldur frekar að efla skilning á árangursríkri kennslu og hvers vegna þátttakendur haga kennslu sinni á þann veg er þeir gera. Viðtalsspurningar voru því opnar og miðuðu að því að

fá þátttakendur til þess að lýsa ítarlega kennslu sinni og ástæðum fyrir því hvernig henni er háttað. Mikilvægt atriði eigindlegra rannsókna er að líta ítarlega á fáa hluti í stað þess að líta á yfirborð margra og verður því fylgt í þessari ritgerð (Lichtman, 2013).

Í rannsókn þessari var stuðst við rannsóknarsnið fyrirbærafræði en hugmyndafræði hennar er ein af þeim aðferðum sem finna má innan eigindlegra rannsóknaraðferða. Í fyrirbærafræði er markmiðið að rannsaka líf og reynslu einstaklinga og lýsa þeirri reynslu sem þeir búa yfir. Fyrirbærið sjálft, árangursrík stærðfræðikennsla, er því skoðað út frá sjónarhóli þeirra sem rætt er við í rannsókninni og hvernig þeir upplifa árangursríka stærðfræðikennslu. Markmið rannsóknarinnar er ekki að alhæfa frekar að dýpka skilning og auka þekkingu á fyrirbærinu (Lichtman, 2013).

### 5.3 Val á þátttakendum

Þar sem rannsakandi er að sækja sér menntun sem stærðfræðikennari vildi hann ólmur fá að skyggjast inn í þær aðferðir sem stærðfræðikennarar beita í stærðfræðikennslu sinni. Þegar þátttakendur í fyrirbærafræðilegri rannsókn eru valdir er mikilvægt að þeir hafi bæði persónulega reynslu á því fyrirbæri sem rannsaka á og jafnframt hafi áhuga og getu til að lýsa þeirri reynslu sinni (Sigríður Halldórsdóttir, 2013). Rannsakandi fór því á fund skólastjóra ákveðins skóla, sem hér eftir verður kallaður Skógarskóli, og óskaði eftir ábendingum hans um þá kennara sem vert væri að fá sem þátttakendur í rannsókn þessa. Óskað var eftir því að fá að ræða við kennara sem kenna stærðfræði við skólann en hafa misjafna reynslu og menntun. Í kjölfar viðræðna við skólastjóra, þar sem rannsakandi fékk uppgefin nokkur nöfn stærðfræðikennara í skólanum, hafði rannsakandi samband við kennarana og leitaðist eftir þátttöku þeirra í rannsókninni. Allir þeir fjórir kennarar sem rannsakandi hafði samband við tóku vel í fyrirspurnir hans og gat því formleg rannsókn hafist.

Hér á eftir verður gerð nánari grein fyrir hverjum þátttakanda. Til þess að gæta trúnaðar við þátttakendur var nöfnum þeirra breytt og notuð eru gervinöfn.

Katrín hefur sex ára starfsreynslu sem grunnskólakennari en fyrir þann tíma vann hún á leikskóla. Katrín kenndi fyrst eitt ár í fjölbrautarskóla, tvö ár á unglिंगastigi í grunnskóla á Suðurnesjum og er núna að kenna sitt þriðja ár við Skógarskóla. Í Skógarskóla hefur hún verið með sama bekkinn og fylgt honum frá því nemendur hófu grunnskóla göngu sína og þar til nú. Auk þess var Katrín stærðfræðikennari 9. bekkjar á síðasta skólaári í Skógarskóla. Katrín er menntaður unglिंगastigskennari með áherslu á stærðfræði en



finnur sig betur sem yngri barna kennari og hefur því frekar sóst eftir að vinna með yngri nemendum síðastliðin ár í starfi.

Haukur er menntaður íþróttakennari sem leiddist út í almenna kennslu eftir fjögur til fimm ár sem íþróttakennari. Hann byrjaði sem yngri barna kennari en endaði fljótt uppi á unglingsstigi þar sem hann hefur starfað að mestu leyti sinn 30 ára kennsluferil. Haukur hefur kennt ýmislegt s.s ensku, dönsku, lífsleikni og samfélagsfræði en hefur stærðfræðin löngum verið hans aðalgrein.

Ólöf hefur verið að kenna síðan 1997. Í ár er níunda árið sem hún er í fullu starfi en hún hefur verið í forfallakennslu inn á milli. Ólöf hefur kennt á öllum stigum grunnskólans en sem stendur sér hún um stærðfræðikennslu í 10. bekk, íslensku í 9. bekk og ensku í 7. bekk. Af öllum þátttakendum rannsóknarinnar er Ólöf með minnstu reynsluna í stærðfræðikennslu en hún hefur einungis sinnt henni í stuttan tíma. Hún er með B.Ed. gráðu í grunnskólakennarafræðum með sérhæfingu í myndmennt en hún hefur þó ekkert verið að kenna myndmennt. Hún er að sækja sér meistaragráðu í kennslufræðum sem stendur en er þó ekki alveg ákveðin hver áherslan í því námi á að vera. Hún er að velta því fyrir sér hvort hún eigi að klára myndmenntina, fara í sérkennslu eða stærðfræði. Það sem aftrar henni hvað helst í að velja stærðfræðina er að þá þarf hún að bæta töluvert miklu grunnnámi við sig.

Fríða er með B.Ed. próf í grunnskólakennarafræðum með áherslu á íslensku og hefur starfað sem kennari síðastliðin 15 ár. Á þeim tíma hefur hún að mestu kennt nemendum á miðstigi grunnskólans, þ.e.a.s 5. 6. og 7.bekk. Þar hefur hún verið að sinna flestum þeim bóklegum greinum sem nemendur á þessu aldursstigi er að leggja stund á, þó síst tungumálum. Þetta skólaárið er Fríða umsjónarkennari í 7. bekk en í Skógar skóla telst 7. bekkur sem hluti af unglingsstigi.

## 5.4 Gagnaöflun

Gagnaöflun fyrir rannsókn þessa fór fram í gegnum hálfopin viðtöl við fjóra þátttakendur. Rannsakandi taldi viðtöl öflugustu leiðina til þess að svara þeim rannsóknarspurningum sem settar höfðu verið fyrir rannsóknina og var því sú leið valin (Sigríður, 2013). Áður en gagnaöflun gat hafist fékk rannsakandi skrifleg leyfi frá skólastjóra (viðauki A) fyrir því að taka viðtöl við kennara skólans. Í kjölfarið fékk rannsakandi skriflegt leyfi (Viðauki B) þeirra kennara sem höfðu fallist á það að vera þátttakendur í rannsókninni.

Áður en eigindleg viðtöl hefjast er mikilvægt að fara yfir nokkur atriði með þátttakendum. Gera þarf þeim grein fyrir því hvers vegna verið sé að

taka viðtalið, tilgangur þess, hvað verði um þær upplýsingar sem aflað er, hvernig rannsakandi hyggst fara með þær upplýsingar og hversu langan tíma viðtalið mun taka (Lichtman, 2013). Var því þess gætt að veita þátttakendum allar viðeigandi upplýsingar áður en viðtöl hófust.

Rannsakandi notfærði sér hálfopin viðtöl þar sem umræðuefnið var ákveðið fyrirfram en síðan voru ekki frekari áherslur í samræðum þeim sem viðtölin leiddu af sér. Meginatriði spurningalistans sem notaður var í viðtölunum voru tvö. Annars vegar upphafs- eða aðalspurning sem tengdust tilgangi rannsóknarinnar og efnislegar spurningar um viðfangsefnið og hins vegar spurningar til þess að fylgja efnisatriðum frekar eftir og fá fram ítarlegri lýsingar þátttakenda á umfjöllunarefninu (Sigríður, 2013).

Spurningar rannsóknarinnar höfðu einkum þann tilgang að fá þátttakendur til þess að lýsa stærðfræðikennslu sinni og útskýra fyrir rannsakanda hvers vegna þeir telji þær aðferðir sem þeir beita árangursríkar. Í viðtölum eigindlegra rannsókna þarf að leitast við að ná dýpt í umfjöllun um viðfangsefnið og skoða það frá ólíkum sjónarhornum svo að fram náist eins mörg blæbrigði og mögulegt er, í takt við tilgang rannsóknarinnar (Sigríður, 2013). Sá rannsakandi því til þess að nálgast viðfangsefnið frekar opið í upphafi en afmarka spurningar í kjölfarið til þess að ná betur fram hugmyndum og skoðunum þátttakenda.

## 5.5 Gagnagreining

Hlutverk rannsakandans í fyrirbærafræði eigindlegra rannsókna er mikilvægt. Hann er sá sem safnar upplýsingum saman og er raunveruleikinn byggður upp í gegnum augu hans og eyru. Hann er jafnframt sá sem ber ábyrgð á greiningu og túlkun ganga (Lichtman, 2013). Allar upplýsingar sem fást í rannsókninni koma í gegnum hann og verða fyrir áhrifum af reynslu hans, þekkingar og skilnings. Gæti það því reynst honum þrautin þyngri að vera ekki hlutdrægur í greiningu sinni og túlkun (Lichtman, 2013). Sýni rannsakandi hlutdrægni hefur það áhrif á niðurstöður rannsóknarinnar.

Til þess að reyna að eyða hlutdrægni, eða að minnsta kosti stjórna, henni studdist rannsakandi við svigun (*e. bracketing*) þar sem hann fann og skilgreindi sitt sjónarhorn á efnið og setti það til hliðar er hann greindi og túlkaði gögnin (Lichtman, 2013). Þar sem rannsakandi er nemandi á stærðfræðikjörsviði Menntavísindasviðs, Háskóla Íslands hefur hann öðlast þekkingu á því hvaða aðferðum stærðfræðikennarar geta beitt í kennslu sinni vilji þeir að nemendur nái árangri. Viðhorf rannsakanda til þess hvernig stærðfræðikennsla eigi að fara fram eru lituð af þeirri þekkingu sem nám hans við Háskóla Íslands hefur veitt honum. Rannsakandi gerði sér því vel

grein fyrir sínum eigin sjónarhornum á efnið og gætti þess að láta þau ekki hafa áhrif á gagnagreiningu rannsóknarinnar. Frekar var lítið á þau gögn sem aflað var sem frekari þekkingu á aðferðum sem árangursríkt sé að beita í stærðfræðikennslu.

Viðtölin voru öll tekin upp á I-phone síma rannsakanda og stóðu yfir í 45–60 mínútur. Eftir að viðtölum lauk skrifaði rannsakandi þau fljótlega upp til þess að ná betri tökum á því sem fram fór í viðtalinu. En flestir eru einmitt sammála því að mikilvægt sé að skrifa viðtöl niður (Lichtman, 2013).

Í fyrirbærafræði eigindlegra rannsókna er ekkert ákveðið ferli sem fylgja skal í greiningu ganga en þó bendir Lichtman (2013) á c-in þrjú, coding (kóðun), categorizing (flokkun) og concepts (hugtök), sem gagnlegt getur verið að vinna út frá. Rannsakandi notfærði sér c-in þrjú við greiningu þeirra ganga sem aflað var en felst sú greining í sex skrefum (Lichtman, 2013). Fyrsta kóðun fólst í flokkun orða, setninga og hugtaka sem rannsakandi tók eftir við fyrsta lestur. Í annarri kóðun skoðaði rannsakandi allt sem hann hafði kóðað áður og breytti og aðlagði með það að markmiði að fjarlægja endurtekningar, endurskýra samheiti og skýra út hugtök. Í kjölfarið varð til fyrsti listi af þeim sem rannsakandi setti upp. Fjórða skrefið fólst í því að aðlaga upphafs þemalistann og ákveða hvaða þemu skiptu meira máli en önnur. Skref fimm var að gá hvort hægt væri að taka einhver þemu í burtu eða setja þau saman en einnig greina mikilvægt efni. Að lokum komu fram lykilhugtök sem greina frá merkingu þeirra þema sem stóðu eftir út frá gögnum rannsóknarinnar. Lokaskrefið, samkvæmt Lichtman (2013), er að velja sönnungargögn fyrir þeim hugtökum sem rannsakandi kemst að í greiningu sinni, t.d. í formi beinna tilvitnana frá viðtölum. Var það lokaskref rannsakanda í gagnagreiningu sinni áður en niðurstöður rannsóknarinnar urðu ljósar.

## 5.6 Takmarkanir og siðferðisleg álitamál

Þær takmarkanir sem geta fylgt eigindlegum rannsóknum felast helst í réttmæti þeirra og áreiðanleika en ekki er hægt að meta þessa þætti eins og í meginlegum rannsóknum (Lichtman, 2013). Í eigindlegum rannsóknum er sannleikurinn bundinn við þátttakendur og niðurstöður taldar trúverðugar gefi þær svo góðar lýsingar af reynslu þátttakenda að lesandinn nái að tengja við sína eigin reynslu hafi hann átt svipaða. Einnig þegar aðrir þekkja reynsluna ef þeir mæta henni bara eftir að hafa lesið um hana í niðurstöðum (Lichtman, 2013). Eiginlegt yfirfærslugildi er ekki til staðar heldur frekar er lítið til notagildis í því samhengi að niðurstöður passi við rannsóknina sjálfa, rannsóknargögnin og að þær séu vel grundvallaðar. Ætli

rannsakandi sér að auka yfirfærslugildi rannsóknarinnar krefst það ítarlegrar lýsingar, en það er einmitt stefna rannsakanda. Lichtman (2013) bendir á að gæði rannsóknarinnar snúi að rannsakandanum og færni hans og nákvæmni í rannsóknarvinnu sinni og því hefur verið lögð vinna og nákvæmni við gagnaöflun, greiningu og túlkun niðurstaðna rannsóknarinnar.

Í eigindlegum rannsóknum, sem og öðrum rannsóknum, verður að gæta að siðferðilegum gildum og sjá til þess að fylgja meginreglum siðferðis og hefur það verið gert í rannsókn þessari. Þessar meginreglur snúa m.a. að því að halda nafnleynd þátttakenda sem og virða þeirra einkalíf. Auk þess er mikilvægt að gæta trúnaðar og því eru allar þær upplýsingar sem þátttakandi veitir trúnaðarupplýsingar og ætti rannsakandi aldrei að gefa upplýsingar sem gætu gefið til kynna hverjir þátttakendur rannsóknarinnar séu (Lichtman, 2013). Eins skal gæta þess við túlkun gagna að koma í veg fyrir rangfærslur, misskilning eða sviksamlega greiningu (Lichtman, 2013).

## 6 Niðurstöður

Í viðtölum rannsóknarinnar var leitast eftir svörum við rannsóknarspurningunni: Hver telja starfandi stærðfræðikennarar vera meginéinkenni árangursríkrar kennslustundar og hvernig haga þeir kennslu sinni svo að nemendur nái árangri í stærðfræði?

Markmiðið var því bæði að fá fram viðhorf þátttakenda á árangursríkri stærðfræðikennslu og einnig að fá að kynnast því hvernig þeir leggja upp sína stærðfræðikennslu til þess að hún skili árangri.

Eftir að hafa lesið viðtölin mörgum sinnum og greint inntak þeirra urðu til hugmyndir af flokkun niðurstaðna sem skiptast í þrjú meginþemu sem öll hafa sína undirþemu. Fyrsta þemað, *Kennslustundin*, flokkast niður í þrjú undirþemu, *Skipulag kennslu*, *Hefðbundin kennslustund*, og *Námsefni*. Annað þemað, *Kennsluaðferðir*, skiptist niður í fimm undirþemu, *Einstaklingsmiðun*, *Fjölbreyttar kennsluaðferðir*, *Fjölgreindarkenning Gardners*, *Umræður* og *Hópvinna*. Þriðja þemað ber heitið *Viðhorf* en þar er að finna þrjú undirþemu, *Mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennarann*, *Mikilvægar áherslur og markmið í stærðfræðinámi* og *Skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennslan er að skila árangri*.

### 6.1 Kennslustundin

Einn aðalþáttur rannsóknarinnar var að afla upplýsinga um hvernig þátttakendur höguðu kennslustundum og því var mikið lagt upp úr því að fá þá til þess að lýsa vel öllum þeim atriðum sem viðkoma kennslu þeirra. Þessi atriði snerta þætti s.s. hvernig þátttakendur skipuleggja skólaárið, hvernig hefðbundin kennslustund gengur fyrir sig og hvernig konar námsefni þeir leggja fyrir nemendur. Þemað, *Kennslustundin*, hefur þrjú undirþemu sem eru *Skipulag kennslu*, *Hefðbundin kennslustund* og *Námsefni*.

#### 6.1.1 Skipulag kennslu

Í viðtölum gáfu þátttakendur upplýsingar um hvernig þeir undirbúa sig fyrir skólaárið og skipuleggja kennslu sína, mikilvægi sveigjanleika og hindranir í starfi.

### **Katrín**

Í upphafi vetrar býr Katrín til kennsluáætlun sem hún vinnur útfra yfir veturinn. Hún segist þó vera sveigjanleg m.t.t. kennsluáætluninnar og segir að kennarar komist ekki upp með neitt annað, það hafi hún lært á fyrsta ári sínu í kennslu. Vikulega hittir hún hina umsjónarkennara 3. bekkjar á samstarfsfundum þar sem þeir skipuleggja betur hvernig þeir ætla að vinna með ákveðna efnisþætti. Katrín telur þann litla undirbúningstíma sem hún fær til þess að undirbúa kennsluna vera helstu hindrun þess að hún nái að haga stærðfræðikennslu sinni á þann veg er hún helst vildi.

### **Haukur**

Haukur býr til kennsluáætlun fyrir hvern vetur, í takt við hæfniviðmið Aðalnámskrár grunnskóla, þar sem hann setur fram þau atriði hann mun fara yfir með nemendum sínum. Þó hann reyni að fylgja þessari áætlun sinni þá segir hann sveigjanleika verða að vera til staðar bæði gagnvart nemendum sem og þeim markmiðum sem finna má í aðalnámskránni. Þó reynir hann koma inn á flest atriði sem þar eru taldin upp en segir að það sé alltaf eitthvað sem verði eftir. Það sé einfaldlega ekki hægt að komast yfir allt og stundum sé það bara óraunhæft sérstaklega fyrir alla nemendur.

Sá tími sem Haukur fær til undirbúnings er helstu hindrunin í hans starfi. Hann segir að það fari gífurlegur tími í að fara yfir próf og verkefni og skráningar. Ef kennarar ætli síðan að reyna að undirbúa ný og spennandi verkefni þá krefst það undirbúningstíma sem hann hefur einfaldlega ekki til umráða.

### **Ólöf**

Þegar Ólöf undirbýr veturinn fer hún yfir námsbókina og áætla hversu mikið efni hún þurfi að fara yfir í hverri viku til þess að nemendur nái að klára bókina fyrir sumarið. Í kjölfarið setur hún upp vikuskipulag sem nemendur hennar fá og vinna eftir, en þar kemur fram hvaða blaðsíður þeir þurfi að fara yfir þá vikuna og hvaða verkefni þeir þurfi að vinna. Nemendur fá í kjölfarið nokkuð frjálssar hendur um hvernig þeir hagi vinnu sinni þá vikuna til þess að ná að klára það efni sem þeim hefur verið sett fyrir. Hún segir nemendur þurfi sveigjanleika í náminu og því getur hún verið sveigjanleg í starfi sínu en telur að jafnframt þurfi nemendur að hafa skýr mörk.

### **Fríða**

Við undirbúning sinn fyrir veturinn fer Fríða fyrst í gegnum aðalnámskránnar og velur þá þætti þar sem hún telur að gott sé að ná tökum á í 7.bekk. Í

framhaldinu af því raðar hún efnispáttum upp á þann veg að eitt leiði af öðru svo nemendur séu alltaf að vinna með ákveðinn grunn sem þeir byggja síðan ofan á. Þegar því er lokið skiptir hún námsefninu niður á vikur og setur upp kennsluáætlun.

Sveigjanleiki í starfi er ákjósanlegur þáttur að mati Fríðu og leggur hún upp úr því að vera með sveigjanleika í sinni kennslu. Henni finnst gott að geta flakkað á milli efnispáttu og breytt kennsluskipulagi sérstaklega ef nemendur koma með áhugaverðar spurningar sem þeir vilja fá svör við. Hvað viðkemur Aðalnámskrá grunnskóla þá reynir Fríða að fylgja henni en telur aðalnámskránnu vera það víða að í rauninni sé hægt að kenna nokkurn veginn hvað sem er.

Fríðu finnst fjölbreytileiki nemendahópsins vera æðislegur og finnst ótrúlega gaman að liggja yfir því í undirbúningi hvernig hún geti komið til móts við þarfir nemenda sinna. Hún segist hafa öll tæki og tól í starfi sínu sem hún þarf til kennslunnar og því sé ekkert henni til fyrirstöðu í því að sinna kennslunni á þann veg er hún telur árangursríkastan.

### **6.1.2 Hefðbundin kennslustund**

Þegar þátttakendur lýstu fyrir rannsakanda hefðbundinni kennslustund sinni komu þeir inn á þætti er snertu hvers konar námsgögn eru notuð, hlutverk og virkni nemenda, áhersluatriði kennslunnar og hvort stærðfræðikennsla þátttakenda hefur breyst eitthvað í gegnum árin.

#### **Katrín**

Aðspurð um hvernig hefðbundinn stærðfræðikennslustund gengur fyrir sig svarar Katrín einfaldlega: „Ef ég væri bara með hefðbundinn stærðfræðitíma“. Hún er mikið fyrir það að vera með fjölbreytni í kennslustundum sínum og gera eitthvað nýtt. Rannsakanda er gerð grein fyrir nýrri nálgun í stærðfræðikennslu sem Katrín lærði nú í haust, StærðfræðiPALS, en þá aðferð telur Katrín vera ótrúlega spennandi.

StærðfræðiPALS er kennsluáðferð þar sem að tveir nemendur vinna saman að tilteknu stærðfræðiverkefni. Sá háttur er á að annar nemandinn, nemandi 1, vinnur verkefnið á meðan hinn, nemandi 2, er með rétta svarið tilbúið. Lendi nemandi 1 í vandræðum með að leysa verkefnið eða svari því vitlaust er það hlutverk nemanda 2 að leiðbeina honum áfram og koma með hugmyndir um hvaða aðferðum nemandi 1 getur beitt við lausnarleit sína.

StærðfræðiPALS tímar eru tvisvar í viku en hina þrjá stærðfræðitíma vikunnar eru nemendur ýmist að vinna með efni úr stærðfræðibókinni *Sproti* eða Katrín er með innlagnir af ýmsum toga. Þegar innlagna er þörf eru

nemendur oftast í hlutbundnu verkefni þar sem þeir eru að reyna að átta sig á því hvað þeir eru að læra. Katrín leggur mikla áherslu á að nemendur nái skilningi og finnst henni því mikilvægara að þeir „fatti“ hvað þeir eru að gera frekar en að reikna fullt af samskonar dæmum.

Í hlutbundnum verkefnum nemenda notfærir Katrín sér námsgögn af ýmsum toga s.s. talnagrindur, litlar klukkur, kubba og aðra hluti sem nemendur geta komið við, fíktað og prófað sig þannig áfram í stað þess að vera alltaf í bókunum. Katrín telur mikilvægt að nemendur vinni mikið með hlutbundið efni, sem og ýmis stærðfræðileg verkfæri, því hún telur þá skilja betur viðfangsefnið fái þeir að handleika það. Hún bætir því við að „vinnubókin gengur alveg en hún skilur ekki alltaf eitthvað eftir sig“.

Í stærðfræðitímum Katrínar eru flestir nemendur virkir og lýsir sú virkni sér helst í því hversu duglegir nemendur eru að spyrja út í efnið og leitast eftir því að skilja. Til þess að fá fram virkni nemenda í bóklegum tímum notfærir Katrín sér þá aðferð að krossa í bók nemenda á þeim stað er þeir eru staddir og krossa einnig við þar sem hún vill að þeir verði komnir þegar hún næst kíkir á þá og hefur það virkað vel til þessa. Við innlagnir eiga sumir nemendur það til að hætta að fylgjast með en þá fer hún til þeirra eftir innlögnina og útskýrir sérstaklega fyrir þeim hvað þar fór fram svo þeir geti tekist á við verkefnin sem á eftir fylgja.

Í stærðfræðikennslu sinni í 3.bekk hefur Katrín ekki lagt mikla áherslu á að útskýra fyrir nemendum sínum að góð stærðfræðikunnátta sé þeim gagnleg fyrir hið daglega líf. Þegar hún kenndi á unglíngastigi gerði hún mikið af því að svara spurningunni: Af hverju erum við eiginlega að læra þetta? reyndi hún þá að sýna nemendum sínum fram á að stærðfræðin leynist víða í kringum þá.

...eins og þarna var ein sem ætlaði að vera lækur þá þurfti hún sko ekki að kunna stærðfræði. Þannig ég bara spurði hana já okei þannig þú þarft ekkert að kunna að blanda lyf og kunna nein hlutföll og neitt svona? jú kannski. Þannig maður fer svolítið á þeirra level. Maður þarf að vera svolítið tilbúinn í að smeygja sér inn í þeirra veruleika. Ein var með snyrtuvörurnar, ein ætlaði að vera hárgreiðslukona. Ég spurði þau bara hvað ætlaðu að gera, við hvað ætlaðu að vinna, ætlaðu að geta séð um heimili, ætlaðu að geta skilið bankayfirlit, ætlaðu að skilja Fréttablaðið. Þetta er alls staðar, þau eru ekki bara að kveikja á því.



Katrín telur að það þurfi að leggja áherslu á þátt tungumálsins í stærðfræðikennslu og hefur sjálf lagt þá áherslu í sinni kennslu og leitast eftir því að nemendur skilji þau stærðfræði hugtök sem þeir eru að vinna með. Í starfi sínu vandar Katrín sig við að nota rétt hugtök til þess að nemendur læri frá byrjun hvaða hugtök þeir eigi að nota. Það pirrar hana þegar aðrir, kennarar eða annað starfsfólk skólans, gerir það ekki líka og nefnir atvik sem kom upp í tíma hjá henni.

Það kom stuðningur inn í bekk til mín og þá vorum við að vinna með ferning, og þá fór hún bara að tala um kassa við krakkana og ég alveg, humm þetta er ekki kassi. Þannig ég var alveg búin að leggja áherslu á hugtakið ferningur og þá kom bara eitthver annar og fór að tala um kassa.

Katrín telur leiðarbækur góða leið til þess að nemendur læri að þekkja ýmis stærðfræðihugtök og eru nemendur hennar að búa til sínar eigin leiðarbækur þar sem þeir setja inn stærðfræðihugtök og hvað þau standa fyrir. Þessar leiðarbækur geta þeir síðan notfært sér í stærðfræðinámi sínu til þess að rifja upp hvað ýmis hugtök standa fyrir.

Í gegnum árin hefur Katrín verið að breyta stærðfræðikennslu sinni og þróa hana áfram. Í fyrstu vildi hún fylgja bókunum en hefur núna reynt að fara í efnið eins og það hentar henni og nemendum hverju sinni. Hún er einnig alltaf að læra nýjar aðferðir, betrubæta kennsluna og prófa sig áfram. Katrín segist vera orðin mun duglegri að prófa sig áfram heldur en hún var. Hún er hætt að einblína eins mikið á efni vinnubókanna og að ná að klára þau verkefni sem þar er að finna. Frekar telur hún mikilvægt að nemendur skilji efnið.

## **Haukur**

Í stærðfræðikennslustundum Hauks eru nemendur að vinna með svokallaða leiðarbók þar sem megininntak hvers kafla í námsbók er lagður inn svo nemendur geta alltaf flett til baka ef það eru einhverjar reglur sem þeir muna ekki. Haukur segir frá því að það sé markmið stærðfræðiteymis skólans að innleiða þesskonar leiðarbækur í alla bekk skólans sem fylgja nemendum allt frá byrjun skólagöngu þeirra til loka hennar. Verður þá sérstakur hugtaka- og atriðalisti undirbúinn af stærðfræðiteyminu sem stærðfræðikennarar fá í hendurnar þar sem finna má upplýsingar um hvaða hugtök og atriði kenna á í hverjum árgangi fyrir sig.

Það er ofboðslega mikilvægt að mati Hauks að búa yfir góðri kunnáttu á tungumáli stærðfræðinnar en segir hann að nemendur séu engan veginn nægilega duglegir að tileinka sér það. Hann reynir að notfæra sér leiðarbók nemenda til þess að kynna tungumálið fyrir þeim þar sem þeir setja inn helstu hugtök stærðfræðinnar og hvað þau standa fyrir.

Þegar nemendur Hauks vinna í leiðarbækur eiga þeir í lok hvers kafla að setja hugarkort inn í leiðarbókina út frá þeim reglum og því viðfangsefni sem þeir lærðu í kaflanum. Þess utan vinna nemendur einstaklingsvinnu og gengur Haukur á milli þeirra og aðstoðar eftir þörfum, auk þess að taka dæmi uppi á töflu fyrir bekkinn sem heild. Þau námsgögn sem nemendur nota daglega í tímum hjá Hauk eru einungis reiknivélar og þá símar ef þar er að finna reiknivél. Hann segir þó að stundum séu símar nemenda notaðir til þess að taka myndir í útikennslu. Önnur námsgögn eru lítið notuð nema þegar unnið er með rúmmál og flatarmál, þá nýtir hann hlutbundið efni s.s. kassa og fleti. Einnig eru hringfarar og gráðubogar notaðir þegar við á.

Mikið er lagt upp úr reglum í stærðfræðikennslu Hauks og setur hann þær yfirleitt fram fyrir nemendur sína sjálfur og útskýrir þær fyrir þeim. Komi nemendur til hans og segist hafa fundið aðra reglu sem gengur þá fá þeir auðvitað að nota þær. Oftast sýnir Haukur nemendum sínum tvær til þrjár aðferðir sem geta átt við, við úrlausnir verkefna, og þá geta nemendur hans valið hvað henti þeim að notfæra sér. Haukur telur að einungis um 5–7% nemenda búi yfir nægilegri hæfni eða þekkingar á efni stærðfræðinnar til þess að geta fundið út reglur eða aðferðir á eigin spýtur á meðan hinir hafi einfaldlega ekki hæfnina til þess. Af þeim sökum telur hann það þarft fyrir stærðfræðikennara að leggja fram þessar reglur eða aðferðir fyrir nemendur. Hann er þó sammála þeim kenningum sem segja að fái nemendur tækifæri í stærðfræðinámi sínu til þess að uppgötva aðferðir á eigin spýtur þá sitji það meira eftir, en hann telur að það sé einfaldlega ekki raunveruleikinn fyrir marga nemendur.

Í stærðfræðikennslu sinni sýnir Haukur nemendum sínum þær aðferðir sem þeir geta notað til þess að leysa verkefni. Ef þeir ná þeirri aðferð hans ekki þá reynir hann að finna aðrar leiðir, kannski aðrar aðferðir og athugar hvort þeir skilji þær. Ef nemendur skilja einfaldlega ekki reglurnar eða aðferðirnar sem hann er að reyna að kenna þeim þá segir hann þeim oft að æfa sig í aðferðinni með því að gera mörg sams konar dæmi en hann telur að með því læri þeir að muna regluna. „Ég tel að skilningurinn geti líka komið eftir á, eftir að nemendur hafi þurft að nota regluna í svoltinn tíma“.

Haukur telur nemendur vera virka þátttakendur í náminu þar sem þeir taka oft þátt í þeim ákvörðunum sem hann tekur varðandi kennsluna og námið. Nemendur fengu til dæmis að ráða hvort þeir vildu notfæra sér

námsefnisflokkinn *Almenn stærðfræði* eða námsefnisflokkinn *Átta-Tíu* í námi sínu. Einnig fá nemendur hans nokkurn veginn að ráða á hvaða hraða þeir fara yfir efnið sem lagt er upp með þó Haukur setji fram ákveðinn grunnhraða sem þarf að fylgja.

Haukur segist leggja mikla áherslu á að nemendur átti sig á gagnsemi stærðfræðinnar fyrir daglegt líf. Það gerir hann t.d. með því að spyrja nemendur að því hvernig þeir ætli sér að leysa ýmis dagleg verkefni án þess að kunna stærðfræði.

Tek oft dæmi með smíði, þeir þurfa oft að mæla, og hvað ætlaðu að gera þegar þú þarft að kaupa málningu úti í búð. Hvernig ætlaðu að vita hvað þú þarft að kaupa mikla málningu?

Þó Haukur sé svolítið „kassamiðaður“, að eigin sögn, í kennslunni þá segist hann hafa verið enn „kassamiðaðari“ hér áður fyrr en hann reyni núna að nota hópvinnu og útikennslu meira til þess að brjóta upp kennsluna. Hér áður fyrr gerði hann ekkert því um líkt en ákvað að breyta kennsluvenjum sínum aðallega fyrir nemendur svo þeim líkaði ef til vill aðeins betur kennslan og til þess að áhugi þeirra yrði meiri.

## Ólöf

Ólöf byrjar kennslustundir á stuttri innlögn úr efni þess kafla sem nemendur eru staddir í. Þar næst tekur við einstaklingsvinna nemenda þar sem hún gengur á milli og aðstoðar eftir þörfum. Nemendur nýta vasareikni við verkefnavinnu sína en einnig vinna þeir mikið í Stoðkennaranum, en þar má finna gagnvirkar stærðfræðiæfingar á netinu, og því eru tölvur og spjaldtölvur námsgögn sem nemendur nota nokkuð í kennslustundum. Ólöf telur kost gagnvirku æfinganna vera þann að þar fá nemendur strax endurgjöf og því auðveldara að sjá hvort nemendur séu á réttri leið eður ei.

Ólöf segir nemendur sína misjafnlega virka í náminu þó hún reyni að fá þá til þess að bera nokkra ábyrgð. Það gerir hún t.d. með vikuáætlun sem nemendur fá þar sem þeir geta í kjölfarið metið sjálfir hversu vinnusamir þeir þurfa að vera í tímum til þess að klára tiltekið efni fyrir tiltekinn tíma. Ólöf segir nemendur sína þó alla mjög virka í kennslustundum þar sem þar ríkjí oftast mjög góður vinnufriður og vinnusemi nemenda er í fyrirrúmi.

Ólöf setur fram dæmi úr daglegu lífi og tengir við efnið til þess að sýna nemendum sínum fram á hvernig stærðfræðin nýtist þeim í daglegu lífi. Þá telur hún að nemendur þurfi að gera sér grein fyrir þeim hugtökum sem þeir eru að nota í námi sínu og skilja hvað þau standa fyrir. Því leggur hún

áherslu á að nemendur læri tungumál stærðfræðinnar. Hún segir að erfiðara sé fyrir nemendur að vinna með hugtökin og gera verkefni tengd þeim skilji þeir ekki merkinguna sem liggur þeim að baki.

## Fríða

Fríða lýsir tvenns konar hefðbundnum stærðfræðikennslustundum þar sem annars vegar nýti hún kennslustundina til innlagnar þar sem hún fer yfir eitthvert ákveðið atriði á töflunni með nemendum og nemendur ýmist hlusta og fylgjast með eða skrifa niður glósur. Hins vegar þar sem hún byrjar tímunn á stuttri innlögnum og í kjölfarið vinna nemendur verkefni tengd því efni. Hún segir verkefnavinnu nemenda vera nokkuð frjálsta þar sem þeir fá að vinna verkefni sín í hópum, í pörum, á gólfinu, frammi á gangi eða einir. Þegar nemendur sinna verkefnum gengur Fríða á milli og hlustar á þælingar þeirra um efnið og aðstoðar.

Samkvæmt Fríðu getur stærðfræðilegþekking og skilningur oft komið í kjölfar mikillar æfingar og telur hún því að þjálfun skipti rosalega miklu máli í stærðfræðinámi. Hún leggur upp með að nemendur vinni með mörg samskonar verkefni til þess að ná tökum á efninu.

...mér finnst bara þjálfun í stærðfræði skipta rosalega miklu máli. Að þau séu svolítið mikið að vinna bara með eins og þau öðlist þá í rauninni talnaskilning því ef þau eru bara að gera t.d. tvö dæmi af hverju og svo vaða í eitthvað annað þá geymist í rauninni engin þekking. Þá er bara verið að grauta í öllum þáttum en í rauninni ekkert sem að situr fast.

Hún telur að nemendur þurfi stundum einfaldlega að læra reglur eða aðferðir utanbókar og nota þær þó þeir hafi kannski ekki alveg skilninginn á því sem þeir eru að gera.

Í stærðfræðikennslustundum Fríðu eru námsgögn ekki mikið notuð þó vasareiknir sé notaður einstöku sinnum. Það var aðallega þegar Fríða kenndi 4. bekk stærðfræði þar sem talnagrindur, kubbar og áþreifanleg námsgögn voru mikið notuð í kennslustundum en hefur það minnkað með árunum. Hún telur nemendur mjög virka í náminu þar sem þeir eru duglegir að spyrja, taka þátt í umræðum og sýna efninu almennt mikinn áhuga.

Samkvæmt Fríðu er mikilvægt að nemendur sjái að stærðfræðin nýtist þeim í daglegu lífi. Að hún hafi tilgang en sé ekki bara eitthvað námsefni sem þeir þurfi að læra og hafi síðan engin not fyrir seinna meir. Einnig telur hún hugtakaskilning mikilvægan svo að nemendur geti rætt um stærðfræði

viðfangsefni sín á milli. Telur hún mikilvægt að byrja að vinna með hugtakaskilning strax í fyrsta bekk.

Stærðfræðikennsla Fríðu hefur tekið breytingum í gegnum árin og horfir hún nú mun meira á einstaklinginn og notar aðrar aðferðir við ákveðna einstaklinga heldur en hún var vön að gera. Þá hefur hún bætt því við í kennslu sína að fá nemendur stundum til þess að segja sér frekar munnlega frá og notar hún samtál mun meira en hún gerði. Hún telur þessar breytingar sínar í átt að einstaklingsmiðun vera til komnar vegna þess að hún hafi þroskast sem kennari og hafi meiri yfirsýn. Þegar hún byrjaði kennslu var hún ekkert að hugsa um hluti eins og einstaklingsmiðun en með árunum hefur hún öðlast meiri yfirsýn og tekur eftir fleiri þáttum í kennslustofunni og hefur betri stjórn á kennslunni.

### 6.1.3 Námsefni

Spurt var út í það námsefni sem þátttakendur völdu að nota í stærðfræðikennslu sinni og þær ástæður er liggja þar að baki. Einnig var leitast eftir skýringum á því hvernig þátttakendur velja verkefni fyrir nemendur sína og hvers vegna ákveðin verkefni verða fyrir valinu.

#### Katrín

Katrín notar námsbókina *Sproti* en segir þó að hefði hún ein fengið að ráða hefði námsefnið *Eining* orðið fyrir valinu. Námsefnið *Eining* höfðaði betur til Katrínar og hafði hún kynnt sér inntak hennar betur en *Sprotta* áður en hún byrjaði að kenna. Hún segir námsbækur *Sprotta* vera meiri æfingabækur heldur en *Einingabækurnar*, sem byggja meira á prófunum svipað og *Átta-Tíu* bækurnar.

Það er þó ekki einungis *Sproti* sem Katrín notar í stærðfræðikennslu sinni heldur segist hún einnig nýta sér fullt af aukaefni bæði frá ýmsum námsvefsíðum sem og úr *Einingu*. Hún gæti vel hugsað sér að fylgja engri sérstakri námsbók en þar sem hún sé tiltölulega nýr kennari þá finnst henni betra að hafa námsbókina til stuðnings. Hún telur að gott sé fyrir nýja kennara að byggja sér upp smá gagnabanka áður en hann kemst í það að henda námsbókum út. Tilhugsunin er þó mjög spennandi og eitthvað sem Katrín gæti vel hugsað sér að gera.

Nemendur sjálfir, þeirra þekking og áhugi spila ótrúlega stórt hlutverk í kennslunni að sögn Katrínar. Við val á verkefnum hugsar hún aðallega um misjafna hæfni nemenda og er því alltaf tilbúin með nokkur mismunandi verkefni sem hæfa getustigi hvers og eins. Einnig er hún með nokkra

nemendur sem eru með einstaklingsáætlanir svo þeir þurfa sérstakt efni þó hún reyni að láta þá fylgja bekknum eins mikið og mögulegt er.

Hún segir það vera mjög skemmtilegt að kenna bekk sínum stærðfræði þar sem nemendur hafa ótrúlega gaman af þeim verkefnum sem hún býður upp á og finnst gaman að prófa nýja hluti. Vilji nemenda til þess að prófa eitthvað nýtt og áhugi þeirra á því að taka þátt í því sem fram fer í kennslustundum, þá sérstaklega verkleg verkefni, gerir það að verkum að Katrín er meira tilbúin til þess að reyna að finna nýjan efnivið og gera námið spennandi.

Ég hef verið að prófa að skipta þeim upp í stráka og stelpu hópa og þá tengja viðfangsefni stærðfræðikennslustundarinnar áhugamálum sem tengjast kynjunum. Ég kannaði þá hver áhugamálin voru hjá hópunum og hef verið að vinna út frá því. Strákarnir höfðu t.d. gaman af því að fá að fara út að telja bíla á meðan stelpurnar vilja fá að teikna og nota liti.

## Haukur

Eins og áður hefur komið fram voru það nemendur sem fengu að ráða hvaða námsbækur yrðu fyrir valinu í stærðfræðinámi þeirra þennan veturinn hjá Hauki. Hann kynnti fyrir þeim námsefnisflokkinn *Almenn stærðfræði* sem og námsefnisflokkinn *Átta-Tíu* og völdu nemendur *Almenn stærðfræði* en er efni úr *Átta-Tíu* notað sem aukaefni. Nemendur höfðu áður notað fyrstu bækurnar úr námsefnisflokknum *Átta-Tíu* en telur Haukur þær bækur of lesskilningsmiðaðar svo að þeir sem lakari eru í stærðfræði áttu í erfiðleikum með efni bókana. Samkvæmt Hauki er aðferðafræðin mun meiri í *Almenn stærðfræði* og henta þær bækur því lakari nemendum mun betur. Hann segir að í *Átta-Tíu* þurfi nemendur meira að þreyfa fyrir sér sjálfir og henti það síður þeim nemendum sem eiga erfiðara með stærðfræðina.

Við val á verkefnum hugsar Haukur ekkert mikið um að vekja og viðhalda áhuga nemenda sinna á efninu en segir þó að nemendur sjálfir, þeirra þekking og áhugi hafi töluvert áhrif á kennsluna. Hann segir mikilvægt að nemendum líði vel í kennslustundum og telur að vellíðan nemenda geri það að verkum að vinnusemi fæst og þá gangi námið og kennslan mun betur.

Það eru aðalnámskrá og kennsluáætlun vetrarins sem Haukur leitar í við val á verkefnum og segist hann vera svolítið „kassamiðaður“ í kennslu og undirbúningi. Hann viðurkennir það að líklegast gæti hann verið duglegri í að hugsa um það að vekja og viðhalda áhuga nemenda fyrir stærðfræðinni við undirbúning kennslunnar og vera með verkefni sem eru áhugahvetjandi.

Hann reynir þó að fara með nemendur út stöku sinnum, nota símana og ípad til þess að brjóta upp kennsluna.

## Ólöf

Þekking Ólafar á námsefnisflokknum *Almenn stærðfræði* gerði það að verkum að hún ákvað að nota efni hans í stærðfræðikennslu sinni. Í sumar velti hún möguleikanum fyrir sér og kannaði hvaða námsefnisflokk grunnskólar í kring væru að nota og fannst henni mun fleiri vera að nota námsefnisflokkinn *Almenn stærðfræði* en *Átta-Tíu*.

...en það getur líka vel verið að ég hafi bara viljað nota hana og þess vegna séð það bara. En mér sýndist það og þess vegna ákvað ég að taka hana.

Ólöf telur það kost *Almenn stærðfræði* bókanna fram yfir *Átta-Tíu* að í þeim megi finna mikið af sýnidæmum og útskýringar, eitthvað sem lítið er um í *Átta-Tíu* bókunum. Þó að það hafi vissulega ýtt henni í þá átt að velja *Almenn stærðfræði* fram yfir *Átta-Tíu* þá segist hún jafnframt finna það að á nemendum að þeim finnist þægilegt að fá sýnidæmi og vel útlistaðar útskýringar og því er hún sáttt við val sitt.

Ólöf nýtir sér mestmegnis þau verkefni sem finna má í námsbókinni, *Almenn stærðfræði*, í kennslunni en sleppir þó einstaka dæmum ef mikið er um endurtekningar. Hún stefnir þó á að nýta efni námsefnisflokksins *Átta-Tíu* í kennslunni þegar líður á veturinn. Einnig skoðar hún eldri kennsluáætlanir til þess að sjá hvaða verkefni kennarar voru að leggja fyrir nemendur sína á fyrra ári sem og viðmið aðalnámskrárinnar.

Nemendur, þekking þeirra og áhugi, spila ekki stórt hlutverk í undirbúningi kennslunnar en hún telur þó að þegar hún kemst betur af stað með efnið, eftir því sem lengra líður á veturinn, þá fari verkefnin að vera fjölbreyttari og nemendamiðaðri. Hún segist alltaf leggja áherslu á að leggja upp efnið á þann veg að nemendur skilji af hverju þeir eru að læra það og leggur sig ávallt fram í að fá nemendur sína til þess að skilja.

Ólöf hugsar þó út í það í kennslunni að vekja áhuga nemenda á efninu og viðhalda honum og reynir hún oft í kveikjum á viðfangsefninu að tengja það áhugamáli nemenda.

...eins og þegar nemendur voru að vinna með líkindareikning þá setti ég verkefnið upp í tengslum við vítanýtingu í körfubolta. Það eru nefnilega svo mikið af körfuboltakrökkum í bekknum sem ég kenni.

## Fríða

Eins og áður segir þá kennir Fríða nemendum í 7. bekk grunnskóla en er þó farin að nota námsefnisflokkinn *Almenn stærðfræði* í kennslu sinni, sem er aðallega notaður í 8.-10. bekk grunnskóla. Auk þess notfærir Fríða sér námsefnið *Stika* en hún blandar þessu námsefni saman því hún telur hvort um sig ekki uppfylla allt sem hún ætlar að kenna. Þegar hún kenndi á 4. bekk notaði hún námsefnið *Sproti* en fannst ekki nægilega mikill stigsmunur á milli *Sprotu* og námsefnisflokksins *Stiku*, sem kennd er á miðstigi, og var því farin að nota 6. bekkjar efni í 5. bekk. Hún hefur einnig prófað að vinna með námsefnisflokkinn *Geisli* en þá lentu þeir nemendur sem voru í erfiðleikum með lestur í miklum vandræðum og þurftu því á sér efni að halda. Henni finnst námsbækurnar *Almenn stærðfræði* alveg frábærar námsbækur í stærðfræði, þó gamlar séu, þar sem útskýringar sem þar er að finna séu mjög góðar og nemendur geta einfaldlega flett til baka og leitað eftir útskýringum ef þeir stranda.

Samkvæmt Fríðu eru þau verkefni sem hún velur fyrir nemendahóp sinn krefjandi, en þó þannig að þau séu nemendum hennar ekki ofviða. Hún telur mikilvægt að nemendur sjái að þeir geti leyst verkefnin en þau mega þó ekki vera of auðveld. Verkefnin eru oft á þann veg að nemendur þurfa að vinna í hópum, nemendur þurfa að fara út, eða þeir eru að vinna saman að stórum verkefnum. Einnig segir hún verkefnin oftast vera þess eðlis að þau höfði til nemenda og að hún geti fært rök fyrir því hvers vegna mikilvægt sé fyrir nemendur að afla sér þekkingar á efninu. „Ég tel að þesskonar verkefni vekji áhuga nemenda og þess vegna nota ég þau“.

Fríða segir að þegar nemendur sýni verkefnum og viðfangsefninu áhuga þá hvetji það hana áfram í að leggja fyrir þá fleiri verkefni sem höfða til áhuga þeirra. Í kjölfarið finnur hún fyrir þörf fyrir því að vera með fjölbreyttari verkefni sem höfða til ólíkrar hæfni nemenda. Hún telur einnig að þegar nemendur sýna verkefnunum áhuga þá geti hún sem kennari gert meiri kröfur til þeirra heldur en þegar verkefnin, eða efnið, vekja ekki upp áhuga nemenda. Fríða notfærir sér þekkingu og áhuga nemenda með því t.d. að leyfa þeim að ráða nokkurn veginn hvernig þeir vinna að verkefnum sínum, t.d. í hópum, pörum eða sjálfstætt og einnig hefur hún notfært sér þá leið að bjóða nemendum upp á hraðferð í gegnum efnið ef þeir sýna því mikinn áhuga og þeim gengur vel.



## 6.2 Kennsluaðferðir

Út frá gögnum rannsóknarinnar voru greind viðhorf þátttakenda til mikilvægi einstaklingsmiðunar í stærðfræðikennslu og þær kennsluaðferðir sem þeir notfæra sér til þess að koma til móts við fjölbreytileika nemenda. Leitast var eftir því að fá fram upplýsingar um viðhorf þátttakenda til einstakra kennsluaðferða sem rannsóknir hafa sýnt að skili árangri í stærðfræðikennslu sem og fjölgreindarkenningar Gardners en kennsla í anda kenningarinnar leggur einmitt áherslu á mikilvægi þess að bjóða nemendum upp á fjölbreytt tækifæri til náms.

### 6.2.1 Einstaklingsmiðun

Til þess að átta sig betur á hvers vegna þátttakendur velja að nota þær kennsluaðferðir sem þeir nota var leitast eftir viðhorfi þeirra til einstaklingsmiðunar og mikilvægi hennar í stærðfræðikennslu.

#### Katrín

Það er svo mikilvægt að einstaklingsmiðað því allir nemendur verða að skilja efnið og ef þú einstaklingsmiðar ekki þá verða alltaf einhverjir nemendur sem ná ekki skilningnum og aðrir sem eru svo löngu búnir að ná honum að þeim hundleiðist bara.

Katrín leggur áherslu á að stærðfræðin sé skemmtileg frá byrjun og segir það skipta öllu að byggja upp jákvætt viðhorf nemenda til stærðfræðinnar. Fáir þeir of erfið verkefni þá skapist ekki jákvætt viðhorf.

Katrín er með nokkra nemendur sem eru með takmarkaða getu og aðra sem eru sterkari en meðaltalið svo hún leggur sig alltaf fram við að finna efni við hæfi hvers og eins. Þegar nemendur vinna í verklegri vinnu þá hefur hún reynt að nýta sterku einstaklingana sem leiðtoga og setur þá með þeim veikari í hóp þar sem báðir aðilar geta grætt á þess konar fyrirkomulagi. Sá sem sterkari er í stærðfræði fær tækifæri til þess að segja frá hugsunum sínum á meðan sá lakari lærir viðfangsefnið frá jafningja sínum í bekknum.

#### Haukur

Í nemendahóp Hauks eru nemendur sem vinna eftir einstaklingsnámskrá svo þeir fá sérstakt námsefni og einnig þeir nemendur sem komnir eru lengra í stærðfræði. Haukur segist leggja mesta áherslu á að kenna lökustu nemendunum á meðan hinir fá frjáltsari hendur í náminu. Hann segir að þeir

sem eru sterkastir í stærðfræðinni hafi tök á því að vinna á eigin spýtur og finna lausnarleiðir á meðan þeir sem slakari eru þurfa meira aðhald og hjálp og því sinni hann þeim frekar.

### **Ólöf**

Ólöf segist einstaklingsmiða kennsluna þó allir nemendur séu með sama grunninn. Hún segir að mikilvægt sé að einstaklingsmiða því nemendur séu svo ólíkir og læri á ólíkan hátt. Einstaklingsmiðunin felst í því að þeir sterku fara hraðar yfir efnið og eru jafnvel að fara í framhaldsskóla stærðfræði eftir áramót. Þeir sem fara hægar yfir fá að sleppa ákveðnum verkefnum, t.d. þar sem mikið er um endurtekningar, ef hún sér að þeir séu komnir með skilning á efninu, svo þeir dragist ekki of langt aftur úr.

### **Fríða**

Samkvæmt Fríðu reynir hún eftir fremsta megni að einstaklingsmiða kennsluna þar sem hún vill alls ekki að nemendur upplifi sig á þann veg að þeir geti ekki eitthvað. Hún leggur áherslu á að byggja upp sjálfsöryggi nemenda og sjá til þess að sjálfsmynd þeirra brotni ekki sem getur komið fyrir sé nemandinn stöðugt að eiga við verkefni sem hann ræður ekki við. Fyrir þá nemendur sem eiga erfitt með stærðfræðina setur Fríða upp sérstakt efni en leggur sig þó fram til að þeir geti fylgt bekkjarfélögum sínum í eitthverjum efnispáttum þó þeir fái auðveldari viðfangsefni heldur en þeir. Fyrir þá nemendur sem eru hægfara í reikningi velur Fríða áhersluatriði efnispáttarins og þeir nemendur þurfa ekki að reikna eins mörg dæmi og þeir sem geta farið hraðar yfir. Þeir nemendur sem eru sterkir í stærðfræði fá að vera í hraðferð og fara yfir efnið á eins miklum hraða og þeir ráða við.

## **6.2.2 Fjölbreyttar kennsluaðferðir**

Þegar viðhorf þátttakenda til einstaklingsmiðunar voru ljós var athyglisvert að skoða hvort þeir notfæri sér fjölbreyttar kennsluaðferðir til þess að koma til móts við einstaklingsþarfir nemenda. Eða þá hvort þeir telji mikilvægt að stærðfræðikennarar búi yfir þeirri hæfni að geta nýtt sér fjölbreyttar kennsluaðferðir í starfi sínu.

### **Katrín**

Katrín telur sig nota fjölbreyttar kennsluaðferðir í kennslu sinni en segir jafnframt að alltaf sé hægt að læra eitthvað nýtt. Hún nefnir þar t.d. stærðfræðiPALS sem hún kynntist núna fyrr í haust og segir að kennari sé aldrei búinn að læra allt sem til er. Henni finnst mikilvægt fyrir kennara að

búa yfir aðferðabanka því ein aðferð virkar ekki á alla og sem kennari þarftu að geta fundið leiðir sem hentar hverjum og einum. Ef kennari ætlar einungis að vera með töflukennslu, t.d., þá nýtist það ef til vill nokkrum nemendum hans mjög vel á meðan aðrir sitja og skilja lítið sem ekkert.

### **Haukur**

Í stærðfræðikennslunni notar Haukur ákveðinn ramma og segist hann svólítið fastur í því ferli og með þær kennsluaðferðir sem hann hefur verið að nota í gegnum árin. Þó hann hafi verið efins í fyrstu þá telur hann sig hafa með reynslunni sankað að sér ýmsum hugmyndum að kennsluaðferðum til að nýta sér í kennslunni. Hann notar þær þó ekki næstum allar heldur reiðir sig hvað mest á sjálfsnám, vendikennslu, innlagnir, hópavinnu/paravinnu og útinám.

Haukur telur að fjölbreyttari kennsluaðferðir gætu vissulega hjálpað nemendum í náminu og gert það að verkum að nemendur kynnist fjölbreytileika við úrvinnslu verkefna og læri að notfæra sér fjölbreyttar aðferðir. Hann telur það nýtast öllum kennurum vel í kennslu búi þeir yfir miklu safni kennsluaðferða og lífgi vissulega upp á kennsluna en geri það jafnframt að verkum að mun meiri vinna skapast fyrir kennara við undirbúning kennslunnar.

### **Ólöf**

Viðhorf Ólafar til fjölbreyttra kennsluaðferða og mikilvægi þeirra er jákvætt og telur hún að það sé mikilvægt fyrir kennara að hafa fjölbreytni í kennslunni sérstaklega vegna þess að nemendur hafa svo gott af því.

Það er mikilvægt fyrir kennara að hafa margar aðferðir því það eru ekkert allir sem skilja það sama. Ef maður útskýrir á einn veg fyrir nemanda og hann skilur það ekki þarf maður að geta notað aðra aðferð til þess að útskýra. Líka bara að þetta verði ekki of leiðingjart, þá verður að vera einhver fjölbreytni í þessu. Þó það sé voða auðvelt að hafa bara bókina og segja gjörðu svo vel.

Hún segist þó sjálf ekki gera nægilega mikið af því að beita fjölbreyttum kennsluaðferðum þar sem það sem hún er að gera virðist vera að virka mjög vel og eru nemendur ávallt mjög vinnusamir. En um leið og það fer að breytast þá mun hún fara í það að breyta eitthvað til í kennslu sinni. Í kennslunni notfærir Ólöf sér aðallega töflukennslu, skólavefinn og að ganga á milli nemenda og aðstoða eftir þörfum.

## Fríða

Stærðfræðikennsla Fríðu er í fastari skorðum en kennsla annarra námsgreina og segist hún ekki vera eins dugleg að notfæra sér fjölbreyttar kennsluaðferðir í stærðfræði eins og í öðrum fögum. Hún telur þó stærðfræðina sem slíka algjörlega bjóða upp á fjölbreytni í kennsluaðferðum en telur að þær aðferðir sem hún er að nota séu að skila árangri og því haldi hún sig við þær.

...svo finnst mér líka að kannski er maður svolítið bundinn af kennsluáætluninni og að hugsa um að hún haldi. En mér finnst rosalega gaman að sjá krakkana í alls konar verklegum æfingum til dæmis en ég get alveg viðurkennt það að ég er ekki nægilega dugleg að gera svoleiðis í stærðfræðinni.

Segir Fríða hindrun sína gegn því að beita fjölbreyttum kennsluaðferðum vera þekkingarleysi á aðferðum þó hún vissulega búi yfir ýmsum hugmyndum. Ef hún fengi námskeið eða hugmyndir frá öðrum um fjölbreyttar aðferðir sem hún gæti notað í stærðfræðikennslu þá er hún viss um að hún yrði duglegri í að beita fjölbreyttari aðferðum.

Í stærðfræðikennslu sinni, segir Fríða að það sé helst hópvinna, innlagnir og umræður sem hún notfærir sér og telur hún það vera að skila góðum árangri. Hún segir að það sé örugglega gott fyrir stærðfræðikennara að búa yfir fjölbreyttum aðferðum til að beita í kennslu en bætir því við að þó hún sjálf búi ekki yfir fjölbreyttu úrvali aðferða þá hafi gengið mjög vel hjá henni í stærðfræðikennslunni. Auk þess segir hún að hugsanlega gætu miklar breytingar á aðferðum við stærðfræðikennslu ekki verið af því góða þar sem hún telur nemendur þurfa að fá tíma til þess að læra á hefðbundinn hátt og ekki sé alltaf hægt að vera með eitthvað nýtt sem nemendur þurfa að meðtaka.

### 6.2.3 Fjölgreindarkenning Gardners

Leitast var við í viðtölunum að fá upplýsingar um viðhorf þátttakenda til fjölgreindarkenningar Gardners og hvort og þá hvernig þeir nýttu hana í einstaklingsmiðun í kennslu.

## Katrín

Katrín hefur lítið hugsað út í fjölgreindarkenningu Gardners en telur sig þó vera að nýta sér hugmyndafræði kenningarinnar vegna þeirra fjölbreyttu -

kennsluhátta sem hún býður upp á í kennslu sinni. Hún segist spá lítið í kenninguna sem slíka en spáir frekar í að bjóða nemendum upp á fjölbreytileika í námi.

### **Haukur**

Haukur segir erfitt að tengja kennsluna við greindir Gardners en ræðir þær þó stundum við nemendur í lífsleikni. Hann telur erfitt að koma hugmyndum kenningarinnar í verk inni í kennslustofunni og þá sérstaklega ætli kennarinn sér að tengja hvert verkefni við greind hvers og eins nemanda. Hann telur þann undirbúningstíma sem hann fær í starfi sínu ekki nægilega mikinn svo hægt sé að tengja kennsluna við greindir Gardners. Frekar væri hægt að bjóða uppá kennsluhætti sem hentar sérstökum greindum fyrir hópinn sem heild einn daginn og verkefni sem reynir á aðrar greindir hinn daginn.

### **Ólöf**

Ólöf hefur lítið velt kenningunni fyrir sér en segir þó vel geta verið að hún sé að vinna í anda hennar þó það sé ekki gert skipulega. Hún segist vera mjög „líbó“ kennari sem leyfir nemendum að vinna á þann hátt sem þeim þykir best og matreiða efnið jafnframt þannig ofan í þá. Hún segir þær aðferðir hennar geta verið í anda kenningarinnar þó það sé ekki skipulagt.

### **Fríða**

„Maður sér það alveg að fólk er missterkt á þessum sviðum og það er nokkuð til í þessu“ segir Fríða. Hún lét krakkana greina sig og segir að það hafi verið mjög skemmtilegt að sjá hvernig þeir komu út. Þá sá hún að þeir sem voru með sterka rökgreind, það voru sterku stærðfræðikrakkarnir. Þó hún telji sig vera sammála þeim atriðum sem koma fram í kenningunni þá segir hún að ólíklegt sé að hún notfæri sér hugmyndir kenningarinnar í kennslu.

...ég tel að það sem ég er að gera þá er ég að koma til móts við alla sem þurfa eitthvað, ýmist að auka eða minnka efni. Svo ég kem til móts við nemendur þannig. Þannig þeir sem eru veikir á rök- og stærðfræðigreind er ég að koma til móts við með því að minnka efni eða fá annað efni, léttara. Nota líka mjög mikið umræður og í þeim er ég að koma til móts við þá sem hafa sterka málgreind. Mér finnst þó oft vera þannig að þeir sem eru með sterkustu stærðfræðigreindina þeir eru líka sterkastir í

Því að tjá sig, kannski því þeir hafa meiri skilning. Hafa kannski meiri trú á sér í umræðum.

#### **6.2.4 Umræður**

Samkvæmt rannsóknum teljast umræður mikilvægur þáttur í árangursríkri stærðfræðikennslu. Það var því áhugavert að skoða viðhorf þátttakenda til mikilvægi umræðna í kennslu og hvernig þeir segjast nota umræður í kennslunni.

##### **Katrín**

Í huga Katrínar eru umræður í stærðfræðikennslu ótrúlega mikilvægar og telur hún að það sé þar sem nemendur kveikja á þerunni. Í umræðum fá nemendur að útskýra hugsanir sínar og hlusta á hugmyndir annarra sem gæti fengið þá til að skilja viðfangsefnið betur. Katrín segist notfæra sér umræður mjög mikið í kennslunni þar sem hún fær nemendur til sín upp á töflu til þess að útskýra, spá í stærðfræðinni og myndar litla umræðuhópa á gólfinu þar sem viðfangsefnin eru rædd. Hún passar sig þó á því að hafa umræðutímana ekki of langa, rétt um 10 mínútur, svo einbeitning nemenda tapist ekki.

##### **Haukur**

Enginn vafi leikur á því, segir Haukur, að umræður eru mikilvægur hluti stærðfræðináms og sem stærðfræðikennari notar hann þær mikið þar sem hann ræðir lausnir og aðferðir við nemendur. Í umræðum vill Haukur fá fram þær hugmyndir sem nemendur hans hafa á efninu og eiga þessar umræður sér oftast stað í upphafi kennslustundar í kringum innlögn ákveðins efnis.

##### **Ólöf**

Hingað til segist Ólöf ekki hafa notað umræður mikið í kennslunni en telur það þó alls ekki vitlaust. Hún leyfir þó nemendum mikið að vinna saman í hópum og þar myndast stundum umræður um efnið sem henni finnst skemmtilegt að hlusta á. Þegar hún heyrir nemendur ræða sín á milli um efnið þá verður henni það ljóst að einhver skilningur á efninu er að kvikna hjá nemendum. Hún kemur stundum inn í þessar samræður og leiðir þær áfram og finnst mjög jákvætt þegar að nemendur eru að ræða saman í kennslustundum þó hún setji umræður ekki fram sem skipulagða kennsluáðferð í kennslustundinni.

## **Fríða**

Fríða segist nota umræður mikið í kennslunni og leggur áherslu á það við nemendur að þeir ræði saman við verkefnavinnu, en skrifi bara ekki upp eftir hver öðrum. Hún segir að nemendur læri ótrúlega mikið á því bæði þegar bekkurinn sem heild ræðir saman, þar sem nemendur eru t.d. að velta fyrir sér aðferðum við að leysa ákveðið verkefni, þar sem alls kyns athugasemdir og hugmyndir koma fram. En jafnframt þegar nemendur eru sjálfir að vinna í verkefnum því þar kemur jafningjafræðslan fram sem getur hjálpað mörgum að skilja efnið betur.

### **6.2.5 Hópvinna**

Samkvæmt rannsóknum er hópvinna mikilvæg kennsluáferð í stærðfræði sé árangurs vænst og því verðugt að fá viðhorf þátttakenda til mikilvægi hópvinnu og skoða hvort þeir notfæri sér hópvinnu í kennslunni.

## **Katrín**

Að mati Katrínar er hópvinna stór partur af stærðfræðikennslu og notfærir hún sér þess konar vinnu helst í innlögnum þar sem hóparnir eiga að velta fyrir sér og ræða viðfangsefnið sín á milli og reyna að skilja hvernig það virkar. Katrín telur að það sé gott að fá að ræða um hlutina við jafningja sinn og fá hans innsýn á efnið fremur en að sitja einn með hugsunum sínum og reyna að skilja. Upp á síðkastið hefur Katrín verið að vinna með að skipta bekknum í tvennt þar sem stelpur eru í öðrum hópnum á meðan strákar eru í hinum. Hún segir mér skemmtilega hópsamstarfsögu þar sem einn strákurinn úr strákahópnum kom með hugmynd og fékk alla meðlimi hópsins til þess að skilja hugmyndina sína.

...þau voru hérna kynjaskipt og það var ótrúlega gaman að sjá sko strákarnir gerðu vitleysu og það var einn alveg heyrðu, vorum að vinna sko með tugi og einingar, og það kom einn alveg heyrðu eigum við að prófa hérna að prófum að telja þetta eins og við séum að telja alltaf á tíu, og þá föttuðu allir strákarnir og voru alveg já gerum það og þeir voru svolítið fljótir þá að reyna sig áfram.

## **Haukur**

Haukur lítur á gagnsemi hópvinnu frekar út frá þeim atriðum að mikilvægt sé fyrir nemendur að læra að vinna saman heldur en að hún tengist því að

ná árangri í stærðfræði. Hann segir það þroskandi fyrir einstaklinginn að læra að vinna í hóp og læra að tjá sig því að þau samskipti sem þar lærast eru mikilvægur þáttur í daglegu lífi þess samfélags sem við búum við í dag. Hann telur það auka náms- og starfsmöguleika nemenda séu þeir klárir í að tjá sig og geta unnið með öðrum og þess vegna leggur hann mikið upp úr hópvinnu. Þó aðaláhersla Hauks með hópvinnu sé á samskiptahæfni telur hann einnig gott að geta unnið saman í stærðfræði þar sem nemendur hjálpast að við að fá hvorn annan til að skilja og rökstyðja fyrir hver öðrum.

## **Ólöf**

Ólöf segir hópvinnu einkenna að miklu leyti kennsluna þar sem hún leyfir nemendum oftast að vinna saman í hópum og hjálpast að við verkefnavinnuna. Henni finnst það mikilvægt þar sem nemendur ná oft betur að hjálpa hvor öðrum til þess að skilja sérstaklega þegar þeir sem lengra eru komnir miðla reynslu sinni til annarra nemenda.

## **Fríða**

Fríða telur hópvinnu skipta rosalega miklu máli, ekki einungis upp á stærðfræðilega hæfni heldur einnig upp á þá samskiptahæfni sem nemendur læra með því að vinna saman í hóp. Í þess konar vinnu læra nemendur að skipuleggja vinnu sína og að takast á við verkefni í sameiningu. Sú gagnsemi sem liggur í hópvinnu og tengist stærðfræðinámi er að mati Fríðu sú jafningjafræðsla sem þar á sér stað. Telur hún að þessi jafningjafræðsla geti gert nemendur betri í stærðfræði því að oft skilji krakkar betur þar sem jafnaldrar þeirra eru að útskýra fyrir þeim heldur en fullorðið fólk.

## **6.3 Viðhorf**

Þriðja meginþemað sem greint var í gögnum er um viðhorf þátttakenda til stærðfræðinnar og ákveðinna atriða er tengjast henni. Þemað greinist í þrjú undirþemu sem skýra frá viðhorfum þátttakenda til mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennara, mati þeirra á mikilvægum þáttum og markmiðum stærðfræðináms sem og skynjun þeirra á því hvenær stærðfræðikennsla þeirra er að skila árangri.



### 6.3.1 Mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennarann

Þátttakendur telja allir að sú menntun sem stærðfræðikennarar búa yfir skipti máli en þó leggja þeir ólíkar áherslur varðandi hvers konar menntun sé mikilvæg.

#### Katrín

Í augum Katrínar er það augljóst að menntun stærðfræðikennara skiptir miklu máli vilji þeir ná árangri í kennslu. Hún segir menntunina hafa áhrif á hvernig kennarinn lítur á stærðfræðina og kennslu hennar og bendir einnig á það öryggi sem fylgir því að hafa góðan grunn í stærðfræði. Finnur Katrín það sérstaklega hjá samkennurum sínum hversu óöruggir þeir eru með að kenna stærðfræðina. Segir hún jafnframt að menntunin geti hjálpað til við að finna fjölbreyttari aðferðir og að vera fljótari að finna leiðir í kennslunni. Hún leggur því bæði mikið upp úr mikilvægi stærðfræðilegrar þekkingar sem og kennslufræðilegrar fyrir kennarann.

Þegar ég er að kenna á yngsta stigi þá finn ég að kennslufræðilegi hluti menntunar minnar hjálpar mér frekar en stærðfræðilega þekkingin. En þegar ég var að kenna á unglingsstigi þá var sú þekking mikilvæg líka.

Að lokum bendir Katrín á mikilvægi reynslunnar og telur að reynsla í starfi skipti máli. Þegar kennari hefur kennt sama námsefnið í langan tíma þá öðlist hann reynslu og þekkingar á því efni og á því auðveldara með að kenna það.

#### Haukur

Haukur telur það enga spurningu að menntun skipti máli og segist finna stundum annmarka á sjálfum sér við stærðfræðikennsluna. Hann telur að það sé aðallega stærðfræðileg þekking á viðfangsefninu sem hamli honum en ekki kennslufræðileg þekking heldur telur hann sér vegna ágætlega á því sviði.

#### Ólöf

Aðspurð um það hvort menntun skipti máli í stærðfræðikennslu segir Ólöf að það geti ekki allir kennt stærðfræði því það einfaldlega treysti sér ekki allir í það. Það er lykilatriði að kennarinn viti hvað hann er að gera í kennslunni. Hún segist sjálf alls ekki vera einhver stærðfræðingur og sé það

ekkert lyklatríði fyrir stærðfræðikennara fremur er mikilvægt að geta komið efninu frá sér á skiljanlegan máta. Það er því frekar kennslufræðileg menntun sem skipti máli en að vera rosalega klár í stærðfræði. Auk þess bætir hún við að þeir sem eru mjög góðir í stærðfræði gæti átt erfiðara með að kenna efnið vel þar sem þeir átti sig kannski ekki á því hvernig nemendur geti ekki skilið efnið og leggji því minni áherslu á góðar útskýringar og búast einungis við því að allir skilji stærðfræðina.

### **Fríða**

Að mati Fríðu skiptir menntun alltaf máli þó að ef til vill skipti hún ekki höfuðmáli fyrir kennara miðstígs þar sem kennarar geta einfaldlega undirbúið kennsluna það vel að menntunin hafi ekki úrslitaákvæðið um gæði hennar. Hún segir þó jafnframt að stærðfræðimenntun kennara leiði gott af sér og telur að þau námskeið sem hún tók í háskólanum nýtist henni í kennslunni. Nefnir hún þar sem dæmi hvernig hún setur upp tímann og leggur fram efnið. Það er einmitt þessi kennslufræðilegi þáttur sem menntaðir kennarar búa yfir sem Fríða telur mikilvægan og vega mun þyngra heldur en eiginleg stærðfræðipækking.

### **6.3.2 Mikilvægar áherslur og markmið í stærðfræðinámi**

Viðhorf þátttakenda til mikilvægra áherslna og markmiða í stærðfræðinámi voru skoðuð til þess að skilja betur hvers vegna þeir haga kennslu sinni á þann veg er þeir gera.

### **Katrín**

Reikniaðgerðirnar fjórar, samlagning, frádráttur, margföldun og deiling, eru að mati Katrínar sá þáttur sem einna mikilvægast er að leggja áherslu á í stærðfræðinámi. Hjá þeim aldurshóp sem hún kennir í dag telur hún einnig mikilvægt að leggja áherslu á tímahugtökin og að nemendur læri á klukku. Katrín minnst einnig á mikilvægi rýmisgreindar og þá að nemendur þekki ýmis form og geri sér grein fyrir þrívíddinni.

Aðalmarkmið stærðfræðináms í huga Katrínar er að læra rökhugsun og að geta notfært sér stærðfræðilega þekkingu úti í samfélaginu í sínu daglega lífi. Þar þarf t.d. hinn almenni samfélagsþegn að skilja peninga, tölur og geta notfært sér banka. Einnig telur hún mikilvægt að í stærðfræðinámi öðlist nemendur ákveðinn grunn sem geti hjálpað þeim í því starfi sem þeir taka sér fyrir hendur eftir að grunnskólagöngu þeirra lýkur.

## **Haukur**

Haukur telur ekki að einn þáttur innan stærðfræðinnar sé mikilvægari en annar og segist hann leggja áherslu á alla þætti aðalnámskrár.

Meginmarkmið stærðfræðináms er að mati Hauks að nemendur nái almennum skilningi á stærðfræðinni til þess að geta notfært sér hana í daglegu lífi. Hann telur einnig mikilvægt að nemendur muni eftir þeirri þekkingu sem þeir hafi aflað sér svo það sé mögulegt fyrir þá að notfæra sér hana í framhaldsnámi eða þeirri vinnu sem tekur við eftir grunnskólann.

## **Ólöf**

Áhersluþættir í stærðfræðinámi að mati Ólafar eru að nemendur öðlist hæfni í að notfæra sér reikniaðgerðirnar en segir jafnframt þátt algebrunar vera mjög stóran og mikilvægan að ná tökum á. Algebran spili stóran þátt í áframhaldandi stærðfræðinámi nemenda að grunnskóla loknum og því mikilvægt að hafa byggt upp góðan grunn í grunnskóla.

Ólöf segir að mikilvægast sé að nemendur læri stærðfræðina á þann veg sem geri þeim kleift að notfæra sér þekkingu sína í hinu daglega lífi og að þeir nái að yfirfæra þá þekkingu sem þeir afla sér í skólanum yfir á daglega þætti.

## **Fríða**

Fríða segir það vera reikniaðgerðirnar fjórar, samlagning, frádráttur, margföldun og deiling, sem mest áhersla er lögð á í kennslunni. Hún telur að ef góð kunnátta á reikniaðgerðunum sé ekki til staðar hjá nemendum þá verði eftirleikurinn svakalega erfiður. Þess vegna byrjar Fríða hvern vetur á því að fara yfir þessar reikniaðgerðir og leggur áherslu á að nemendur kunnir margföldunartöflunar utan bókar frá einum upp í tíu. En hún telur að ef kunnátta á margföldunartöflunum sé ekki fyrir hendi þá hægi það mikið á vinnu nemenda sérstaklega í margföldun og deilingu.

Fríða telur aðalmarkmiðin með stærðfræðinámi vera þau að nemendur öðlist þekkingar á hugtökum stærðfræðinnar og sjái hvernig stærðfræðileg þekking geti gagnast þeim í þeirra daglega lífi.

### **6.3.3 Skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennslan er að skila árangri**

Að lokum var skoðuð skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennsla þeirra er að skila árangri. Þau viðhorf sem þar komu í ljós voru nokkuð áhugaverð þó ólík væru.

### **Katrín**

Katrín er með skýrar hugmyndir um hvenær stærðfræðikennsla hennar er að skila árangri. Hún segir að:

...þegar maður sér á nemendum að þeir eru að kveikja á perunni og þegar þeir eru farnir að hjálpa hver öðrum þá hljóta þeir að vera farnir að skilja efnið og það tel ég árangursríka kennslu.

### **Haukur**

Haukur hefur aðrar hugmyndir en Katrín um ásýnd árangursríkrar kennslu en hann segir að það sé þegar nemendur hans séu vinnusamir í tímum sem greinilegt er að árangur er að nást.

...þegar að nemendur mínir eru vinnusamir í tímum þá hljóta þeir að vera að skilja það sem þeir eru að gera. Ef þeir skilja ekki viðfangsefnið þá leiðast þeir frekar út í eitthvert spjall. Svo vinnusemi í tíma tel ég vera merki um að kennslan sé að skila árangri.

### **Ólöf**

Ólöf segir að mikilvægt sé að hún sjái að nemendur séu að ná skilningi á því efni sem hún er að leggja fram í tímanum. Til þess að nemendur nái árangri telur hún nauðsynlegt að vera með innlöggn í byrjun tímans og í kjölfarið vera dugleg í því að ganga á milli nemenda og aðstoða eða leiðbeina.

### **Fríða**

Samkvæmt Fríðu eru það sjálfstæðir nemendur sem geta unnið og spyrja spurninga sem sýna fram á að þeir eru virkilega að spá í hlutina, ekki einungis á höttunum eftir réttu svari, sem gefa Fríðu til kynna hvort kennsla hennar sé að skila árangri eða ekki. Þegar nemendur er í þessari þekkingarleit og að spá í stærðfræðina þá sér hún að árangri er náð.

## 7 Umræður

Þau þemu sem fram komu í rannsókninni gefa mynd af því sem þátttakendur telja mikilvægt í árangursríkri kennslu og leggja sjálfir áherslu á. Niðurstöður rannsóknarinnar voru skoðaðar í ljósi þess hvað fyrri rannsóknir hafa sagt um árangursríka stærðfræðikennslu. Leitast var við að finna hvort og þá hvernig niðurstöður samræmast fyrri rannsóknum og greina frá atriðum úr niðurstöðum sem ber ekki saman við hvað fræðimenn telja árangursríka stærðfræðikennslu.

### 7.1 Kennslustundin

Samkvæmt rannsóknum Kilpatric o.fl. (2001) er margt sem skiptir máli ef ná á árangri í stærðfræðikennslustund en þar er þáttur stærðfræðikennarans sjálfs stór. Hann þarf t.d. að þekkja vel þá stærðfræði sem hann kennir og getað notað þá þekkingu á sveigjanlegan hátt til þess að meta og aðlaga námsefni að þörfum nemenda. Einnig þarf hann að geta sett efni fram á skýran og greinilegan hátt, skipulagt kennslu sína í takt við þarfir nemenda, metið hvað nemendur hafa lært og gert sér grein fyrir inntaki og hvert nám á því sviði getur leitt nemendur (Aðalnámskrá grunnskóla,2013). Öll þessi atriði má finna í gögnunum um hugmyndir þátttakenda um árangursríka kennslu þó þeir nefni ekki allir öll atriðin.

#### 7.1.1 Skipulag kennslu

Hindranir í starfi stærðfræðikennarans geta verið margvíslegar og benda stærðfræðikennarar frá Malasíu á helstu hindranir sem standa í vegi fyrir fyrir því að þeir sinni stærðfræðikennslu sinni eins og þeir telja árangursríkast (Lim, 2009). Segjast þeir finna fyrir pressu yfir því að ná að yfirfara ákveðið efni fyrir tiltekinn tíma, skort á stuðningi skólastjórnenda sem og að kennsluaðstæður séu ekki nægilega góðar (Lim, 2009). Þátttakendur rannsóknarinnar eru ekki á sama máli og stærðfræðikennarar frá Malasíu heldur telja þeir nær engar hindranir standa í vegi þeirra til þess að sinna stærðfræðikennslu sinni á sem árangursríkastan hátt. Þó nefna Haukur og Katrín tímaskort til undirbúnings það eina sem hamli þeim í starfi þeirra sem stærðfræðikennarar. Þátttakendur eru ánægðir með skipulag sitt og finnst það reynast þeim vel.

Mikilvægt er talið að kennarar undirbúi kennslu sína vel (Cai o.fl., 2009). Þátttakendur búa til kennsluáætlanir og taka meginákvörðanir um kennslu að hausti áður en skólaár hefst en það gera einnig þátttakendur rannsóknar Kristínar Einarsdóttur (2012). Fara þátttakendur þá yfir helstu þætti sem þeir ætla að leggja áherslu á þetta skólaárið og undirbúa kennsluáætlun út frá því. Kennsluáætlun þeirra er vikuskipt þar sem áhersluþættir hvernar viku fyrir sig eru flokkaðar saman í stað þess að vera með heildstæða áætlun fyrir hverja og eina kennslustund. Í rannsókn Cai o.fl. (2009) kemur fram að stærðfræðikennarar frá meginlandi Kína og Hong Kong telja þó að mikilvægt sé að kennarinn sé með heildstæða áætlun fyrir hverja kennslustund vilji hann ná árangri. Það gerir Katrín þegar hún hittir samstarfskennara sína vikulega þar sem þeir skipuleggja nánar kennslu hvernar viku fyrir sig. Ólöf setur vikuskiptulag upp fyrir nemendur og afhendir þeim þau verkefni sem fylgja hverri viku fyrir sig svo þeir geti í framhaldinu skipulagt vinnu sína í kennslustundum og heima.

### 7.1.2 Hefðbundin kennslustund

Rannsóknir á stærðfræðinámi (Van de Walle, 2004) sýna fram á að hlutverk nemandans er mikilvægt sé árangurs vænst og þá sérstaklega að hann sé virkur þátttakandi í námi sínu. Þátttaka hans á að vera í aðalhlutverki í kennslustofunni þar sem hann rannsakar, uppgötvar, útskýrir og sýnir fram á í námi sínu. Á meðan þarf kennarinn að vera leiðbeinandi sem leiðir nemandann áfram og hjálpar honum að vera virkur þátttakandi í þekkingarleit sinni. Það er því ekki lengur hlutverk kennarans að mata nemendur af upplýsingum (Aðalnámsskrá grunnskóla, 2013; Van de Walle, 2004).

Þegar Haukur, Ólöf og Fríða lýsa hefðbundinni kennslustund sinni eru það ekki þessi atriði sem koma fram heldur leggja þau fremur áherslu á einstalingsvinnu nemenda og innlagnir á efni og eru þær áherslur í takt við niðurstöður rannsóknarinnar *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum* (2014) sem og rannsókn Guðrúnar (2009). Í rannsókninni *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum* einkenndust meirihluti kennslustunda að því að kennarar hófu kennslustundina á stuttri innlögn eða umræðum um efni og við tók einstaklingsvinna nemenda (Guðný og Guðbjörg, 2015). Sömu niðurstöður má finna í úttækt Þóru og Unnars (2014) á stærðfræðikennslu á unglingastigi þar sem kemur m.a. fram að kennarar leggja helst áherslu á einstaklingsvinnu nemenda í kennslunni.

Samkvæmt Aðalnámsskrá grunnskóla (2013) ætti hver kennslustund að einkennast af forvitni og áhuga nemenda þar sem þeir fá að velta hlutunum

fyrir sér og uppgötva nýjar aðferðir á eigin spýtur. Leitarnám er því mikilvæg kennsluaðferð í stærðfræðinámi þar sem áhersla er á að nemendur séu virkir þátttakendur í námi sínu, spyrji spurninga, setji fram tilgátur og geri tilraunir á þeim. Kennarinn þarf þá að passa sig á því að gefa nemendur sínum ekki of miklar upplýsingar um framkvæmdir og lausnir verkefna (Ingvar, 2013). Viðhorf Katrínar til stærðfræðikennslu er einmitt á þann veg þar sem hún leggur frekar áherslu á að nemendur nái skilningi á því sem þeir eru að gera í stað þess að reikna mikið af samskonar dæmum. Katrín telur að nemendur skilji betur það viðfangsefni sem þeir eru að fást við fái þeir að handleika stærðfræðileg verkfæri og því leggur hún áherslu á notkun þeirra. Það viðhorf hennar samræmist áherslum aðalnámskrárinnar þar sem segir að ef nemendur fá að handleika ápreifanleg verkfæri geti það aukið skilning þeirra á stærðfræði (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Katrín leggur mikið upp úr fjölbreytni, virkni sem og áhuga nemenda í kennslustundum. Hún er því sammála þeim kennurum frá Ástralíu, meginlandi Kína, Hong Kong og Bandaríkjunum sem telja að nemendur eigi að taka fullan þátt í kennslustundinni eigi hún að skila árangri og rækta þurfi áhuga þeirra fyrir efninu (Cai o.fl., 2009). Kennarar úr rannsókn Givvin o. fl. (2009) hafa sömu viðhorf en þeir segja að það sé nemandinn sem eigi að vera í aðalhlutverki í stærðfræðikennslustundinni og taka virkan þátt í þekkingarleit sinni.

Fram kemur í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) að nemendur eigi að læra að nota hugtök og tungumál stærðfræðinnar til þess að ræða, færa rök fyrir og útskýra eigin tilgátur og niðurstöður. Kennarinn sjálfur spilar stóran þátt í því námi en þarf hann að vera nemendum sínum fyrirmynd í notkun tungumálsins og ræða við þá um verkefni (Boaler og Humpreys, 2005). Þátttakendur fylgja allir þessum viðmiðum og leggja mikið upp úr tungumáli stærðfræðinnar í hefðbundinni kennslustund en sérstaklega þykir þeim mikilvægt að nemendur þekki og geti notfært sér þau hugtök sem þar er verið að vinna með.

Til þess að ýta undir og efla hugtakaskilning nemenda nýta Katrín og Haukur sérstakar leiðarbækur í kennslu sinni þar sem nemendur skrá merkingu hvers hugtaks sem þeir eru að glíma við. Vel gæti verið að þessi aðferð þeirra hafi áhrif á árangur nemenda en Þóra og Unnar (2012) segja í úttækt sinni að nemendur virðast fylgjast betur með innlögn kennara eigi þeir í kjölfarið að skrifa í leiðarbækur. Samkvæmt Hauk er stærðfræðiteymi skólans nú með í bígerð að innleiða slíkar leiðarbækur í alla bekk grunnskólans sem fylgja á nemendum frá 1.bekk og allt til loka 10.bekkjara. Unnið er út frá sérstökum hugtakalista þar sem tilgreint er við hvaða hugtök

á að fást við á hverju aldurstigi. Þegar að nemendur fara upp um bekk þá vita kennarar sem þá taka við þeim hvaða hugtök búið sé að fara yfir með nemendum og geta því betur gert sér grein fyrir því hvar kunnátta nemenda á tungumáli stærðfræðinnar liggur. Fríða segir einmitt að mikilvægt sé að byrja að vinna með hugtaka skilning strax í fyrsta bekk svo nemendur læri tungumálið og skilji hvaða merking liggur að baki hvers hugtaks. Samkvæmt Vygotsky er tungumálið mikilvægt verkfæri sem nemendur ættu að nýta sér til þess að öðlast stærðfræðilega þekkingu (Kodac o.fl., 2009). Ólöf er einmitt sammála því og segir að erfiðara sé fyrir nemendur að eiga við verkefni skilji þeir ekki merkingu þess hugtaks sem þar er verið að nota.

Haukur og Fríða telja æfingu mikilvægan þátt í stærðfræðinámi og leggja bæði áherslu á það að í einhverjum tilfellum þurfa nemendur einfaldlega að leggja reglur og aðferðir á minnið til þess að geta notfært sér þær en skilningur geti komið í kjölfarið. Einkennast kennslustundir Hauks og Fríðu af því að útskýra aðferðir fyrir nemendum og leggja fyrir þá verkefni sem miðast af því að æfa þær aðferðir. Sama sjónarmið kemur fram hjá kennurum frá Ástralíu, Kína og Hong Kong þar sem þeir telja allir að nemendur þurfa, upp að vissu marki, að leggja aðferðir á minnið og það sé mikilvægt að æfa sig á aðferðum (Cai o.fl., 2009). Þeir telja þó að notfæri kennarinn sér of mikið af þess konar verkefnum dragi það úr áhuga nemenda (Cai o.fl., 2009). Haukur leggur þessa áherslu í kennslunni þar sem hann telur langflesta nemendur ekki búa yfir þeirri hæfni að geta uppgötvað aðferðir stærðfræðinnar á eigin spýtur. Hann segist þó sammála þeim hugmyndum um mikilvægi þess að nemendur uppgötvu aðferðir á eigin spýtur.

Fræðimenn (Hiebert o.fl., 2009) hafa hins vegar aðrar skoðanir þar sem þeir telja mikilvægt að kennarinn stefni að því að nemendur myndi tengsl innan stærðfræðinnar, því þá öðlist þeir skilning á efninu. Kennarinn ætti því ekki að leggja áherslu á að nemendur leggji aðferðir og reglur á minnið heldur ættu þeir að mynda sér það sjónarmið að þess konar kennslu græða nemendur lítið á (Hiebert o.fl., 2009). Kennarinn þarf að gera sér grein fyrir því að ekki er eins auðvelt að læra aðferðir og að kenna þær því sama hversu góður útskýrandi kennarinn er þá getur hann ekki kennt þau tengsl sem nemandinn þarf að mynda innan stærðfræðinnar (Kilpatric o.fl., 2009; Boaler og Humpreys, 2005). Þessi sjónarmið eru áhugaverð í ljósi þess hversu mikla áherslu þátttakendur sem kenna á unglingastigi leggja á útlistunarkennslu og hversu mikilvægt þeir telja að skýra út viðfangsefni stærðfræðinnar fyrir nemendum. Sem dæmi má nefna að í kennslu leggur Ólöf mikið upp úr því að nemendur nái skilning á því efni sem hún er að leggja inn. En til þess einbeitir sér fyrir því að koma með góðar og



markvissar útskýringar fremur en að fá nemendur sjálfa til þess að uppgötva og mynda þessi tengsl innan stærðfræðinnar.

Samkvæmt rannsóknum Kilpatric o.fl. (2001) hafa kennarar með tiltölulega veika hugtakabeckingu í stærðfræði tilhneigingu til þess að sýna nemendum sínum eina aðferð við lausn verkefna sem þeir eiga í kjölfarið að æfa sig að nota með því að reikna mörg samskonar verkefni. Þeir kennarar sem búa hins vegar yfir sterkum skilning á efni stærðfræðinnar skilja og notfæra sér stærðfræðilausnir nemenda sinna, útskýringar þeirra og spurningar á uppbyggilegan hátt í kennsluunni. Þeir eiga jafnframt auðveldara með að gefa nemendum lausan tauminn í kennslunni sem verður til þess að nemendur finna sjálfir aðferðir við lausnir verkefna (Kilpatric o.fl.,2001). Ég velti því fyrir mér hvort menntun þátttakenda skýri þar með nokkuð kennsluhætti þeirra þar sem Haukur, Ólöf og Fríða hafa ekki menntað sig sérstaklega á sviði stærðfræðinnar á meðan Katrín, sem beitir mun fjölbreyttari og nemendamiðaðri aðferðum í kennslu, er með B.Ed. gráðu með sérhæfingu í stærðfræðikennslu unglunga.

### 7.1.3 Námsefni

Samkvæmt hugmyndum Tomlinson (2001) á nám að gefa nemendum færi á að mynda sér sína eigin merkingu á inntaki námsins og hefur fyrri þekking nemandans, námsstíll og viðhorf hans til sjálfs síns og náms áhrif á ferlið. Við skipulagningu kennslu og verkefna þarf því að taka tillit til nemandans en það gerir Katrín einmitt þegar hún velur verkefni fyrir nemendur sína. Áhugi þeirra og fyrri þekking spilar stórt hlutverk við verkefnaval hennar og hugsar hún um ólíka hæfni nemenda og er því ávallt með getuskipt verkefni. Þess konar vinnulag samræmist einmitt kröfum aðalnámskránnar sem segja að verkefni þurfa að mæta ólíkum þörfum nemenda og því þurfi kennarinn að taka mið af því að hægt sé að glíma við þau á mismunandi getustigum (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Þau verkefni sem kennarar leggja fyrir nemendur sína eiga að taka mið af fyrri þekkingu nemenda og vera á þann veg að nemendur geti notfært sér þá þekkingu til þess að þróa lausnaraðferðir og vera jafnframt ögrandi glíma fyrir nemendur (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Við verkefnaval sitt fylgir Fríða einmitt þessum ákvæðum þar sem hún byggir upp námsefni vetrarins á þann veg að hvert viðfangsefni leiði af öðru svo nemendur geti notfært sér fyrri þekkingu í næsta verkefni. Einnig telur Fríða mikilvægt að nemendur fái ögrandi verkefni sem reyni á hæfni þeirra en þó ekki þannig að þau séu nemendum ofviða. Hún velur því krefjandi verkefni fyrir nemendahópinn sem eru þó þannig að nemendur sjá fram á að þeir geti

leyst. Við verkefna val sitt leitar Haukur aðallega í kennsluáætlun sína og aðalnámskrá sem gæti gefið tilkynna að þau verkefni sem hann leggur fyrir nemendur séu fjölbreytt þar sem lögð er áhersla á þesskonar verkefni í Aðalnámskrá grunnskóla (2013). Á meðan fer Ólöf mestmegnis eftir námsefninu, *Almenn stærðfræði*, og nýtir sér þau verkefni sem þar er að finna í kennslu sinni. Mætti því telja að þau verkefni sem Ólöf leggur fyrir nemendur sína séu einsleitari heldur en verkefni annarra þátttakenda.

Eins og áður hefur komið fram er mikilvægt að nemendur séu virkir þátttakendur í námi sínu og sinni verkefnum sem krefjast þess að þeir þrói eigin lausnaraðferðir (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013). Námsefnisflokkurinn *Átta-Tíu*, sem ætlaður er unglíngastigi, byggir einmitt á slíkri hugmyndafræði þar sem oftast eru einstakar aðferðir ekki gefnar upp heldur er það verk nemandans að finna aðferðir sem henta hverju sinni (Guðbjörg og Guðný, 2006). Þessar bækur eru þó ekki það námsefni sem þátttakendur nota heldur nýta þeir sér námsefnisflokkinn *Almenn stærðfræði*, sem er gjörólíkur *Átta-Tíu* bókunum, en þar eru allar aðferðir gefnar upp og í kjölfar þeirra fylgja fjölmörg verkefni sem krefjast útreikninga nemenda. Þær niðurstöður eru ekki samhliða niðurstöðum er fram komu í úttækt Þóru og Unnars (2012) þar sem meiri hluti þátttakenda vann með námsefnisflokkinn *Átta-Tíu* sem sitt aðalkennsluefni á meðan *Almenn stærðfræði* var notuð sem aukabók.

Verkefni námsefnisflokksins *Almenn stærðfræði* virðast ekki samræmast þeim hugmyndum um árangursríka stærðfræðikennslu sem rannsóknir gefa okkur. Samkvæmt fræðimönnum (Kilpatric o.fl., 2001; Stigler og Hiebert, 2004) skiptir máli að kennarar nýti sér verkefni sem snúast um að sjá tengsl innan stærðfræðinnar, mikilvægt sé að þau veiti nemendum áskorun, séu við hæfi og þrói hæfileika nemenda. Þó sýnir þessi rannsókn, sem og fleiri, fram á að í hefðbundnu skólasterfi eru of oft lögð verkefni fyrir nemendur sem krefjast ekki mikillar hugsunar af þeirra hálfu (Kilpatric o.fl., 2001). Það er kennarinn sem sér um að leggja fram og útskýra aðferðir fyrir nemendum, nái þeir ekki skilning á þeim þá þá þurfa þeir að leggja þær á minnið (Kilpatric o.fl., 2001). Slíkum aðferðum beita einmitt Haukur, Ólöf og Fríða í stærðfræðikennslu sinni og má draga af því þá ályktun að þau aðhyllist hugmyndum um *nám sem þátttaka* þar sem nemandinn tekur yfirtekur þær leiðir sem viðurkennast í hans námssamfélagi (Hansen o.fl., e.d.). Segja Haukur og Fríða að oft þurfi nemendur einfaldlega að leggja aðferðir á minnið og æfa sig í þeim, skilningurinn komi seinna. Ólöf hins vegar segist leggja mikið upp úr því að nemendur hennar nái þessum skilning og ef í námsbókinni sé of mikið af reiknisdæmum þá sleppa nemendur hennar dæmum ef skilningurinn er fyrir hendi.

Áhugi nemenda á viðfangsefninu skipar stórt hlutverk í stærðfræðinámi og þarf kennarinn að nýta ýmsar leiðir til þess að kveikja áhuga nemenda á efninu og viðhalda honum (Ingvar, 2013). Katrín og Fríða leggja mikið upp úr áhuga nemenda við verkefnavall sitt og segja jafnframt að áhugi nemenda á verkefnum geri það að verkum að þær séu tilbúnari til þess að leita uppi fleiri áhugaverð verkefni sem höfði til nemenda. Fríða telur að ef áhugi nemenda fyrir verkefnum sé til staðar sé auðveldara að gera meiri kröfur til þeirra. Katrín sér einnig til þess að viðhalda áhuga nemenda á verkefnum með því að fylgjast með áhuga þeirra og finna aðrar aðferðir eða önnur verkefni finnist henni áhugi nemenda hafa dvínað. Haukur og Ólöf hugsa hins vegar ekki mikið til nemenda og áhuga þeirra við val á verkefnum þó að þau séu bæði sammála því að nemendur sjálfir, áhugi þeirra og þekking hafi mikil áhrif á sjálfa kennsluna. Haukur segist þó hafa breytt kennslu sinni á þann veg að brjóta hana stundum upp með því að fara út eða vinna verkefni á spjaldtölvur, en þess konar verkefni tengjast þá frekar áhugasviði nemenda hans.

Þátttakendur leggja allir upp með það í kennslu að tengja viðfangsefni stærðfræðinnar við daglegt líf nemenda og nota þess konar verkefni oft í upphafi námsþáttar sem kveikju. Fríða telur nauðsynlegt að verkefnin höfði til nemenda og séu þess eðlis að hún geti fært rök fyrir því hvers vegna það sé mikilvægt fyrir nemendur að afla sér þekkinga á efninu. Þátttakendur eru því allir að fylgja þeim viðmiðum Aðalnámskrá grunnskóla (2013) að mikilvægt sé að þau verkefni sem nemendur takist á við hafi merkingu fyrir þá. En einnig telja þátttakendur mikilvægt að tengja verkefni daglegu lífi svo nemendur geri sér grein fyrir því hvernig þeir geti notað stærðfræðiþekkingu sína fyrir utan vegg skólans.

Við úrvinnslu verkefna fá nemendur Fríðu og Ólafar nokkuð frjálssar hendur þar sem þeim gefst tækifæri til þess að vinna saman í hópum, þörum eða einstaklingslega. Nemendur Fríðu fá jafnframt að velja sér vinnustað hvort sem það er við nemendaborð, á gólfinu eða frammi á gangi. Þessar aðferðir Fríðu og Ólafar samræmast viðmiðum aðalnámskrárinnar en þar kemur einmitt fram að nemendur þurfa að fá tækifæri til þess að íhuga og eiga samskipti við samnemendum og kennara um verkefni sín við úrlausnir þeirra (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

## 7.2 Kennsluáferðir

Í niðurstöðum rannsóknarinnar kemur skýrt fram hvernig þátttakendur haga stærðfræðikennslu sinni. Þeir þátttakendur sem kenna nemendum unglingastigs, 7.-10. bekk, leggja áherslu á kennaramiðaða kennslustofu þar

sem innlagnir þeirra eru í stóru hlutverki sem og einstaklingsvinna nemenda. Þeir beita því helst þeim kennsluaðferðum sem Ingvar (2013) nefnir útlistunarkennsla og þulunáms og þjálfunaræfingar. Þessar niðurstöður samræmast þeim niðurstöðum Wilson og Ducloux (2009) þar sem greint er á milli hugmynda kennara um árangursríka stærðfræðikennslu og hugmynda fræðimanna. Samkvæmt þeim eru það sjónarmið kennara að nám byggist á þekkingu og ákvörðunum kennara og fer árangursrík stærðfræði kennsla fram í kennaramiðaðri kennslustofu. Er það hins vegar mat fræðimanna að nemendamiða þurfi kennslu svo hún skili árangri. Kennsluaðferðir Katrínar eru í samræmi við skrif fræðimanna um árangursríka stærðfræðikennslu þar sem hún leggur mikið upp úr fjölbreytni og þátttöku nemenda. Þessar niðurstöður á mun kennsluhátta kennara af ynsta stigi og unglingastigi má tengja niðurstöðum starfsháttarannsóknarinnar, *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum* (2014), þar sem kemur fram að kennarar á yngsta stigi nýta frekar fjölbreyttar aðferðir við kennslu sína en kennarar unglingastigs.

### 7.2.1 Einstaklingsmiðun

Þátttakendur eru allir fylgjandi þeirri stefnu Aðalnámskrár grunnskóla (2013) að einstaklingsmiða skuli nám nemenda þar sem áhersla er á að nemendur fái nám í samræmi við sína eigin hæfni sem og námsefni sem hentar hverjum og einum. Þeir gera sér jafnframt grein fyrir því að nemendur þeirra læra á misjöfnum hraða og á ólíkan hátt og að þessir ólíku hæfileikar og sjónarhorn nemenda geta haft góð áhrif á aðra nemendur í hópavinnu og samræðum um stærðfræðileg viðfangsefni. Þessi viðhorf koma hvað mest fram hjá Katríni en hún nýtir sterku einstaklingana sem leiðtoga og setur þá með þeim veikari í hóp þar sem báðir aðilar geta grætt á þess konar fyrirkomulagi. Sá sem sterkari er í stærðfræði fær tækifæri til þess að segja frá hugsunum sínum á meðan sá lakari lærir viðfangsefnið frá jafningja sínum í bekknum.

Í kennslu þátttakenda er lögð áhersla á að nemendur vinni á þeim stærðfræðilega grundvelli sem hæfir getu þeirra og eru þeir því oftast staddir á misjöfnum stað í námsefninu. Haukur leggur mesta áherslu á að kenna þeim sem lakastir eru og gefur því öðrum nemendum svolítið frjálsar hendur við verkefnavinnu sína. Einstaklingsmiðun Ólafar og Fríðu er á svipuðum nótum þar sem þeir sem sterkir eru í stærðfræði fá lausan tauminn á meðan þeir sem slakari eru fá sérstakt námsefni og verkefni í samræmi við hæfni þeirra.

Katrín og Fríða gefa góðar skýringar á því hvers vegna þær telja mikilvægt að einstaklingsmiða kennslu og vísa þær í áherslur Aðalnámskrá grunnskóla (2013) um að nemendur öðlist trú á eigin hæfni í stærðfræði og að kennslan eigi að byggjast á virðingu fyrir hugsun nemenda og margbreytileika þeirra. Fríða vill alls ekki að nemendur upplifi sig þannig að þeir geti ekki eitthvað og vill hún með einstaklingsmiðun sinni byggja upp sjálföryggi nemenda og sjá til þess að sjálfmynd þeirra brotni ekki. Katrín tekur í sama streng og segir að mikilvægt sé að byggja upp jákvætt viðhorf nemenda gagnvart stærðfræðinni frá byrjun og segir að ef þeir fái verkefni sem eru of erfið þá skapist ekki jákvætt viðhorf.

### 7.2.2 Fjölbreyttar kennsluaðferðir

Þegar kemur að einstaklingsmiðun er mikilvægt að kennarinn geti valið á milli ólíkra aðferða og hagað kennslu sinni á fjölbreyttan hátt (Kilpatric o.fl., 2001). Samkvæmt hugmyndum Tomlinsson krefst einstaklingsmiðun m.a. þess að kennarinn sé sveigjanlegur hvað varðar kennsluaðferðir, námstíma, námsefni og verkefni (Ingvar, 2005). Þátttakendur segjast allir vissulega vera sveigjanlegir í starfi sínu en þá helst hvað varðar námstíma en Katrín er eini þátttakandinn sem telur sig vera að nýta fjölbreyttar aðferðir við kennslu sína. Telur hún að ómögulegt sé að sinna einstaklingsmiðun sé ekki fjölbreyttni í kennsluháttum þar sem hæfni nemenda sé svo ólík og þeir læri á ólíkan hátt.

Þátttakendur eru allir sammála því að fjölbreyttir kennsluhætti skili árangri og að það geti reynst kennurum vel að búa yfir miklu safni af kennsluaðferðum. Haukur og Ólöf telja sig vissulega búa yfir þekkingu á mörgum kennsluaðferðum en kjósa einfaldlega að notfæra sér þær ekki þar sem kennsluaðferðirnar sem þau noti virðist skila góðum árangri. Fríða aftur á móti ber fyrir sig þekkingaleysi og segir að ef hún fengi nánari kennslu eða námskeið í notkun fjölbreyttra kennsluaðferða þá vissulega myndi hún notfæra sér þær. Hún telur þó þetta þekkingarleysi á fjölbreyttum kennsluaðferðum alls ekki vera hindrun í starfi, þvert á móti telur hún þær aðferðir sem hún notar reynast henni og nemendum hennar vel og skila árangri. Þessar niðurstöður samræmast niðurstöðum rannsóknarinnar *Nám og kennsla í íslenskum grunnskólum* (2014) en þar kom einmitt í ljós að það gæti lítilar fjölbreytni í þeim aðferðum sem stærðfræðikennarar beita við kennslu sína.

Þó erfitt sé að segja til um hvaða kennsluaðferðir séu bestar segir Ingvar (2013) að mikilvægt sé að kennarar átti sig á því að nemendur þurfi tilbreytingu í námi sínu. Kennslan þarf að vera fjölbreytt og þó að tiltekin

kennslan skili árangri í ákveðinn tíma þá eigi ekki að einskorða sig einungis við hana (Ingvar, 2013). Þátttakendur segja einmitt að þó þeir noti vissulega ákveðnar kennsluaðferðir meira en aðrar þá nýti þeir ýmsar kennsluaðferðir í kennslu sinni. Haukur hefur verið fastur í ákveðnum ramma sín starfsár og reiðir sig mest á sjálfsnám nemenda, vendikennslu, innlagnir, hópavinnu, paravinnu og útinám á meðan Fríða notfærir sér helst innlagnir, umræður og hópavinnu í kennslu sinni.

Ólöf, sem er tillögulega ný sem stærðfræðikennari, nýtir helst innlagnir frá töflu og einstaklingsvinnu nemenda við kennslu sína. Kennsluhættir hennar teljast því seint fjölbreyttir en má ef til vill tengja það við skort á starfsreynslu hennar sem stærðfræðikennara. Samkvæmt rannsóknum (Kilpatric o.fl., 2001) þá hafa nýir kennara sem hafa litla starfsreynslu takmarkaða þekkingu á kennsluaðferðum og hafa ekki þróað með sér vald til að beita þeim. Hún segir einmitt að þegar hún hafi kennt námsefnið í svölítinn tíma muni hún örugglega notfæra sér fjölbreyttari aðferðir við kennslu.

Í ljósi niðurstaðna rannsóknarinnar sem og þeirrar sýnar fræðimanna á mikilvægi fjölbreyttra kennsluaðferða er athyglisvert að velta fyrir sér niðurstöðum rannsóknar Maass (2009) á viðhorfum kennara frá Þýskalandi til stærðfræðikennslu sinnar. Telja þeir að til þess að ná árangri í stærðfræðikennslu þurfi að kennarinn að beita útlistunarkennslu við störf sín. Tilgátan sem Maass (2009) dregur af þessum niðurstöðum er sú að hugmyndir kennara um árangursríka stærðfræðikennslu gæti verið afleiðing stærðfræðikennslu þeirrar sem þeir hlutu sem nemendur en sú reynsla er talin hafa mikil áhrif á hugmyndir kennara um árangursríka kennslu. Einnig má velta fyrir sér hvort þátttakendur séu fastir í menningarlegri rútinu og hagi kennslu sinni í takt við hana líkt og Stigler og Hiebert (2004) telja að eigi við bandaríska stærðfræðikennara.

### **7.2.3 Fjölgreindarkenning Gardners**

Athyglisvert er að velta fyrir sér þekkingu og nýtingu þátttakenda á fjölgreindarkenningu Gardners. Sérstaklega í ljósi þess hversu mikla áherslu þátttakendur virðast leggja á einstaklingsmiðun. Þó er það skýrt í þeim starfsháttum sem þátttakendur telja til einstaklingsmiðunar, þar sem hraði á yfirferð yfir námsefnið er meginviðmiðið, að þeir eru lítið að velta fyrir sér hugmyndum Gardners.

Við einstaklingsmiðun er mikilvægt að bjóða nemendum upp á þær námsaðstæður sem eru best til þess fallnar að mæta hæfni þeirra. Fjölgreindarkenning Gardners á því vel við í því tilfelli þar sem hún skil-

greinir átta mismunandi greindir einstaklingsins og bendir á mismunandi námsaðferðir sem hæfir hverri og einni greind (Armstrong, 2011). Ekki eru allir nemendur jafn sterkir á hverri greind og því misjafnt hvernig þeim hentar best að læra. Hentar það t.d. ef til vill nemandi með sterka rýmisgreind betur að fá hlutbundið stærðfræðiverkfæri svo hann öðlist skilning á efninu á meðan það hentar nemandanum með sterka málgreind vel að lesa sér til um efnið. Því er hægt að færa rök fyrir því að með því að haga einstaklingsmiðun sinni einungis á þann veg að nemendur fara yfir efnið á misjöfnum hraða sé kennarinn ekki endilega að einstaklingsmiða kennslu sína. Fjölbreyttir kennsluhættir sem samræmast þeirri námsaðferð sem nemendur læra mest á þarf einnig að fylgja.

Þátttakendur vilja meina að þó þeir séu ekki markvisst að fylgja hugmyndum kenningar Gardners þá séu þeir óbeint að því í gegnum einstaklingsmiðun sína. Í því samhengi segir Fríða að það sem hún sé að gera í stærðfræðikennslu sinni, þar sem hún kemur til móts við alla ýmist með að auka eða minnka efni, sé hún að koma til móts við einstaklingsþarfir nemenda sinna. Þannig séu þeir sem eru veikir í rök og stærðfræðigreind að fá minna efni og léttara á meðan þeir sem eru sterkari fá erfiðara efni.

Ólöf telur sig vera að vinna í takt við hugmyndir fjölgreindarkenningarinnar þar sem hún er mjög „lóbó“ kennari sem leyfir nemendum sínum að vinna á þann hátt sem þeim þykir bestur og matreiðir efnið jafnframt þannig ofan í þá. Þessar tengingar þátttakenda kennsluhátta sinna við fjölgreindarkenningu Gardners að að mati rannsakanda ekki réttmætar þar sem fjölbreyttir kennsluhættir verða að fylgja með. Þó má segja að þátttakendur séu að fylgja einhverjum af þeim 17 grunnatriðum sem Tomlinson (2001) leggur til að kennarar nýti sér í þróun kennslu sinnar í átt að einstaklingsmiðun. Eitt grunnatriði Tomlinson (2001) tengist einmitt því að leyfa nemendum að fara yfir námsefnið á hraða sem hæfir hæfni þeirra en það eru þátttakendur einmitt að notfæra sér í einstaklingsmiðun sinni.

Katrín er eini þátttakandinn sem með fjölbreytni sinni í kennslu kemst næst því að vinna eftir hugmyndum Gardners en segist hún þó hafa lítið spád í kenninguna sem slíka. Haukur segir að erfitt sé að koma hugmyndum kenningarinnar í verk inni í kennslustofunni þar sem undirbúningur fyrir þess konar kennslustund, þar sem allir nemendur vinna í samræmi við sína greind, sé einfaldlega of tímafrekur. Frekar gæti kennari einbeitt sér að fjölbreyttum kennsluaðferðum sem tengjast ákveðnum greindum fyrir hópinn sem heild einn daginn og verkefni sem reynir á aðrar greindir hinn daginn.

#### 7.2.4 Umræður

Umræður eru mikilvægur þáttur þegar kemur að því að kenna og læra stærðfræði. Þegar nemendur mæta þeirri ögrun að þurfa að lýsa aðgerðum sínum með orðum eða greina munnlega frá hugsun sinni um þau stærðfræðilegu viðfangsefni sem þeir eru að takast á við öðlast þeir betri innsýn inn í sinn eigin hugarheim (Lamberg, 2012). Allir þátttakendur eru sömu skoðunar og segja að mikilvægt sé að nemendur taki þátt í umræðum um þá stærðfræði sem þeir eru að eiga við. Telur Katrín það vera einmitt í umræðum sem nemendur kveiki á perunni þar sem þeir fá að útskýra hugmyndir sína og hlusta á hugmyndir annarra sem gætu hjálpað hugmyndum þeirra að þróast. En er það einmitt þegar nemendur ræða saman um hugmyndir sínar og skýra frá sinni hugsun og hlusta á hugmyndir annarra þar sem skilningurinn á efninu verður betri (Lamberg, 2012).

Fríða tekur í sama streng og Katrín og telur þá jafningjafræðslu sem felst í umræðum vera mikilvægan þátt í stærðfræðinámi. Leggur hún áherslu á að nemendur ræði verkefni sín á milli en skrifi ekki einungis upp eftir hver öðrum. Haukur nýtir sér hins vegar umræðurnar helst til þess að ræða lausnir og aðferðir við nemendur sína til þess að fá fram þær hugmyndir sem þeir hafa um efnið. Þær aðferðir hans samræmast þeim rannsókn Wilson og Ducloux (2009) sem segir að mikilvægt sé fyrir kennarann að gera sér grein fyrir stærðfræðipækkingu nemenda svo hann geti metið hvar þeir standa og hvort þeir geti snúið sér að næsta viðfangsefni eða þurfi að fara betur yfir efnið. Gefur sú þekking einnig kennaranum grundvöll fyrir því að veita nemendum sínum viðeigandi hjálp hverju sinni og getur hann því frekar leiðbeint þeim áfram í leit af réttri lausn (Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Þegar nemendur eru að útskýra hugmyndir sínar fyrir hver öðrum þá endurspeglast í þeim umræðum sú þekking sem þeir búa yfir um viðfangsefnið (Lamberg, 2012). Sýn Ólafar á umræður tengist einmitt þessum hugmyndum en hún segir að þegar hún heyrir umræður um viðfangsefnið þá verði henni ljóst að nemendur eru að ná skilning á efninu. Þó hún notfæri sér umræður ekki sem sérstaka kennsluáferð í stærðfræðikennslu sinni þá er viðhorf hennar til gildi umræðna í stærðfræðinámi jákvætt og hvetur hún nemendur til þess að vinna saman í lausnarleit sinni.

#### 7.2.5 Hópvinna

Stærðfræðinám á að vera ferli þar sem nemendur komast að sameiginlegri niðurstöðu um efni og aðferðir í gegnum samskipti sín á milli. Það er því verkefni kennara að byggja upp námsaðstæður þar sem nemendur fá að



ræða saman þær stærðfræðilegu hugmyndir sem þeir hafa (Kocak o.fl., 2009). Hópvinnna er góð leið til þess en hún fær nemendur m.a. til þess að ræða, gagnrýna og veita því sem þeir eru að læra meiri athygli sem getur losað þá undan því að þurfa að leggja upplýsingarnar einungis á minnið (Kocak o.fl., 2009). Þátttakendur eru allir sammála því að sá ávinningur sem fæst með hópvinnu sé mikill og því reyni þeir að bjóða nemendum upp á þess konar verkefni. Þeir nemendur sem læra stærðfræði í gegnum hópvinnu skilja dæmi á betri veg en aðrir, setja fram nýjar hugmyndir og læra með því að beita þeirri þekkingu sem þeir búa yfir (Kocak o.fl., 2009).

Katrín talar um mikilvægi hópvinnu í árangursríkri kennslu. Hún segist leggja sérstaka áherslu á hópvinnu og skiptir bekknum sínum gjarnan upp í hópa þegar hún er að kynna nýtt viðfangsefni fyrir nemendum. Þá fá þeir tækifæri til þess að ræða saman um nýja viðfangsefnið til þess að reyna að átta sig á inntaki þess í sameiningu. Hún segir að það sé gott fyrir nemendur að fá að ræða hugmyndir við jafningja eða jafnvel einungis fá að hlusta á umræður um viðfangsefnið frá jafningjum sínum í stað þess að sitja einir með hugsanir sínar og skilja ekki neitt. Viðhorf Ólafar er svipað en þó hún vinni ekki markvisst með sérstök hópverkefni í kennslu sinni þá leyfir hún nemendum að vinna eins mikið saman í hópum og þeir vilja. Telur hún að slík vinnubrögð veiti þeim nemendum sem lakari eru í efninu tækifæri til þess að læra af jafningjum og þeir sem sterkari eru fái færi á að miðla sinni þekkingu áfram. Áherslur hennar tengjast því þeirri hugmynd að stærðfræðileg hugsun aukist þegar nemendur fást við stærðfræði viðfangsefni, þar sem þeir fá að ræða um efnið við samnemendur sína, og lærist hún mun auðveldara á þann veg (Kocak o.fl., 2009). Sé hins vegar tekið mið af þeim atriðum sem Kocak o.fl. (2009) benda á að séu mikilvæg eigi hópvinnna að skila árangri er ekki hægt að líta á þá hópvinnu sem Ólöf nýtir í kennslu sem árangursríka. Samkvæmt Kocak o.fl. (2009) þarf hópvinnan að hafa tiltekið markmið, verkefni þurfa að vera viðeigandi og til þess fallin að fá nemendur til þess að leita lausna í sameiningu.

Kostir hópvinnu hafa komið í ljós í rannsókn Boaler (2006) þar sem nemendur frá RAILSIDE framhaldsskólanum náðu betri árangri í stærðfræði heldur en nemendur hinna tveggja framhaldsskólanna sem tóku þátt í rannsókninni. Nemendur í RAILSIDE unnu saman í hópum við verkefni sín. Þeir notuðu mikinn tíma í umræður um stærðfræðilegar hugmyndir sínar, lærðu að hjálpa hver öðrum og voru gerðir ábyrgir fyrir því að kenna samnemendum sínum. Sú gagnsemi sem Fríða sér liggja í hópvinnu í stærðfræði er einmitt sú jafningjafræðsla sem þar á sér stað. Hún telur jafningjafræðslu geta gert nemendur betri í stærðfræði þar sem krakkar skilji oft betur útskýringar jafnaldra sinna en fullorðins fólks. Fríða notfærir

sér þó hópvinnu frekar í tengslum við að þróa félagsleguhlið nemenda og samskiptahæfni þeirra líkt og Haukur. Hann segir einmitt að hópvinna í stærðfræði geri gagn þar sem nemendur hjálpist að við að fá hvern annan til að skilja og rökstyðji hver fyrir öðrum. Hann hins vegar leggi meiri áherslu á félagslegan og samskiptalegan ávinning hópvinnunnar. Sjónarmið Fríðu og Hauks eru í samræmi við þau sjónarmið Kocak o.fl. (2009) að hópvinna hjálpi til við að efla félagsþroska nemenda. Þau telja einnig að hópvinna geri það að verkum að nemendur læri að skipuleggja vinnu sína í sameiningu, takast á við verkefni og komast að sameiginlegri niðurstöðu sem mikilvægt sé að kunna í nútímasamfélagi. Þessi viðhorf Hauks og Fríðu tengjast þeim áherslum sem Gasser (2011) leggur áherslu á að nemendur þrói með sér í gegnum skólagögnu sína. Samkvæmt Gasser (2011) þurfa nemendur að þróa samvinnu- og samskiptahæfni þar sem samfélag nútímans krefjist þess að einstaklingurinn búi yfir þesskonar hæfni.

### 7.3 Viðhorf

#### 7.3.1 Mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennarann

Þegar stærðfræðikennarar frá Kína, Hong Kong, Ástralíu og Bandaríkjunum lýsa árangursríkum stærðfræðikennara segja þeir menntun hans og þekkingu á sviði stærðfræðinnar mikilvæga (Cai o.fl., 2009). Til þess að stærðfræðikennarinn sé fær um að sinna stærðfræðikennslu sinni eins og best verður á kosið þarf hann að hafa viðeigandi menntun. Haukur er sammála þessum sjónarmiðum og segir að stundum finni hann annmarka á sjálfum sér í kennslu sinni þar sem hann hefur ekki hlotið viðeigandi stærðfræðimenntun. Katrín tekur líka undir þessi sjónarmið og segir að sérstaklega þegar hún hafi verið að kenna á unglíngastigi þá hafi stærðfræðiþekking hennar reynst henni vel.

Aðrar hugmyndir koma þó fram í niðurstöðum Stigler og Hiebert (2004) þar sem þeir telja að breyta þurfi þeirri áherslu sem verið hefur á að bæta menntun og stærðfræðiþekkingu kennara yfir í að leggja áherslu á það sem þeir gera í kennslustundinni. Bættar kennsluaðferðir kennara skipti frekar máli upp á árangur nemenda en sú stærðfræðiþekking eða menntun sem kennararnir búa yfir (Stigler og Hiebert, 2004). Viðhorf Ólafar og Fríðu á mikilvægi menntunar fyrir stærðfræðikennslara eru í takt við þessar niðurstöður en þær segja að sá kennslufræðilegi grunnur sem menntaðir kennarar búa yfir sé mikilvægari fyrir stærðfræðikennslu en stærðfræðiþekking. Ólöf telur jafnvel að of mikil stærðfræðikunnátta kennara geti gert hann að lélegum útskýranda sem eigi erfitt með að skilja af hverju

nemendur hans nái ekki mynda sér skilning á viðfangsefninu. Má tengja þær hugmyndir Ólafar við viðhorf Boaler og Humpreys (2005) sem segja að það að búa yfir stærðfræðipækkingu og að fá aðra til að öðlast hana krefjist mismunandi rannsókna á hugtökum stærðfræðinnar og því séu ekki allir sem geti kennt stærðfræði. Katrín telur kennslufræðilega þátt menntunar einnig mikilvægan og segir að sú kennslufræðilega þekking sem hún aflaði sér í námi sínu hjálpi henni mjög í kennslu, sérstaklega þeirri kennslu sem hún á við nú, þar sem hún kennir á yngsta stigi.

### **7.3.2 Mikilvægar áherslur og markmið í stærðfræðinámi**

Mikilvægt er fyrir kennara að hafa skýr markmið með kennslu sinni og vera meðvitaðri um hvaða hæfni þeir eru að kalla fram með þeim stærðfræðiverkefnum sem þeir leggja fyrir nemendur (Kilpatric o.fl., 2001). Þátttakendur hafa allir það markmið með kennslu sinni að hún geri nemendum það kleift að takast á við hið daglega líf sem og það framhaldsnám eða vinnu sem þeir velja sér eftir að grunnskóla lýkur. Þau viðhorf samræmast viðhorfum kennara frá Ástralíu og Bandaríkjunum sem líta á hagnýtingu stærðfræðinnar hvað varðar notkun hennar í hinu daglega lífi (Cai. o.fl., 2009).

Kennarar frá meginlandi Kína og Hong Kong segja áherslur sínar vera á uppbyggingu og skipulagi á stærðfræðilegri þekkingu (Cai o.fl., 2009). Þessi sjónarmið má einnig að nokkru leyti finna hjá þátttakendum. Þó markmið þeirra sé að byggja upp stærðfræðilega þekkingu nemenda sem þeir geta notfært sér í daglegu lífi þá leggja Katrín, Ólöf og Fríða einnig áherslu á að nemendur öðlist hæfni í að geta notfært sér reikniaðgerðirnar fjórar. Fríða byrjar hvern vetur á upprifjun með nemendum sínum á reikniaðgerðunum fjórum og leggur sérstaka áherslu á að þeir kunni margföldunartöflunar, eitt til tíu, utandbókar. Segir hún að ef sú þekking sé ekki tilstaðar þá reynist nemendum erfitt að takast á við aðra þætti stærðfræðinnar.

### **7.3.3 Skynjun og mat þátttakenda á því hvenær stærðfræðikennslan er að skila árangri**

Í rannsókn Cai o.fl. (2009) segjast kennarar sjá að nemendur þeirra eru að ná árangri þegar þeir gætu beitt sveigjanlegum aðferðum og rætt um það sem þeir eru að læra. Tengja má viðhorf Katrínar og Fríðu við þessar niðurstöður þar sem Katrín segir að þegar nemendur hennar eru farnir að hjálpa hver öðrum þá hljóti þeir að vera farnir að skilja efnið. Fríða segir að árangri sé náð þegar nemendur eru farnir að spyrja spurninga og ræða

viðfangsefnið á þann veg að þeir séu að spá virkilega í inntak þess og eru í þekkingarleit í stað þess að vera einungis á höttum eftir réttu svari. Þátttakendur telja allir að þegar skilningur vaknar hjá nemendum á því viðfangsefni sem þeir eru að eiga við þá sé árangri náð. En samkvæmt niðurstöðum Hiebert o.fl. (1997) er einmitt mikilvægt að nemendur nái skilning á viðfangsefninu en leggi það ekki einungis á minnið. Áherslu á skilning nemenda var einnig að finna hjá kennurum sem tóku þátt í rannsókn Cai o.fl. (2009) þar sem þeir sögðu að aðalmarkmið með stærðfræðinámi ætti að vera að ná skilningi á inntaki stærðfræðinnar.

Haukur telur sig vera að ná árangri þegar nemendur hans eru vinnusamir í tíma þar sem þá hljóti þeir að skilja hvað þeir eru að gera. Ólöf minnst einnig á mikilvægi skilnings og telur að þegar nemendur sýni fram á að þeir hafi skilning á efninu þá sé árangri náð. Hún bætir því þó við að til þess að þessi skilningur náist þurfi hún að vera með innlögð í byrjun tímans og í kjölfarið vera dugleg að aðstoða nemendur við einstaklingsvinnu. Þessir starfshættir samræmast þó ekki hugmyndum um að til þess að nemendur nái árangri þurfi kennarinn að passa sig á því að sýna ekki reglur og aðferðir sem nemendur eiga síðan að æfa sig á. Frekar eigi að leggja fyrir krefjandi verkefni og fá nemandann til þess að uppgötva aðferðir á eigin spýtur (Givvin, o.fl., 2009; Aðalnámskrá grunnskóla, 2013).

Þátttakendur hafa allir jákvætt viðhorf til stærðfræðinnar og lýsa henni sem skemmtilegu fagi sem áhugavert sé að kenna. Það er greinilegt af viðtölunum við þá að dæma að þeir hafi allir mikinn áhuga á inntaki stærðfræðinnar og sýni jákvæða afstöðu til stærðfræðinnar. Mikilvægt þykir einmitt að hafa brennandi áhuga á því sem þú gerir til þess að ná árangri því þinn áhugi og vilji smitar út frá sér til nemenda (Boaler og Humpreys 2005; Guðbjörg og Guðný, 2006).

## 8 Lokaorð

Stærðfræðikennsla er áhersluatriði í námi í öllum grunnskólum landsins og hefur verið það frá upphafi fræðsluskyldunnar 1907. Hún er þó ekki einungis talin til mikilvægrar þekkingar á menntasviðinu heldur er einnig samfélagsleg krafa um ákveðna stærðfræðihæfni einstaklingsins. Ætli einstaklingur að geta sinnt ýmsum hversdagslegum verkefnum, málað húsið, búið til grindverk, verslað í matinn, þá þarf hann að búa yfir stærðfræðihæfni. Þessa stærðfræðihæfni öðlast einstaklingurinn í gegnum menntun sína og þarf því sú menntun að skila árangri.

Árangursrík stærðfræðikennsla er vissulega atriði sem hver stærðfræðikennari ætti að hafa að markmiði sínu. Því vaknaði upp hjá mér sú spurning: hvers konar stærðfræðikennsla skilar árangri? Niðurstöður rannsóknarinnar sýna að stærðfræðikennarar á unglingastigi grunnskóla telja að til þess að ná árangri þurfi þeir að mata nemendur sína af upplýsingum um hvernig beita eigi vissum aðferðum. Við tekur einstaklingsvinna nemenda þar sem þeir æfa sig í þeirri aðferð er kennarinn hefur lagt upp og reikna til þess mörg svipuð dæmi. Tveir þátttakanda telja að í mörgum tilfellum öðlist nemendur skilning í gegnum æfingu. Þeir bæta því við að í sumum tilfellum komi skilningurinn ekki og þá þurfi nemendur einfaldlega að leggja aðferðina á minnið.

Áherslur þátttakanda á yngsta stigi grunnskóla er hins vegar á annan veg og telur hann að til þess að ná árangri þurfi nemendur að taka virkan þátt í námi sínu og fá að uppgötva aðferðir stærðfræðinnar á eigin spýtur. Hann leggur áherslu á hlutbundin verkefni þar sem nemendur fá færi á að ræða viðfangsefnið sín á milli sem og við kennarann. Áhugi og fyrri þekking nemenda spilar stórt hlutverk við vali á námsefni og telur hann mikilvægt að notfæra sér fjölbreyttar kennsluaðferðir til þess að koma til móts við misjafnar þarfir nemenda.

Þessar áherslur stærðfræðikennarans á yngsta stigi samræmast þeim áherslum er fræðimenn leggja til eigi stærðfræðikennsla að skila árangri. Þátttakandi þessi er sá eini sem lokið hefur B.Ed. prófi með áherslu á stærðfræðikennslu og má því velja því fyrir sér hvort sú staðreynd hafi áhrif á það viðhorf sem hann ber til árangursríkrar kennslu. Hann telur sjálfur að sú menntun sem hann búi yfir hjálpi honum mikið í kennslu sinni. Sérstaklega telur hann kennslufræðilega menntun sína hjálpa honum við að finna fjölbreyttar kennsluaðferðir sem koma til móts við þarfir nemenda.

Tveir þátttakenda eru honum sammála á því sviði og telja að sú kennslufræðilega menntun sem stærðfræðikennarar hljóta hjálpi mikið í stærðfræðikennslu. Á meðan einn þátttakandi telur að það sé einungis skortur á stærðfræðilegri þekkingu sem hamli honum í starfi.

Að ná árangri hefur alltaf verið mitt markmið í kennslu og því fólst gríðarlegur ávinningur fyrir sjálfan mig í verkefni þessu. Ekki einungis kynntist ég kennsluaðferðum, fræðasýnum og hugmyndum sem rannsóknir sýna að beri árangur í stærðfræðikennslu heldur fékk ég einnig innsýn inn í raunveruleikann. Í honum eru starfandi kennarar sem segja frá sínum viðhorfum og því hvað reynsla þeirra hefur sýnt að beri árangur. Vissulega kom í ljós í ritgerð þessari að þessi tvö sjónarmið eru ekki alltaf samhljóma.

Á meðan fræðimenn telja að nemendur eigi að uppgötva aðferðir stærðfræðinnar á eigin spýtur þá telja tveir þátttakendur rannsóknarinnar að flestir nemendur búi einfaldlega ekki yfir þeirri hæfni að geta það. Þó má einnig finna atriði sem þátttakendur eiga sameiginleg með fræðimönnum. Umræður og hæfni til þess að notfæra sér stærðfræðilegt tungumál er áhersluatriði þátttakenda jafnt sem fræðimanna. Þegar nemendur fá tækifæri til þess að tjá hugsanir sínar og heyra hugmyndir annarra þá öðlist þeir frekar skilning á viðfangsefninu. Til þess að geta tjáð sig á þennan hátt og tekið þátt í umræðum um stærðfræðileg viðfangsefni þurfa nemendur að geta notfært sér stærðfræðileg hugtök og því er þekking á stærðfræðitungumálinu mikilvæg.

Annað atriði þar sem þátttakendur hafa svipað sjónarmið og fræðimenn eru tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf nemenda og notagildi hennar. Eru þátttakendur sammála því að mikilvægt sé fyrir nemendur að átta sig á þeirri stærðfræði sem finna má í þeirra daglega lífi. Helsta markmið þátttakenda er að búa nemendur undir það líf sem tekur við eftir að grunnskóla lýkur og leggja þeir því áherslu á að nemendur öðlist hæfni sem geri þeim kleift að notfæra sér stærðfræðina í þeirra daglega lífi.

Þriðja atriðið er áherslan á einstaklingsmiðað nám. En sú stefna hefur verið sett að einstaklingsmiða þurfi allt nám til þess að nemendur geti náð árangri, hver á sínum forsendum. Þátttakendur eru allir fylgjandi þeirri hugmyndafræði og framfylgja henni í kennslu sinni þó ef til vill sé þeirra einstaklingsmiðun takmörkuð við hraðferð eða hægferð í gegnum náms-efnið. En með því eru þeir á réttri leið og greinilegt er að allir bera þeir hag nemenda í brjósti sér.

Sjónarmið þátttakenda má því telja góð og í takt við þær áherslur sem settar eru í stærðfræðinámi. Þó að þeir notfæri sér ef til vill ekki í miklum mæli þær kennslufræðilegu hugmyndir sem fræðimenn leggja til þá hafa

þeir sama viðhorf. Telja má að þær kennsluaðferðir sem þeir kjósa að notfæra sér séu sprottnar fram bæði af vana sem og af reynslu þeirra sem stærðfræðikennarar og jafnvel þeirri reynslu sem þeir hlutu sem nemendur. Það má því ekki draga þá ályktun að sú stærðfræðikennsla sem þeir sinna sé ekki árangursrík því hún samræmist ekki megin hugmyndum fræðimanna. Heldur mætti líta á þeirra viðhorf sem viðbótar þekkingu á hvernig stærðfræðikennarar geta náð árangri í kennslu sinni.

Sá ávinningur er hlýst af verkefni þessu er margþættur fyrir stærðfræðikennaraefni eins og mig og heilmikill lærdómur. Ég kynntist vel þeim kennslufræðilegu hugmyndum er liggja að baki árangursríkrar stærðfræðikennslu sem og viðhorfum starfandi kennara til þess hvers konar kennsla skilar árangri. Verkefnið hefur aukið þekkingu mína á árangursríkri stærðfræðikennslu og þeim atriðum sem stærðfræðikennarinn þarf að hafa í huga vilji hann ná árangri. Er það mín von að aðrir sem starfa á stærðfræðisviði, stunda þar nám eða einfaldlega hafa áhuga á að ná árangri í stærðfræðinámi og kennslu geti notfært sér rannsókn þessa til þess að ná þeim árangri sem þeir sækjast eftir.





## Heimildaskrá

- Aðalnámskrá grunnskóla: Almennur hluti 2011: Greinarsvið 2013 /2013
- Armstrong, T. (2011). *Fjölgreindir í skólastofunni* (Erla Kristjánsdóttir þýddi). Reykjavík: JPV útgáfa.
- Boaler, J. (2006). Urban success: A Multidimensional mathematics approach with equitable outcomes. *Phi Delta Kappan*, 87(5), 1–8. Sótt af <http://www.youcubed.org/wp-content/uploads/pdkarticlejuly2006.pdf>
- Boaler, J. og Humpreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas*. Heinemann, Portsmouth.
- Boaler, J. og Staples, M. (2008). Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608–645. Sótt af <http://www.tcrecord.org/Content.asp?contentid=14590>
- Cai, J., Perry, P., Wong, N. Y. og Wang, T. (2009). What is effective teaching?: A study of experienced mathematics teachers from Australia, the Mainland China, Hong Kong-China and the United States. Í J.Cai, G. Kaiser, B. Perry og N. Y. Wong (ritstjórar), *Effective mathematics teaching from teacher's perspectives: National and cross-national studies* (bls. 1–36). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense publishers.
- Correa, C.A., Perry, M., Sims, L.M., Miller, K.F. og Fang, G. (2008). Connected and culturally embedded beliefs: Chinese and US teachers talk about how their students best learn mathematics. *Teaching and Teachers Education*, 24(1), 140–153. Sótt af <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0742051X06001715>
- Gasser, K. W. (2011). Five Ideas for 21 Century Math Classroom. *American Secondary Education*, 39(3), 108 – 116. Sótt af <http://ows.edb.utexas.edu/sites/default/files/users/jvh/ASE%20summer%202011.pdf>
- Gerður G. Óskarsdóttir (ritstjóri). (2014). *Starfshættir í grunnskólum við upphaf 21.aldar*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Givvin, K.B., Jakobs, J., Hollingsworth, H. og Hiebert, J. (2009). What is effective mathematics teaching? International educators' judgements of mathematics lessons from the TIMSS 1999 video study. Í J.Cai, G. Kaiser, B. Perry og N. Y. Wong (ritstjórar), *Effective mathematics*

- teaching from teacher's perspectives: National and cross-national studies* (bls. 37 –69). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense publishers.
- Good, T.L., Reys, B.J., Grouws, D.A. og Mulryan, C.M. (1989). Using work-groups in mathematics instruction. Sótt af [http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed\\_lead/el\\_198912\\_good.pdf](http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_198912_good.pdf)
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2006). *Átta-Tíu, Kennsluleiðbeiningar – Bók 1*. Hafdís Finnbogadóttir ritstýrði. Námsgagnastofnun. Sótt af [http://www.nams.is/atta-tiu/atta\\_tiu\\_klb.pdf](http://www.nams.is/atta-tiu/atta_tiu_klb.pdf)
- Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir. (2015, febrúar). Instructional practices in mathematics classrooms. Sótt af [https://www.dropbox.com/sh/7ebgxn2skpumxo1/AACLXctVqFB0zl\\_oGWUBE0Hta/Gunnarsdottir\\_TWG19\\_CERME9.pdf?dl=0](https://www.dropbox.com/sh/7ebgxn2skpumxo1/AACLXctVqFB0zl_oGWUBE0Hta/Gunnarsdottir_TWG19_CERME9.pdf?dl=0)
- Guðrún Angantýsdóttir. (2009). Starfendarannsókn um stærðfræðikennslu á miðstigi. *Flatarmál*, 16(2), 39-43. Sótt af [http://flotur.ismennt.is/Flatarm%C3%A1/Flatarmal\\_2009\\_2tbl.pdf](http://flotur.ismennt.is/Flatarm%C3%A1/Flatarmal_2009_2tbl.pdf)
- Hansen, H.C., Jess, K. og Skott, J. (e.d.). *Matematik for lærerstudierende*. (Stuðst var við óbirta þýðingu Guðýjar Helgu Gunnarsdóttur og Kristínar Bjarnadóttur).
- Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., . . . Human, P. (1997). *Making sense, teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth: Heinemann.
- Ingvar Sigurgeirsson. (2005). Um einstaklingsmiðað nám, opinn skóla og enn fleiri hugtök. *Uppeldi og menntun*, 14(2), 9–31. Sótt af <https://notendur.hi.is/ingvars/Greinar/GreinIS.pdf>
- Ingvar Sigurgeirsson. (2013). *Litróf kennsluáðferðanna*. Reykjavík: IÐNÚ.
- Kilpatric, J., Swafford, J. og Findell, B. (2001). *Adding it up, helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academi Press.
- Kocak, Z. F., Bozan, R., og Isik, Ö. (2009). The importance of group work in mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 2363–2365. Sótt af <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042809004170#>
- Kristín Bjarnadóttir. (2003, desember). Menntun stærðfræðikennara, námsmat og stærðfræðileg hæfni. Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2003/009/index.htm>

- Kristín Einarsdóttir. (2012). *Breyttar áherslur í stærðfræðikennslu: Hlutverk kennara* (lokaverkefni til M.Ed – prófs). Sótt af <http://hdl.handle.net/1946/13443>
- Lamberg, T. (2012). Whole class mathematics discussions: Improving in-depth mathematical thinking and learning. Sótt af [http://www.pearsonhighered.com/assets/hip/us/hip\\_us\\_pearsonhighered/samplechapter/0132117339.pdf](http://www.pearsonhighered.com/assets/hip/us/hip_us_pearsonhighered/samplechapter/0132117339.pdf)
- Lichtman, M. (2013). *Qualitative Research in Education: A User's Guide* (3.útgáfa). United States of America: SAGE Publications, Inc.
- Lim, C.S. (2009). In search of effective mathematics teaching practice: The malaysian mathematics teachers' dilemma. Í J.Cai, G. Kaiser, B.Perry og N. Y. Wong (ritstjórar), *Effective mathematics teaching from teacher's perspectives: National and cross-national studies* (bls.123 –140). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense publishers.
- Loftur Guttormsson. (1992). Farskólalald í sextíu ár (1890- 1950): Nokkrir megindrættir. *Uppeldi og menntun*, 1(1), 207-222. Sótt af: [http://timarit.is/view\\_page\\_init.jsp?issId=312490&pageId=4844682&lang=is&q=Uppeldi%20og%20menntun](http://timarit.is/view_page_init.jsp?issId=312490&pageId=4844682&lang=is&q=Uppeldi%20og%20menntun)
- Maass, K. (2009). What are teacher's beliefs about effective mathematics teaching?: A qualitative study of secondary school teachers in Germany. Í J.Cai, G. Kaiser, B.Perry og N. Y. Wong (ritstjórar), *Effective mathematics teaching from teacher's perspectives: National and cross-national studies* (bls.141 –161). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense publishers.
- Sigríður Halldórsdóttir (ritsjóri). (2013). *Handbók í Aðferðafræði Rannsóknna*. Akureyri: Ásprent Stíll ehf.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. og Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development* (2. útgáfa). Columbia University: Teachers College.
- Stigler, J.W. og Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership: Improving achievement in math and science*, 16(5), 12-17.
- Taplin, M. (e.d.). Mathematics Through Problem Solving. Sótt af [http://www.mathgoodies.com/articles/problem\\_solving.html](http://www.mathgoodies.com/articles/problem_solving.html)
- Terwel, J. (2011, 23-24 maí). Cooperative learning and Mathematics Education : A happy marriage? Sótt af <http://www.oecd.org/edu/ceri/48078491.pdf>

- The Literacy and Numeracy Secretariat. (2008). *Differentiating Mathematics Instruction*. Sótt af [http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/different\\_math.pdf](http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/different_math.pdf)
- Tomlinson, C. A. (2001). *How to differentiate instruction in mixed ability classrooms* (2.útgáfa). ASCD, Alexandria, Virginia USA.
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (5.útgáfa). United States of America: Pearson.
- Wiliam, D. (2011). *Embedded formative assessment*. Bloomington, IN: Solution Tree Press.
- Wilson, P.S. og Ducloux, K.K. (2009). Good mathematics teaching and the role of students' mathematical thinking: High school teachers' perspectives. Í J.Cai, G. Kaiser, B.Perry og N. Y. Wong (ritstjórar), *Effective mathematics teaching from teacher's perspectives: National and cross-national studies* (bls.93 –121). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense publishers.
- Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson. (2012). *Úttekt á stærðfræðikennsla á unglingastigi grunnskóla*. Sótt af <https://www.menntamalaraduneyti.is/frettir/forsidugreinar/nr/6882>

## Viðauki A

Ég heiti Anna Þórunn Guðmundsdóttir og starfa sem umsjónarkennari á yngsta stigi. Er ég nú að skrifa lokaverkefni mitt til M.Ed. gráðu við Menntavísindasvið Háskóla Íslands sem snýr að árangursríkri stærðfræðikennslu. Leiðbeinandi minn er Guðbjörg Pálsdóttir.

Verkefnið snýr að því að fá innsýn inn í þá stærðfræðikennslu sem kennarar beita til þess að ná árangri í starfi. Skoðaðir verða ýmsir þættir kennslu þeirra sem snúa m.a. að skipulagningu, kennslu-aðferðum, einstaklingsmiðun, fjölbreyttum kennsluháttum og viðhorfum þeirra til áherslna og markmiðis stærðfræðináms. Ég óska hér með eftir þínu leyfi til þess að taka viðtöl við fjóra stærðfræðikennara skólans.

Dagsetning: \_\_\_\_\_

Undirskrift skólustjóra: \_\_\_\_\_

## Viðauki B

Ég heiti Anna Þórunn Guðmundsdóttir og starfa sem umsjónarkennari á yngsta stigi. Er ég nú að skrifa lokaverkefni mitt til M.Ed. gráðu við Menntavísindasvið Háskóla Íslands sem snýr að árangursríkri stærðfræðikennslu. Leiðbeinandi minn er Guðbjörg Pálsdóttir.

Verkefnið snýr að því að fá innsýn inn í þá stærðfræðikennslu sem kennarar beita til þess að ná árangri í starfi. Skoðaðir verða ýmsir þættir kennslu þeirra sem snúa m.a. að skipulagningu, kennslu-aðferðum, einstaklingsmiðun, fjölbreyttum kennsluháttum og viðhorfum þeirra til áherslna og markmiðis stærðfræðináms. Óska ég hér með eftir þátttöku þinni í rannsókn þessari.

Dagsetning: \_\_\_\_\_

Undirskrift : \_\_\_\_\_

## Viðauki C

Viðmiðunarspurningar sem rannsakandi hafði sér til hliðsjónar í viðtölum við þátttakendur.

- Hver er menntun þín?
- Skiptir það máli fyrir stærðfræðikennara að vera menntaðir í greininni?
- Hver telur þú vera merki árangursríkrar kennslustundar í stærðfræði?
- Hver telur þú vera aðal markmiðin með stærðfræðinámi?
- Getur þú lýst fyrir mér hefðbundnum stærðfræðitíma?
- Til hvers hugsar þú við val á verkefnum?
- Hversu stóru hlutverki gegna nemendurnir sjálfir, þeirra þekking og áhugi í kennslu þinni?
- Notfæra þú eða nemendur þínir einhver námsgögn í kennslustundum?
- Hvaða þætti innan stærðfræðinnar telur þú mikilvægast að leggja áherslu á / hvaða þætti leggur þú sjálfur áherslu á í kennslu þinni?
- Einstaklingsmiðar þú kennslu þína?
  - Hvernig?
  - Hvers vegna?/hvers vegna ekki?
- Hvaða námsefni notar þú?
  - hvers vegna?
- Hugsarðu um að vekja og viðhalda áhuga nemenda þinna fyrir stærðfræði við undirbúning kennslu þinnar og val á verkefnum?
- Hversu mikilvægar telur þú umræður vera ?
  - notarðu þær mikið?
  - hvers vegna/hvers vegna ekki?
- Hversu mikilvæga telur þú hópavinnu vera?
  - Notarðu það mikið?
  - Hvers vegna/hvers vegna ekki?
- Telur þú nemendur þína vera virka þátttakendur í námi sínu?
  - Hvernig lýsir þessi virkni sér?
- Hversu mikilvæg er góð þekking/kunnátta á tungumáli stærðfræðinnar

- Fyrir þig?
- Fyrir nemendur þína?
- Mundir þú telja þig búa yfir miklu safni af kennsluaðferðum?
  - Notarðu þær allar?
  - Hvað notarðu mest?
  - Er mikilvægt að búa yfir miklu safni af kennsluaðferðum?
- Hversu mikilvægan telur þú sveigjanleika ver a í þínu starfi þegar við kemur t.d. námstíma, námsefni, kennslustundum, aðalnámskrá grunnskóla?
- Leggur þú áherslu á að góð stærðfræðikunnátta sé gagnleg nemendum?
  - Hvers vegna/hvers vegna ekki?
- Viðhorf þitt til fjölbreyttra kennsluhátta og mikilvægi þeirra í þinni kennslu?
- Hver er þín skoðun á fjölgreindakenningu Gardners?
  - Notfærir þú þér þá kenningu í þínu starfi?
  - Hvers vegna/hvers vegna ekki?
- Hefur þú breytt stærðfræðikennslu þinni eitthvað í gegnum árin?
  - Hvers vegna/hvers vegna ekki?
- Er eitthvað sem hindrar þig í því að sinna stærðfræðikennslunni á þann veg er þú telur árangursríkastann?