

Ég heyri, ég veit.
Ég sé, ég man.
Ég geri, ég skil.

Umfjöllun um gagnsemi útináms í stærðfræði
og kennsluhugmyndir fyrir nemendur í 1. – 5. bekk

Anna Lilja Sigurðardóttir



Lokaverkefni lagt fram til fullnaðar B.Ed.-gráðu
í grunnskólakennarafræði við Háskóla Íslands, Menntavísindasvið

Apríl 2009

Lokaverkefni til B.Ed. - prófs

Ég heyri, ég veit.
Ég sé, ég man.
Ég geri, ég skil.

Umfjöllun um gagnsemi útináms í stærðfræði
og kennsluhugmyndir fyrir nemendur í 1. – 5. bekk

Anna Lilja Sigurðardóttir
141070 - 4879

Háskóla Íslands,
Menntavísindasvið
Kennaradeild, grunnskólakennarafræði
Apríl 2009

Útdráttur

Að lokinni setu í námskeiði sem fjallaði um útikennslu kviknaði hugmyndin að verkefninu. Vaknaði hugmynd um að gera greinagerð sem styddi við hugmyndir um stærðfræðikennslu og nám utan dyra. Auk þess hefti með stærðfræðiverkefnum sem kennarar gætu nýtt sér til að færa hluta stærðfræðináms nemenda sinna út fyrir vegg skólastofunnar. Sem stuðningur við markmið útináms var leitað í námskenningar sálfræðinganna Jean Piaget, Lev Vygotsky og heimsspekingsins John Dewey. Færð voru rök fyrir gagnsemi útináms í byrjendakennslu í stærðfræði og við lausnir þrauta. Auk þess er fjallað um gagnsemi útikennslu við samþættingu námsgreina, mikilvægi góðs skipulags við val á stærðfræðiverkefnum og þátt leikja og spila í stærðfræðikennslu. Einnig gafst tækifæri til að ræða við Hlín Helgu Pálsdóttur um reynslu hennar af útikennslu og hvernig hún nýtir hana í dag.

Efnisyfirlit

Útdráttur.....	3
Inngangur	5
1. Kafli. Hugmyndafræðin sem verkefnið byggir á	5
2. Kafli. Byrjendakennsla í stærðfræði.....	8
3. Kafli. Prautalausnir	8
4. Kafli. Samþætting námsgreina	10
5. Kafli. Skipulagning verkefna	11
6. Kafli. Leikir í stærðfræðikennslu	12
7. Kafli. Kostir náms utan dyra	13
8. Kafli. Námsmat	14
9. Kafli. Undirbúningur útikennslu.....	15
Lokaorð.....	17
Heimildir	18

Inngangur

Verkefni þetta fjallar um leiðir kennara til að færa stærðfræðinám nemenda, að hluta til, út fyrir skólastofuna, þar sem námsleiðirnar eru leikir og rannsóknir og viðfangsefnin fundin í umhverfinu. Samkvæmt *almennum hluta Aðalnámsskrár* (2006:13-14) eiga nemendur í 1. – 4. bekk að fá að lágmarki 30 kennslustundir á viku og nemendur í 5. bekk 35 stundir á viku. Inni í þessum tímum eru að lágmarki fimm kennslustundir til stærðfræðikennslu. Í inngangi að *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár* (2007:8) er tekið fram að kennsluhættir í stærðfræði skuli vera fjölbreyttir. Ef tekið er mið að löngum skóladegi nemenda er fjölbreytni í kennslu mikilvæg. Ein leið til að auka fjölbreytni verkefna og kennsluhátta er að færa hluta stærðfræðikennslunnar út fyrir skólastofuna.

Titill verkefnisins, 2500 ára gömul orð Confuciusar, vísar til þessarar fjölbreytni. Þegar nemendur fá tækifæri til að vinna með viðfangsefnin eftir mörgum leiðum byggist skilningur þeirra á breiðum grunni. Kennari skapar þennan breiða grunn með því að finna nemendum verkefni sem byggð eru jafnt á hlustun, áhorfi og framkvæmd.

Markmið verkefnisins er að hvetja kennara í 1. – 5. bekk til að fara út með nemendur sína og vinna stærðfræðiverkefni utan dyra. Reynt er að ná því fram með fræðilegri umfjöllun um útinám, auk hugmynda að útinámsverkefnum völdum með hliðsjón af hluta lokamarkmiða eftir 4. – 7. bekk í stærðfræðihluta *Aðalnámsskrár*. Verkefnin eru sett fram á einfaldan hátt þannig að kennarar geti nýtt sér þau með lítilli fyrirhöfn, auk annarra verkefna sem þarfnast meiri undirbúnings og fyrirhafnar.

1. Kaflí. Hugmyndafræðin sem verkefnið byggir á

Áður en farið er að fjalla um námskenningar, sem markmið útináms falla vel að, og hugmyndafræði sem styður við stærðfræðikennslu utan dyra, er þörf á að útskýra og skilgreina notkun á hugtökunum útinám og útikennsla í þessari greinagerð. Margir tengja hugtökin náttúrufræðinámi en í þessari greinagerð tengjast þau stærðfræðinámi utan dyra. Náttúran nýtist þó eðlilega sem náms- og kennslugagn í mörgum verkefnum. Útinám á við nám nemenda utan dyra og útikennsla lítur að hlutverki kennarans. Markmiðið með

Því að kenna stærðfræði utan dyra er að nemendur fáist við áþreifanleg og raunveruleg verkefni sem líkleg eru til að vekja áhuga þeirra. Til þess að ná þessu markmiði fram verða verkefnin sett fram sem þrautir, leikir og rannsóknir.

Hér verður gerð grein fyrir þeim kenningum sem ég byggi á við val á verkefnum og vinnubrögðum í stærðfræðinámi utan dyra. Sálfræðingurinn Jean Piaget hafði mikil áhrif á hugmyndir fræðimanna um nám barna á síðustu öld. Hann taldi börn læra með því að bregðast við umhverfinu og í gegnum viðbrögð sín þjálfði þau, hugtaka-, félagslega- og rökfræðilega þekkingu. Samkvæmt hugmyndum hans þroskast hugtaka- og rökfræði þekking barna samhliða, á þann hátt að þegar skilningur þeirra á nýjum hugtökum eykst setja nemendur hugtökin í samband við fyrri þekkingu. Til þess að börn geti þroskað þekkingu sína og skilning taldi Piaget að þau þyrftu að fást við raunveruleg vandamál, hafa tækifæri til þess að vinna að þeim með öðrum börnum og vinna hlutbundið að lausnum (Charlesworth og Lind 2007:15). Allt eru þetta þættir sem vel má koma til mótis við í útinámi. Verkefnin verða vart raunverulegri en úti í náttúrunni og lausn þeirra verður að finna með því að nota raunveruleg mælitæki, ásamt því að utan dyra fá börn gott tækifæri til að tala saman og vinna að niðurstöðum.

Í litla Piaget kverinu (Charles 1982:27-28) er nefnd sú staðreynd, sem Piaget gerði sér grein fyrir, að ung börn eru orkumikil og athafnasöm. Þessi staðreynd er hvatning til kennara til að nýta sér kennslu utan dyra sem kennsluaðferð. Utan dyra fá nemendur útrás fyrir hreyfipörfina og með stærðfræðiverkefni eða leik getur kennari skapað aðstæður sem stuðla að auknu námi nemenda.

Annar sálfræðingur Lev Vygotsky fjallaði meðal annars í kenningum sínum um vitsmunafroska barna og leiðir þeirra til að auka hann. Hann taldi að rétt eins og fullorðnir nota ýmis áhöld í daglegu lífi, þróa börn með sér andleg verkfæri til að styðjast við um leið og þau læra á umhverfið og af því. Þessi verkfæri kallaði hann tákni og taldi að málið væri mikilvægasta táknerfið af öllum, því það hjálpar til við að læra önnur kerfi. Einnig taldi hann að eftir tveggja ára aldurinn færu táknerfin að verða það flókin að börn þyrftu á aðstoð fullorðinna að halda til að auka skilning sinn. Í þessu atriði felst meginmunur hugmynda þessara tveggja kenningasmiða. Piaget taldi börnin eiga að spreyta sig án aðstoðar fullorðinna á meðan Vygotsky taldi fullorðna verða að kynna ólíkar hugmyndir fyrir börnum til að fleyta þeim áfram í þroska (Charlesworth og Lind

2007:15). Kenningar Vygotsky falla vel að markmiðum með útinámi þar sem utan dyra er margt framandi og forvitnilegt fyrir nemendur, jafnt hugtök sem og vitneskja sem hægt er að fá úr umhverfinu. Nemendur hafa ekki tækifæri til þess að kanna allan þann aragrúa upplýsinga af sjálfdáðum. Því er þeim nauðsynlegt að hafa fullorðna manneskju nærri til að leiðbeina og aðstoða sig við að setja hlutina í samhengi.

Vygotsky lagði áherslu á mikilvægi talmálsins fyrir ung börn við lausn verkefna og þrauta. Áhrif þess eru það mikil að ef þau hafa ekki stuðning af talmálinu er ekki víst að ung börn geti komist að lausn verkefna (Vygotsky 1978:26). Námsumhverfið sem skapast þegar farið er með kennsluna út fyrir skólastofuna gefur nemendum tækifæri til að vinna í hópum og ræða saman um lausn verkefna. En einnig fá nemendur tækifæri til að miðla af þekkingu sinni til annarra nemenda og velta upp spurningum með aðstoð kennara.

Heimsspekingurinn John Dewey setti fram þá kenningu að nám barna byggðist á reynslu og að sú reynsla væri byggð á upplifun nemenda í raunverulegum aðstæðum (Dewey 2000:99). Nemendur verða að vera virkir, jafnt líkamlega sem andlega, til að verða fyrir reynslu og til þess að sú reynsla nýttist í námi verða nemendur að fá tækifæri til að ígrunda hana (Kristín Norðdahl 2005:3-4). Í útinámi felst mikil upplifun fyrir nemendur, þar sem mörg skilningarvit eru virkjuð þegar unnið er utan hefðbundinnar skólastofu. Um leið og nám nemenda fer fram utan dyra upplifa þeir tengingar við margt svo sem veður, umhverfishljóð og víðáttu. Þeir sjá tengingar við daglegt líf og víkka þannig út skilning sinn. Þegar vel tekst til og þessi reynsla verður nemendum ánægjuleg, upplifa þeir sigra og hvatningu til frekari afreka.

Þrátt fyrir að kenningar ofangreindra fræðimanna styðji hugmyndir um nám þar sem nemendur fá að læra af reynslunni, þá eru þær ólíkar hvað varðar aðkomu kennarans að náminu. Þeir hvetja þó allir kennara til að skapa nemendum sínum verkefni þar sem þeir fá að prófa sig áfram og spreyta sig á viðfangsefnum við hæfi.

Þættir í kenningum Piaget, Vygotsky og Dewey falla vel að hugmyndum manna um þrautalausnir í stærðfræðinámi. Piaget hafði þá trú að nemendur þyrftu að fá að prófa sig áfram til þess að tengja saman nýjar og gamlar hugmyndir. Vygotsky taldi kennarann þurfa að koma að námi nemenda sem verkstjórnandi, án þess að veita of mikla aðstoð og Dewey lagði áherslu á mikilvægi reynslunnar í námi barna.

2. Kafli. Byrjendakennsla í stærðfræði

Í kennarabók með *Einingu 1* (1999:9) kemur fram að við upphaf skólagöngu hafa ungir nemendur þegar nokkra reynslu af stærðfræði. Þeir hafa flokkað kubba eða aðra smáhluti og nýtt sér rúmfræði til að raða leikföngum. Margir kunna að telja og eru jafnvel farnir að leggja saman. Þennan fjölpætta stærðfræðigrunn hafa nemendur tileinkað sér á misjöfnum hraða og taka þarf tillit til þess við skipulagningu námsins. Námsumhverfi ungra nemenda þarf að vera fjölbreytt og á það jafnt við námsgögn sem og námsleiðir. Auk þess þurfa þeir að hafa tækifæri til að skila niðurstöðum verkefna sinna á margvíslegan hátt.

Megin áherslan í stærðfræðinámi á að vera á skilning nemenda. Þeir eiga meðal annars að fá tækifæri til að rannsaka á hlutbundinn hátt, rökstyðja niðurstöður og tilgátur, áætla hugsanlegar lausnir og uppgötva í námi sínu. Vinna sem þessi krefst áræðni af nemendum, þeir verða að þora að prófa sig áfram, gera villur og læra af þeim. Hlutverk kennarans er að skapa umhverfi þar sem nemendur treysta sér til að fást við stærðfræði á þennan hátt (Van de Walle 2007:14).

Kennsla byggð á þessum forsendum á rætur að rekja til hugsmíðahyggju sem grundvallast á þeirri hugmynd að börn byggja upp þekkingu sína sjálf. Þegar nemendur læra nýja færni eða þekkingu tengja þeir hana því sem þeir hafa áður lært. Þeim mun fleiri tengingar sem þeir hafa við fyrri reynslu, þeim mun betur gengur nemendum að tileinka sér nýja þekkingu. Þessi virkjun hugans verður til þess að nám á sér stað. Hver og einn nemandi verður að fá tækifæri til að mynda þessar tengingar á sínum hraða og eigin forsendum (Van de Walle 2007:22).

Með því að skipuleggja byrjendakennslu í stærðfræði utan dyra er hægt að ná fram mikilli fjölbreytni, bæði í viðfangsefnum og gögnum auk þess sem utan dyra skapast aðstæður sem vekja forvitni og hvetja nemendur til þátttöku. Allt vinnur þetta saman til að auðga og víkka út reynsluheim nemenda sem þeir geta tengt nýjum þáttum.

3. Kafli. Prautalausnir

Prautalausnir sem kennsluaðferð í stærðfræði hefur verið að ryðja sér til rúms undanfarna áratugi. Megin markmið allra stærðfræðiprauta er að örva þann sem glímir við þær til að tengja lausn þrautarinnar við fyrri þekkingu og um leið auka skilning sinn á stærðfræði. Kennari sem leggur fyrir þraut þarf að gera sér grein fyrir að hann á ekki að koma með

svörin, nemendur verða að fá tækifæri til að glíma við þrautina. Í námi utan dyra skapast aðstæður sem kennari getur nýtt sér til að standa á hliðarlínunni og fylgjast með vinnu nemenda.

Kennsluferlið byggir á þremur þáttum, því sem gerist áður en nemendur byrja að leysa þrautina, því sem gerist á meðan og því sem gerist eftir að lausn er fundin (Van de Walle 2007:41-48). Áður en nemendur hefjast handa við að leysa þraut verður kennari að vera viss um að allir skilji hvaða vandamál þarf að leysa. Einnig þarf nemendum að vera ljóst hvert fyrirkomulag vinnunnar verður og hvernig þeir eiga að skila af sér niðurstöðum. Nauðsynlegt er að kennari undirbúi nemendur stærðfræðilega fyrir þrautina. Það er að segja þeir þurfa að hafa fengist við þá þætti stærðfræðinnar sem þarf til að leysa þrautina, þannig geta þeir nýtt sér fyrri þekkingu. Meðan á vinnu nemenda við þrautina stendur verður kennari að gefa þeim svigrúm til að velta henni fyrir sér og prófa sig áfram að lausn. Kennarinn þarf að hlusta vel á samtöl nemenda og varast að grípa inní of snemma. Sjálfsagt er að veita hóflegar vísbendingar, ef nemendur eru í miklum vandræðum, en þá í formi spurninga þar sem svörin leiða þá áfram. Á meðan á vinnu nemenda stendur skapast kjörið tækifæri fyrir kennara til að hlusta á samræður þeirra og meta skilning. Að lokinni vinnu kynna nemendur niðurstöður sínar og færa rök fyrir þeim. Þá gefst samnemendum tækifæri til að spyrja spurninga. Kennari þarf að varast að dæma svörin og nauðsynlegt er að gefa nægan tíma fyrir umræður. Að lokum eru dregnar saman helstu niðurstöður og velt upp hugmyndum að frekari vinnu.

Í *kennarabók með Einingu 2* (1999:18-19) er bent á nokkur atriði sem kennari þarf að hafa í huga við val á þrautum til kennslu. Verkefnin þurfa að vera tengd reynsluheimi nemenda, þeir þurfa að geta nýtt sér fyrri reynslu til að leysa þau, verkefnin þurfa að vera samin í samræmi við getu og skilning nemenda og þau þurfa að vekja áhuga þeirra.

Verkefni sem nemendur geta ekki tengt áhugasviði, getu eða fyrri reynslu ná fæst að virkja áhuga þeirra til þess að nám eigi sér stað. Ein leið sem kennari getur nýtt sér er að fá nemendur með í undirbúningsvinnuna. Nemendur geta komið með hugmyndir að verkefnum sem tengjast áhuga þeirra og kennari útfært þær hugmyndir að stærðfræðilegri getu nemenda.

Í bók sinni *Elementary and Middle School Mathematics* nefnir John A. Van de Walle (2007:39) nokkra kosti þess að nota þrautalausnir við stærðfræðikennslu. Þegar

nemendur leysa þrautir beinist athygli þeirra að hugmyndum stærðfræðinnar og skilningi sínum á þeim. Annar kostur er að nemendur þurfa að orða skilning sinna á stærðfræðinni og um leið tengja við fyrri þekkingu og reynslu. Einnig er það talinn kostur að hver og einn nemandi nálgast þrautir með eigin stærðfræðiþekkingu og skilningi og leysir þær á eigin forsendum. Síðast en ekki síst er ánægjan, sem nemendur upplifa þegar þeir komast að lausninni, talin einn af kostum þrautalausna.

Meginmarkmiðið með notkun þrautalausna sem kennsluáferð er að nemendur auki skilning sinn á stærðfræði. Útinám vinnur einnig að þessu markmiði með því að þar skapast tækifæri fyrir nemendur til að vinna í raunverulegum aðstæðum. Glíma nemenda við þrautir utan dyra, sem byggðar eru á hlutbundinni vinnu, tengir þannig stærðfræðina daglegu lífi þeirra. Unnið er með hluti sem nemendur þekkja sem hjálpar þeim að orða skilning sinn á stærðfræði og tengja hann við fyrri þekkingu.

4. Kafli. Samþætting námsgreina

Í inngangi að *Aðalnámsskrá í stærðfræði* (2007:16-17) segir að kennari þurfi að finna verkefni, innan annarra námsgreina, sem sýni fram á tengingu stærðfræðinnar við daglegt líf. Þær tengingar þurfa einnig að ná út fyrir þann raunveruleika sem nemendur þekkja, til þess að auka víðsýni þeirra.

Tilgangur stærðfræðináms er nemendum oft hulinn og þeir koma ekki alltaf auga á hann í umhverfi sínu. Þeir gera sér jafnvel ekki grein fyrir því að ólík verk eins og að byggja úr kubbum og að leggja gangstétt þarfnast hvort tveggja kunnáttu í stærðfræði. Samþætting námsgreina er ein leið sem kennari getur nýtt sér til að auðvelda nemendum að koma auga á fjölbreyttar tengingar stærðfræðinnar við daglegt líf. Útikennsla er leið til samþættingar fyrir kennara, þar sem hún gefur nemendum tækifæri til að fræðast um og vinna með ýmsa þætti í umhverfi sínu.

Stærðfræði og náttúrufræði eru námsgreinar sem henta vel til samþættingar. Fjölmörg hugtök stærðfræðinnar eru nýtt innan náttúrufræði, báðar greinarnar leggja áherslu á fjölbreytta tjáningu niðurstaðna auk þess sem tungumálið gegnir veigamiklu hlutverki í rannsóknarvinnu beggja námsgreina. Markmið í námsskrám þessara greina eru um margt sameiginleg og lögð er áhersla á þjálfun svipaðra vinnubragða (Petersen og Mogensen 2000:21). Auk þess sem þessar námsgreinar eiga marga sameiginlega þætti

henta þær báðar mjög vel til útináms. Getur þá hvort tveggja komið til greina, að nýta stærðfræði við nám í náttúrufræði sem og að nýta náttúruna í stærðfræðinámi.

Í inngangi þemahefta í stærðfræði, sem bera nafnið *Starting from thems*, skrifar Shirley Clarke (1996:4) að reynsla sem við verðum fyrir í lífinu er ekki í afmörkuðum pökkum merktum námsgreinunum. Það sama á við um stærðfræði, í okkar daglega lífi höfum við sjaldnast reynslu af henni einni og sér, frekar sem hluta af öðrum viðfangsefnum. Í útinámi gefst nemendum tækifæri til að vinna verkefni sem tengjast daglegur lífi og koma þannig auga á stærðfræðina í tengslum við raunveruleikann.

Við nýtum þekkingu okkar á stærðfræði daglega og því er hún ekki einangruð námsgrein sem gripið er til á tyllidögum. Þannig fléttast hún inní líf okkar á margvíslegan hátt sem gefur kennurum tækifæri til að leggja fjölbreytt verkefni fyrir nemendur sína. Eitt af verkefnunum sem fylgja þessari greinagerð er ferð á vettvang til að skoða umferðamerkin. Í sömu ferð getur kennari hvatt nemendur til að velta fyrir sér staðsetningu umferðamerkja og ástæðum þess að þau eru ekki öll eins í laginu. Með þessu móti fer verkefnið úr því að vera einungis stærðfræðiverkefni í að vera samfélagsfræðiverkefni og jafnvel upplýsingatækniverkefni þegar teknar eru stafrænar myndir af umferðamerkjunum.

5. Kafli. Skipulagning verkefna

Við skipulagningu verkefna til útikennslu gildir það sama og um önnur verkefni. Í fyrstu þarf að huga að hvaða markmiðum unnið hefur verið að og ákveða hvaða námsþætti á að kenna í framhaldinu. Að því loknu þarf að skipuleggja í hverju vinna nemenda felst og velja námsgögn. Þá er komið að því að kenna og í kjölfar kennslunnar þarf að framkvæma endurmat (Charlesworth og Lind 2007:37-38).

Kennari getur nýtt sér fjölmörg matstæki til að fylgjast með getu nemenda sinna. Hægt er að nota próf, viðtöl, gátlista og fleira en auk þess skapast aðstæður í vinnu utan dyra til að meta nemendur. Þegar unnið er utan dyra og kennari gefur nemendum svigrúm til að leita lausna, er tækifæri fyrir hann til að ganga um og hlusta á samræður þeirra. Með þessu móti er hægt að fá miklar upplýsingar um getu nemenda, sem tekið er svo mið af við val á frekari verkefnum. Því sama gildir um verkefni sem eru of létt sem og þau sem eru of erfið, þau ná ekki athygli nemenda. Áður en kennari færir nám nemenda út fyrir

skólafundun þurfa markmiðin með náminu að vera ljós og öll gögn við höndina. Sömu lögmál gilda um kennslu utan dyra og innan. Ef nemendur skynja óskipulag hjá kennara dvínar athyglin og verkefnið missir marks. Að verkefni loknu er nauðsynlegt fyrir kennara að fara yfir hvernig nám nemenda gekk og hvort taka þurfi tillit til einhverra þátta í næsta verkefni.

Í þessari greinagerð er stærðfræði til umfjöllunar þannig að kennari þarf að taka tillit til stærðfræðilegs skilnings nemenda sem og þeirra námsþátta sem unnið hefur verið með, þegar valin eru verkefni til að kenna í útikennslu. Verkefnið getur hvort sem er verið þjálfun í ákveðnum vinnubrögðum sem nemendur hafa verið að æfa eða innlögn á nýjum námsþætti. Kennari þarf í hvoru tilfellinu sem er að fara í gegnum ferlið sem lýst er hér að ofan til þess að verkefnið verði nægilega ögrandi fyrir nemendur. Einnig þarf hann að aðlagja verkefni að þörfum nemenda. Í flestum námshópum er geta einstaklinga misjöfn auk þess sem þeir vinna á misjöfnum hraða og taka þarf tillit til þess. En allir geta eitthvað og er það verkefni kennarans að komast að því.

Þegar nýtt efni er kynnt nemendum er mikilvægt að svokölluð kveikja, heppnist vel. Í bók sinni *Litróf kennsluaðferðanna* (1999:18-21) nefnir Ingvar Sigurgeirsson þrjá þætti sem hafa þarf í huga. Í fyrsta lagi að tengja efnið fyrri þekkingu nemenda, í öðru lagi þurfa markmiðin með náminu að vera skýr og í þriðja lagi þarf að vekja áhuga nemenda.

Kveikjunni er ætlað að vekja áhuga og forvitni nemenda sem og að draga athygli þeirra að efninu. Kveikjur geta verið margskonar. Bekknum gæti hafa borist þraut til að leysa, nemendum er sýnd athyglisverð mynd, farið í spennandi leik eða dularfullur hlutur birtist í stofunni. Í raun og veru eru engin takmörk fyrir því hvað hægt er að nota sem kveikju í kennslu. Sem dæmi gæti eitt af útinámsverkefnunum sem þessari greinagerð fylgir verið kveikja að frekari vinnu nemenda.

6. Kafli. Leikir í stærðfræðikennslu

Utan dyra skapast fjölmörg tækifæri fyrir kennara til stærðfræðikennslu í gegnum leiki, og er hér ekki átt við frjálsan leik heldur skipulagða námsleiki með það að markmiði að auka skilning nemenda á stærðfræði. Leikir sem hægt er að nýta sér í útikennslu þarfnast oft mikils rýmis auk fjölbreytni í umhverfi svo sem grasflatir, malbik, möl og hellulagða

stíga. Námsleikir, utan dyra, eru ein leið sem kennari getur nýta sér til að gera skólalag nemenda fjölbreyttari.

Í leikjum og spilum fá nemendur tækifæri til að vera virkir, jafnt líkamlega sem vitsmunalega, íhuga með því að beita rökhugsun og verða fyrir reynslu. Auk þess sem löngun eftir frekari þekkingu og hugmyndaflug eykst. Þegar börn spila þurfa þau að leysa hvers kyns þrautir, nýta sér ályktunarhæfni og kerfisbundna hugsun. Piaget taldi að börn gætu skapað sér leik úr hvaða viðfangsefni sem væri og að þau gerðu ekki alltaf greinamun á leik og starfi (Petersen og Mogensen 2000:16). Vygotsky benti á mikilvægi talmálsins í leikjum nemenda, með því leiðrétta þau hvert annað, ræða skipulag og þær reglur sem eru í gildi hverju sinni (Mooney 2000:83).

Af þessari upptalningu má sjá að leikir hafa fjölbætt áhrif á nám nemenda auk þess sem virkni þeirra eykst. Líkamleg virkni eykst þar sem leikir krefjast oft einhverrar hreyfingar og andleg virkni meðal annars í gegnum samræðuna. Kenning Piaget ætti að styrkja kennara í því að nota leiki sem kennsluáferð. Þar sem nemendur virðast ekki gera greinamun á leik og starfi, verður upplifun þeirra af náminu sem leikur og skemmtun og hvetur þá til frekari þátttöku.

7. Kafli. Kostir náms utan dyra

Í kjölfar þess að bresk yfirvöld gáfu út yfirlýsingu sem hvetur skóla til að nýta sér umhverfið í kennslu, kom út skýrsla sem ber nafnið *Learning outside the classroom* (House 2008:5-9). Í henni eru nefndir nokkrir kostir sem nám utan dyra er talið hafa umfram nám innan dyra. Í fyrsta lagi er þar tekið fram að þegar útinám er vel skipulagt og vel framkvæmt þá geti það aukið persónulegan, félagslegan og tilfinningalegan þroska nemenda. Á þetta einna helst við um útivistarverkefni þar sem nemendur þurfa að takast á við eigin hræðslu, úti í náttúrunni, til að ljúka viðfangsefninu. Einnig er nefnt að skilningur nemenda verður meiri á námsefninu þegar unnið er með það utan dyra í raunverulegum aðstæðum, frekar en innan dyra í umhverfi sem er framandi viðfangsefninu. Nemendur reyni þannig að setja nýja námþætti í samband við fyrri þekkingu.

Við gerð bresku skýrslunnar voru tekin viðtöl við nokkur börn sem lýstu yfir ánægju sinni varðandi nám utan hefðbundinnar skólastofu. Þau nefndu að utan dyra

fengju þau að skoða frekar en eingöngu að hlusta. Auk þess finnst þeim skemmtilegra að læra með því að handfjatla viðfangsefnin. Og sum sögðu „Við lærum á skemmtilegan hátt.” Einnig er greint frá því í skýrslunni að fylgst hafi verið með bekk sem setið hafði aðgerðalítill og hlustað á kennarann, en varð skapandi og virkur þegar hann fékk tækifæri til að vinna að eigin lausnum utan dyra (House 2008:10).

Skýrslan gefur því til kynna að útinám geti haft ýmislegt umfram nám innan dyra sem og að það geti skilað öðru og meiru til nemenda, en einungis þeim námsþáttum sem unnið er með. Samkvæmt skýrslunni virðist útiveran efla skynjun þeirra og þátttöku, þar sem nemendur eru virkari í náminu.

8. Kafli. Námsmat

Samkvæmt *almennum hluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2006:16) er eitt af hlutverkum skóla og kennara að gefa foreldrum upplýsingar um námsframvindu nemenda, með hliðsjón af því hvernig þeim gengur að tileinka sér þau námsmarkmið sem unnið er að. Námsmatinu er ætlað að gefa upplýsingar sem hjálpa nemendum í námi, örva þá og hvetja til að leggja sig fram. Námsmat er því mikilvæg upplýsingagjöf til kennarar til að nýta við skipulagningu kennslu, til nemenda sem verkfæri í námi og til foreldra sem aðhald og aðstoð við nám barna sinna.

Fjölmargar leiðir eru til við námsmat, hér verður einungis fjallað um símat og hvernig útíkennsla getur hjálpað til við það. Með símati er átt við mat sem á sér stað allan veturinn og kennari beitir við það fjölbreyttum aðferðum. Í *kennarabók með Einingu 1* (1999:17-18) er fjallað um hvernig matið verður hluti af námsferlinu þar sem það leggur grunn að vinnu kennara og nemenda. Sem eykur þannig gæði kennslunnar og styður við nám nemenda. Með símati eru nemendur hvattir til að taka ábyrgð á eigin námi. Þeir leggja mat á námið á sama tíma og kennari, markmið þeirra með matinu eru þó ólík. Kennari nýtir sér matið til að greina framfarir nemenda, árangur og kennsluferlið á meðan nemandi metur eigin árangur og vinnuframlag.

Mikilvægt er að kennari geri nemendum grein fyrir á hverju hann byggir námsmat sitt. Nemendur í 5. bekk og eldri geta tekið þátt í umræðu um nám sitt og áttað sig á hvaða væntingar kennari gerir til þeirra. Meðal annars áttað sig á því að ekki er nóg fyrir

nemendur að koma með rétt svar við verkefni, ef þeir ekki geta útskýrt leið sína að svarinu (Guðbjörg Pálsdóttir og fleiri 2002:4).

Símat getur falið í sér ýmsar tegundir skriflegra verkefna, sjálfsmat nemenda, vinnuframlag í verkefnum og viðtöl, auk fjölda annarra námsmatsaðferða. Eins og áður hefur komið fram í þessari greinagerð skapast aðstæður í útikennslu þar sem kennari getur fylgst með nemendum og hlustað á samræður þeirra. Við þessar aðstæður hefur kennari tækifæri til að meta getu þeirra, ekki einungis með því að hlusta heldur einnig með því að leggja fyrir spurningar. Leitað er eftir getu nemenda til að finna réttar lausnir en einnig rökstuðningi þeirra og útskýringum fyrir svörum. Á sama tíma gefur matið kennara upplýsingar um kennsluna, bæði þá þætti sem nemendur hafa náð tökum á sem og þá sem vinna þarf frekar með.

9. Kafli. Undirbúningur útikennslu

Eins og fram kemur í inngangi greinagerðarinnar snýr útkennsla að því sem kennari gerir þegar nemendur taka þátt í útinámi. Kennarinn skipuleggur og ákveður hvaða markmiðum hann vill að nemendur nái með því að fást við tiltekin verkefni utan dyra. Til þess að útikennslan skili sér í auknu námi nemenda þarf kennari að undirbúa kennsluna af kostgæfni. Hlín Helga Pálsdóttir (2008) hélt fyrirlestur um þennan undirbúning fyrir nemendur í námskeiðinu Umhverfi sem uppspretta náms í Bratta, sal Háskóla Íslands, 4. september 2008, verða hér á eftir tilgreindir nokkrir þættir sem hún fjallaði um.

Hlín Helga lagði sérstaka áherslu á að til þess að útkennsla yrði markviss og nýttist kennurum sem skildi, þá yrðu útikennslutímar að vera fastir inn á stundaskrá nemenda. Þannig verður undirbúningur kennara markvissari þar sem ákveðin markmið eru sett með útikennslutímum föstum á stundartöflu. Einnig vita foreldrar að þá daga þurfa börnin að vera klædd fyrir útiveru. Þessa daga þurfa nemendur einnig að hafa meðferðis léttan bakpoka fyrir nesti og annað sem þarf fyrir ferðina eða safnað er á vettvangi. Brýna þarf fyrir foreldrum að senda börnin ekki með jógúrt eða annan spónamat þessa daga, þar sem ekki er gott ef slíkt springur í bakpokum nemenda. Að nestistíma loknum hirða allir sitt rusl í sinn poka og losa sig við það í ruslafötur, heima eða í skólanum.

Hlín Helga nefndi einnig að nemendur ættu að læra af því ef þeim verður kalt eða þeir blautir á útidögum. Slík reynsla gerði þá fljótlega ábyrga fyrir klæðnaði sínum og lærdómurinn sá, að betra er að hafa vettlinga, húfur og annað meðferðis, því kennslustund utan dyra verður ekki ánægjuleg ef nemendum er kalt og þeir blautir. Benti hún einnig á lausn til að koma í veg fyrir að ungir nemendur týni gögnum sínum, að hengja um háls þeirra plastvasa sem inniheldur blýant, pappír og annað sem þau þurfa meðferðis. Með þessu móti er einnig auðvelt fyrir nemendur að nálgast skriffæri og önnur gögn. Fyrir utan að í vasann má setja ýmislegt sem finnst á vettvangi.

Einnig nefndi Hlín Helga nauðsyn þess að skólinn komi sér upp bakpoka fyrir kennara, sem innihéldi gátlista sem tilgreinir þá hluti sem eiga að vera í bakpokanum. Þessi poki er síðan geymdur á ákveðnum stað þar sem allir vita af honum og er til taks þegar fara á út. Nauðsynlegt er að allir kennarar sem nota pokann fari yfir hann að verkefni loknu og gangi frá honum eins og þeir komu að honum.

Hlín Helga er kennari við Háteigsskóla og hefur í mörg ár nýtt sér útikennslu í ýmsum námsgreinum. Við gerð greinagerðarinnar og eftir að hafa hlustað á fyrirlesturinn, lék mér forvitni á að vita nánar um reynslu hennar af útikennslu sem og hvernig hún nýtti hana í dag. Gafst mér kostur á að ræða við hana um þetta.

Í fyrsta lagi nefndi Hlín Helga (2009) að til þess að útikennslan verði markviss þarf kennari að undirbúa hana vel. Markmiðin með útikennslunni þurfa að vera skýr auk þess þarf að skipuleggja hvernig á að nýta hana í frekara námi. Nefndi hún meðal annars að í starfi hennar í dag, með yngstu nemendum, er útikennsla undirstaða lestrarnáms þeirra. Á mánudögum fara nemendur og kennarar út og í þeim ferðum er safnað efni sem meðal annars er nýtt til lestrarkennslu í vikunni. Sameiginlegur texti er búinn til og notaður sem lestexti og ýmis orð úr honum eru notuð til að þjálfa hljóðkerfisvitund. Er það meðal annars gert með því að skoða fyrsta og síðasta hljóðið í orði, skoða stafina og mynda ný orð úr þeim, klappa atkvæði orðsins og margt fleira.

Sameiginleg reynsla nemenda af útiverunni hjálpar þeim við námið, þar sem kennari getur alltaf vísað til hennar, sérstaklega fyrir þá sem eiga í vandræðum með lestur. Með útináminu fá þessir nemendur nýja sýn á stafi, hljóð og lestur sem hjálpar þeim í lestrarnáminu. Stafirnir og hljóðin fá tengingu við orð yfir raunverulega hluti, byggingar eða fyrirbæri. Það sama á við um stærðfræði og náttúrufræði. Mörg þeirra

viðfangsefna sem nemendur eru að fást við í stærðfræði og náttúrufræði má vinna úti, þar sem nemendur gera ýmsar athuganir og kannanir, álykta og draga saman niðurstöður. Í útikennslunni öðlast nemendur viðtækari og breiðari sýn á viðfangsefnin.

Lokaorð

Í hugum margra er útikennsla lítið annað en að fara út með nemendur að leika sér. Á vorin heyrast oft þær raddir að nú fari í hönd tími þar sem nemendur eru búnir með próf og því sé fátt annað gert í skólanum en að leika sér og þykir mörgum það tímasóun. Að sjálfsögðu eiga kennarar að fara út og leika með nemendum sínum, en markmið þessarar greinargerðar er að leggja áherslu á að hægt er að nýta útikennslutíma til að auka á fjölbreytni í námi nemenda.

Til þess að svo megi verða þarf kennari að hafa skýr markmið með útináminu, ákveða hvað á að nýta í umhverfinu og hafa hugmyndir um hvernig vinna á úr upplýsingum að því loknu. Að sjálfsögðu þarf hann einnig að vera sveigjanlegur og nýta tækifæri sem koma óvænt upp í hendurnar á honum. Útinám hentar vel til að samþætta námsgreinar og dýpka þannig skilning nemenda, þar sem viðfangsefni fá fjölbreyttari tengingar í fyrri reynslu þeirra. Útikennsluverkefni og/eða leikir geta einnig verið áhugavekjandi kveikjur að nýjum námsþáttum.

Markmið mitt með greinargerðinni, og verkefnunum sem henni fylgja, er að hvetja kennara til að færa hluta stærðfræðikennslunnar út úr skólastofunum. Þannig fá nemendur tækifæri til að vinna að viðfangsefnum á fjölbreyttan hátt, ekki bara með því að heyra og horfa heldur einnig með því að gera.

Heimildir

- Aðalnámsskrá grunnskóla – almennur hluti.* 2006. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.
- Aðalnámsskrá grunnskóla – stærðfræði.* 2007. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.
- Charlesworth, Rosalind og Karen K. Lind. 2007. *Math & Science for young children.* Thomson Delmar learning, United States.
- Charles, C.M. 1982. *Litla Piaget kverið.* Jóhann S. Hannesson þýddi. Námsgagnastofnun, Reykjavík.
- Clarke, Shirley, Jenny Youdell og Miriam Rinsler. 1996. *Starting from themes, ourselves. Starting points for work in cross-curricular mathematics.* BEAM, Watford.
- Dewey, John. 2000. *Reynsla og menntun.* Gunnar Ragnarsson þýddi. Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands, Reykjavík.
- Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir. 2002. *Námsmat Geisla IA og IB.* Námsgagnastofnun, Reykjavík.
- Hlín Helga Pálsdóttir. 2008. *Nokkrir fróðleiksmolar um útikennslu.* Fyrirlestur fluttur í Bratta, sal Háskóla Íslands 4. september 2008.
- Hlín Helga Pálsdóttir. 2009. Símaviðtal höfundar við Hlín Helgu Pálsdóttur kennara. Vestmannaeyjum 8. mars 2009.
- House, Alexandra. 2008. *Learning outside the classroom.* http://www.lotc.org.uk/doc/Ofsted_Report_Learning_outside_the_classroom.doc. [Sótt 22. mars 2009]
- Ingvar Sigurgeirsson. 1999. *Litróf kennsluaðferðanna.* Æskan ehf., Reykjavík.
- Kristín Norðdahl. 2005. *Að leika og læra í náttúrunni.* Vefslóð: <http://netla.khi.is/greinar/2005/022/index.htm>. [Sótt 10. janúar 2009.]
- Mooney, Carol Garhart. 2000. *Theories of childhood: an introduction to Dewey, Montessori, Erikson, Piaget and Vygotsky.* Redleaf Press, St.Paul.
- Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 1999. *Eining 1 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.
- Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 1999. *Eining 2 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

- Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 2000. *Eining 4 – kennarabók*. Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.
- Van de Walle, John A. 2007. *Elementary and Middle School Mathematics*, Pearson Education, Inc., United States of America.
- Vygotsky, L.S. 1978. *Mind in society, the development of higher psychological processes*. Harvard University press, Cambridge, Massachusetts.

Hugmyndir að verkefnum
fyrir útinám í stærðfræði
fyrir 1. – 5. bekk

Anna Lilja Sigurðardóttir



Lokaverkefni lagt fram til fullnaðar B.Ed.-gráðu
í kennslufræði við Háskóla Íslands, Menntavísindasvið

Apríl 2009

Efnisyfirlit

Inngangur	3
Aðferðarmarkmið	4
1. Kafli. Þáttur tungumálsins	4
2. Kafli. Þrautir	5
Hugmyndir að verkefnum	5
3. Kafli. Rökhugsun	7
Hugmyndir að verkefnum	7
4. Kafli. Daglegt líf	9
Hugmyndir að verkefnum	9
Inntaksmarkmið	11
5. Kafli. Tölur	11
Hugmyndir að verkefnum	11
6. Kafli. Reikniaðgerðir	13
Hugmyndir að verkefnum	13
7. Kafli. Hlutföll og prósentur	15
Hugmyndir að verkefnum	15
8. Kafli. Mynstur og algebra	17
Hugmyndir að verkefnum	17
9. Kafli. Rúmfræði	18
Hugmyndir að verkefnum	18
10. Kafli. Tölfræði og líkindi	21
Hugmyndir að verkefnum	21
Niðurlag	22
Heimildir	23

Myndyfirlit

Mynd 1. Unnið að lausn þrautar	6
Mynd 2. Rökkubbaleikur	7
Mynd 3. Sýnishorn af verkefnablaði 1. bekkjar fyrir vörukönnun	8
Mynd 4. Uppröðun oddatalna og sléttra talna	12
Mynd 5. Mælingar í langstökki	12
Mynd 6. Rannsókn á vítahittni nemenda	15

Ljósmyndirnar sýna nemendur í 5. bekk framkvæma verkefni og leiki. Skriflegt leyfi var fengið frá foreldum þeirra.

Inngangur

Í stærðfræðihluta *Aðalnámsskrár* (2007:5-6) er tekið fram að markmiðum í stærðfræði er skipt í tvennt, markmið sem varða aðferðir annars vegar og hins vegar markmið sem varða inntak. Markmið sem varða aðferðir eru þáttur tungumálsins, þrautalausnir, rökhugsun og tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf. Markmið sem varða inntak eru tölur, reikniaðgerðir, hlutföll og prósentur, mynstur og algebra, rúmfræði og tölfræði. Í þessu hefti eru markmiðin skoðuð með hliðsjón af þessari skiptingu. Til þess að stærðfræðináms nemenda verði heildstætt þurfa kennarar að gera öllum þessum þáttum jöfn skil og nýta sér fjölbreytta kennsluhætti til þess.

Þar sem útinámsverkefni í þessu hefti eru miðuð við 1. - 5. bekk eru dregnir út þættir í markmiðum við lok 4. og 7. bekkjar, samkvæmt *Aðalnámsskrá grunnskóla* og verkefni valin sem styðja við þau markmið. Þættir stærðfræðináms eru fjölmargir og markmið þessa verkefnis er ekki að fjalla um verkefni sem henta til útináms fyrir þá alla. Megin markmiðið er að vera hvatning til kennara í 1. – 5. bekk til að færa hluta stærðfræðikennslunnar út fyrir skólastofuna.

Tekið skal fram að verkefni eru miðuð við nærumhverfi Grunnskóla Vestmannaeyja, Hamarsskóla starfsstöð. Að sjálfsögðu er hægt að nota þau annarsstaðar, en mögulega þurfa kennarar þá að aðlaga verkefni öðrum aðstæðum.

Aðferðarmarkmið

1. Kafli. Þáttur tungumálsins

Samkvæmt stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla (2007:15) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að geta nýtt sér eftirfarandi þætti tungumálsins í stærðfræðinámi. Þeir eiga að geta lesið og skrifað tölur allt að 10.000 sem og einföld almenn brot. Þekkja algeng stærðfræðihugtök og tákni þeirra og geta lesið úr og búið til einfaldar töflur og súlurit. Einnig eiga þeir að geta tekið þátt í umræðum um stærðfræðileg efni og nýtt sér hugtök og aðferðir við lausn verkefna í samvinnu við aðra. Við lok 7. bekkjar eiga nemendur að geta nýtt sér tugabrotarithátt auk þess sem neikvæðar tölur bætast við (sami:22-23).

Af þessu má sjá að tungumálið hefur margþætt áhrif í öllu stærðfræðinámi hvort sem það er nýtt til lesturs, skráningar eða túlkunar. Nemendum er mikilvæg sú færni sem felst í að lesa úr myndrænni framsetningu niðurstaðna sem og að geta nýtt sér texta sem fjallar um stærðfræðilegt efni. Auk þess er tungumálið nauðsynlegur þáttur rökhusunar við lausn þrauta og verkefna, meðal annars til þess að nemendur geti talað saman og unnið að lausn.

Við lausn útinámsverkefnanna í þessu hefti fá nemendur tækifæri til að tjá þekkingu sína á öllum þessum markmiðum, ásamt fleirum. Skil lausna eru margskonar meðal annars í formi ritunar, gerð stærðfræðiverkefna, tölfræðimyndir, myndverk og munnleg. Með fjölbreyttum skilum fá nemendur tækifæri til að mynda tengsl við fyrri þekkingu í stærðfræði sem og útvíkka hugmyndir sínar um hana. Ekki eru tilgreind sérstök verkefni til að þjálfa þetta markmið tungumálsins þar sem efling þess er hluti annarra markmiða.

2. Kafli. Þrautir

Samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:15-16) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að geta nýtt sér eftirfarandi þætti við lausn þrauta og verkefna. Þeir eiga að geta beitt skipulegum aðferðum við lausnaferlið með því meðal annars að spyrja spurninga og setja fram tilgátur. Nýtt sér áþreifanlega hluti og teiknað skýringamyndir og samið þrautir fyrir samnemendur sína. Auk þess að geta útskýrt lausnarleiðir, rökstutt þær og unnið að lausnum í samvinnu við aðra nemendur.

Við lausn þrauta þurfa nemendur að fá tækifæri til að vinna verkefni þar sem lausnin liggur ekki ljós fyrir. Nauðsynlegt er að gefa þeim svigrúm til að velta þrautinni fyrir sér og mögulegum leiðum að lausn. Gera þarf nemendum ljóst að leiðirnar eru margar og mismunandi og hvetja þá til að finna og nota aðferðir sem hentar þeim við námið.

Þrautir hafa þann eiginleika að alla þætti stærðfræðinnar er hægt að kenna með þeim, jafnt einfalda sem flókna.

Hugmyndir að verkefnum

Hugmynd að verkefni fyrir 1. og 2. bekk getur falist í að kennari ásamt bekknum fara út að bílastæði og leita svara við spurningum um bílana þar. Hvað eru margir rauðir bílar? Hvað eru margir jeppar? Hvað eru mörg hjól á fjórum bílum? Inn í þetta má taka hugtök eins og inn á milli, hægri og vinstri, við hliðina á o.fl. Einnig getur kennari spurt spurninga þar sem nemendur þurfa að skoða fleiri en einn þátt við lausn þrautarinnar. Auk þess er þessi þraut upplögð til að þjálf hugmyndir nemenda um núll, spyrja má t.d. hvað eru margir gíraffar á bílastæðinu? Tungumálið er mjög mikilvægur þáttur í verkefni sem þessu. Nemendur þjálfast í að nota hugtök stærðfræðinnar, hlusta á útskýringar annarra og rökstyðja eigin niðurstöður.

Nemendur í 3. og 4. bekk geta samið þrautir fyrir samnemendur sína. Notað er safn smáhluta. Hópnum er skipt í tveggja manna lið sem ákveður hvaða eiginleika hlutirnir þurfa að uppfylla til að vera hluti af menginu þeirra. Dæmi: Valdir eru saman hlutir sem allir eru að hluta til gerðir úr málmi. Hinir reyna að komast að reglunni sem hlutirnir (stökin) þurfa að uppfylla til að vera í menginu. Á meðan nemendur eru að átta sig á leiknum er gott að benda þeim á að láta hlutina eiga einungis einn þátt sameiginlegan, en þegar færni nemenda eykst má þyngja þrautirnar.

Þraut fyrir nemendur í 4. og 5. bekk, sem hefur það að markmiði að gefa nemendum tækifæri til að glíma við þraut og setja fram lausnir, getur falist í því að kennari spyr eftirfarandi spurningar. Hve margir nemendur geta staðið inni einum fermetra?

Í kjölfar þess að nemendur og kennari hafa unnið með mælieininguna metra og flatarmál, er farið út og nemendur fá tækifæri til að beita vitneskju sinni og leysa þrautina. Þeir geta nýtt sér krít eða límband til að vinna verkið. Nauðsynlegt er að kennari leyfi nemendum að glíma við þrautina en gefi þeim ekki of miklar upplýsingar. Nemendur vinna í hópum og skrá hjá sér vinnuferlið. Hóparnir gætu þurft að vinna saman þegar fylla á fermetrann. Einnig mætti spyrja nemendur: Hversu margir geta setið inni í fermetrinum? Þau gögn sem þarf eru límband eða krít, pappír og blýantar.

Önnur þraut sem nemendur í 4. og 5. bekk ættu að geta leyst er einnig í formi spurningar. Markmið þessarar þrautar er að nemendur geri sér grein fyrir að hringur hefur jafna lengd frá miðju og út að hringferli, svokallaðan geisla.

Í upphafi þrautar er nemendum skipt í tvo hópa, sem hvor um sig fær eitt snú snú band og keilu til að nota við lausn þrautarinnar. Auk þess fá nemendur eftirfarandi spurningu. Hvað kemur út ef annar endi bandsins er settur upp við keiluna, þar sem hann er allan tímann, en hinn strengdur beint úr frá henni og einn nemandi tekur sér stöðu þar? Hóparnir eru staðsettir fyrir framan vegg og keilan upp við vegginn. Bandið er svo fært til, um lengd sem nemur einu skrefi, og þar tekur annar nemandi sér stöðu og þannig er haldið áfram þar til allir hafa tekið sér stöðu. Nemendur ættu þá að vera komnir með hálfhring. Þeir eru þá spurðir: Er hægt að nota þessa niðurstöðu til að búa til „fullkominn” hring? Hópunum er bent á að líklega þurfi þeir að sameinast fyrir þennan hluta þrautarinnar. Gögn sem nemendur þurfa eru sippubönd eða snú snú bönd og keilur.



Mynd 1. Unnið að lausn þrautar.

3. Kaflí. Rökhugsun

Við lok 4. bekkjar eiga nemendur samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:16) meðal annars að geta nýtt sér eftirfarandi þætti varðandi rökshengí og röksemdafærslu í stærðfræðinámi. Þeir eiga að geta fylgt einföldum röksemdafærslum og metið hvort þær eru sannar. Geta sagt frá og skráð einfalda röksemdafærslu og geta rökstutt eigin reikniaðferðir. Einnig eiga nemendur við lok 7. bekkjar (sami:25) að geta séð rökshengíð í einföldum reikniaðferðum

Þegar nemendur glíma við þrautir þjálfra þeir rökshugsun sína og í slíkri vinnu hentar hópavinna eða paravinnu mjög vel. Nemendur þurfa þá að færa rök fyrir hugmyndum sínum sem og ræða hugmyndir annarra og með því koma fram ýmsar leiðir til lausna. Við skipulag kennslunnar þarf kennari að gefa nemendum tækifæri til að kanna og afsanna leiðirnar og fíkra sig þannig að lausn. Leikir og spil henta vel til þjálfunar rökshugsunar. Heppni hefur einnig áhrif í spilum og leikjum, en leikmenn þurfa að nota rökshugsun til að spíla sem best úr því sem þeir hafa.

Reiknirit eru þau vinnubrögð sem nemendur nýta sér við lausn á dæmum. Í *kennarabók með Einingu 1* (1999:15) eru taldir upp kostir þess að nemendur þrói með sér sín eigin reiknirit. Nemendur skilja þá aðferð sem þeir þróa með sér sjálfir, þar sem hún er byggð á eigin skilningi. Með eigin reikniriti gera nemendur síður villur, það er auðvelt fyrir þá að segja öðrum frá aðferðinni og þeir velja þá aðferð sem hentar þeim best.

Til þess að nemendur skapi sér sín eigin reiknirit þurfa þeir að beita rökshugsun og með því eykst skilningur þeirra á stærðfræði. Kennari þarf því að gefa nemendum svigrúm til að þróa eigin reiknirit, svo lengi sem þau grundvallast á réttum skilningi á talningu og tugakerfinu.

Hugmyndir að verkefnum

Eftirfarandi leikur með rökshugba hefur það að markmiði að þjálfra rökshugsun og eftirtekt, hann hentar vel fyrir 1. og 2. bekk. Kennari dreifir rökshugbum á ákveðinn stað og tveir og tveir saman ná nemendur sér í einn hugg, sem er aðgöngumiði þeirra í geimflaugina. Tvö og tvö koma þau saman og reyna að komast um borð með því að sýna dyraverðinum aðgöngumiðann sinn. Á meðan nemendur eru að læra leikinn er kennarinn dyravörðurinn. Ef nemendur eru ekki með



Mynd 2. Rökshugbaleikur.

réttan aðgöngumiða fara þeir og ná sér í nýjan. Þeir verða að fylgjast með því hverjir komast um borð og velja sér miða samkvæmt því. Þegar nemendur hafa lært leikinn eru einhverjir tveir nemendur dyraverðir og ákveða þeir hvaða eiginleika kubbarir verða að hafa til að komast um borð. Fyrir verkefnið þarf einungis rökkubba.

Gettu hvað margir steinar? Er leikur fyrir nemendur í 3. bekk og eldri. Markmið hans er að þjálfra reikniáðgerðir sem og að leysa þrautina sem felst í að ná öllum steinunum af hinum leikmanninum. Nemendur fara út og safna tíu smásteinum sem rúmast í lofa þeirra. Þegar allir eru komnir með steina para nemendur sig saman tveir og tveir. Þeir sitja á móti hvort öðrum og annar felur nokkra steina í lófanum og spyr svo: „Gettu hvað ég er með marga steina í lófanum?” Hinn reynir þá að geta upp á rétttri tölu og ef hann getur rétt þá fær hann alla steinana. Ef hann getur upp á rangri tölu þá fær hinn mismuninn. Dæmi: Ef sá sem faldi var með fimm steina í hendinni og hinn giskaði á sjö, þá þarf hann að gefa frá sér tvo steina. Nemendur skiptast á að fela steina. Sá vinnur sem nær öllum steinunum af hinum. Einu gögnin sem þarf í þennan leik eru steinar.

Verkefni fyrir 5. bekk til að þjálfra rökhugsun getur falist í mælingum í umhverfinu. Markmið verkefnisins er að áætla hæð hluta og bygginga í umhverfi þeirra út frá gefinni stærð. Nemendum er skipt í hópa sem fara út með stafræna myndavél og taka myndir af einhverjum úr hópnum við hliðina á ýmsu í umhverfinu svo sem húsi, grindverki, kofa eða öðru. Þegar komið er inn í kennslustofuna finna nemendur út hæð bygginganna með því að skoða hversu stórir samnemendur þeirra eru. Þau gögn sem þarf í þetta verkefni er stafræn myndavél og inni í stofu þarf málbönd eða metraprik, pappír og skriffæri.

4. Kafli. Daglegt líf

Við lok 4. bekkjar eiga nemendur samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:17) meðal annars að geta nýtt sér eftirfarandi þætti varðandi tengingu stærðfræðinnar við daglegt líf. Þeir eiga að átta sig á hvernig hægt er að leysa verkefni daglegs lífs með aðstoð stærðfræðinnar. Geta notað peninga, kunna á klukku og þekkja tímatal. Einnig eiga nemendur við lok 7. bekkjar (sami:25) að þekkja grundvallar atriði einfalds heimilisbókhalds.

Til að tengja stærðfræðina daglegu lífi nemenda þurfa verkefni að tengjast umhverfi þeirra. Jafnt þáttum sem þeir þekkja, til þess að auðvelda tengingu við fyrri reynslu nemenda, sem og þáttum sem þeir þekkja lítið, til að víkka út sjóndeildarhringinn. Benda má nemendum á hvernig stærðfræði nýtist í öðrum námsgreinum, eins og myndmennt, matreiðslu og landafræði.

Hugmyndir að verkefnum

Nemendur í 3. bekk geta unnið verkefni sem felst í könnun á skuggum og gangi sólar. Markmið verkefnisins er að nemendur átti sig á skuggum og skoði hvernig tíminn líður á skóladegi þeirra. Þetta verkefni þarf að vinna að vori eða hausti þannig að bjart sé þegar nemendur mæta að morgni. Nemendur skoða gang sólarinnar, hvar kemur hún upp og hvar sest hún. Til glöggvunar er sett upp spýta og fylgst með færslu skuggans, með því að merkja á jörðina hvar hann er á tilteknum tíma. Á sama tíma fylgjast nemendur með klukkunni og skoða hvar á himninum sólin er á ákveðnum tíma. Mikilvægt er að nemendur átti sig á því að jörðin snýst um sólina, en ekki öfugt. Til þess að skoða lengingu dagsins er upplagt, ef veður leyfir, að skoða hvenær sólin kemur upp nokkra daga og skrá niðurstöður.

Margskonar verkefni tengd verslunarferð geta nýst nemendum í 1. - 3. bekk til að tengja stærðfræðina daglegu lífi sínu. Markmið eftirfarandi verkefnis er að nemendur þjálfist í að skrá verð, nota námundun við útreikninga og velta fyrir sér peningum. Nemendur ásamt kennara fara út í búð og skoða verð á fyrirfram ákveðnum vörum og skrá hjá sér. Þegar í skólafestu er komið skoða nemendur samanlagt verð nokkurra hluta með því að nýta sér námundun. Til þess að einfalda og aðlaga verkefnið yngri nemendum getur kennari útbúið blað með myndum af nokkrum vörutegundum og nemendur skrá verð við rétta mynd (sjá sýnishorn á næstu síðu). Í skólafestu finna nemendur kennslupeninga sem jafngilda verði vörutegunda og teikna þá inn á blaðið. Áður en haldið er af stað þarf kennari að útbúa lista yfir vörur sem nemendur eiga að kanna verð á.



Verð: _____

Peningar: _____



Verð: _____

Peningar: _____



Verð: _____

Peningar: _____

Mynd 3. Sýnishorn af verkefnablaði 1. bekkjar fyrir vörukönnun.

Nemendur í 4. og 5. bekk geta unnið flóknari verðkönnun til að gera sér grein fyrir hvernig stærðfræði nýtist í daglegu lífi. Markmið verkefnisins er að skoða hvernig hægt er að verja peningum skynsamlega. Nemendur fara út í búð og skrá verð á ákveðnum vörum sem kennari hefur valið. Í stofu reikna nemendur út verð á mismunandi matarkörfum. Gögn sem nemendur þurfa fyrir þetta verkefni er listi með vöruheitum og skriffæri.

Annað verkefni sem hægt er að vinna tengt búðarferð er að skoða vörumerkingar. Nemendur fara úti í búð og safna dagsetningum af vörutegundum bæði framleiðsludegi og síðasta söludegi. Unnið er með dagsetningarnar í stofu þar sem skoðað er hversu langan geymslutíma mismunandi vörur hafa.

Inntaksmarkmið

5. Kafli. Tölur

Samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:17-18) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að hafa áttað sig á eftirfarandi þáttum varðandi tölur. Þeir eiga að hafa skilning á þeim fjölda sem stendur á bak við tölurnar frá 1 – 1000 og þekkja oddatölur og sléttar tölur. Auk þess eiga nemendur að geta notað rithátt einfaldra tugabrota og almenn brot við lok 7. bekkjar (sami:26).

Í *kennarabók með Einingu 3* (2000:14-15) er dregið fram mikilvægi þess að ungir nemendur fái tækifæri til að kanna tölur, þjálfal talningu og þrói góðan skilning á sætis- og tugakerfi. Meðal annars verða nemendur að fá tækifæri til að spreyta sig á mismunandi aðferðum við talningu. Sem dæmi að telja á tugum, 10, 20, 30... eða að telja í hópum 3, 6, 9....

Hugmyndir að verkefnum

Markmiðið með eftirfarandi þremur leikjum fyrir 1. og 2. bekk er að nemendur geri sér grein fyrir tengslum milli talnaheita og fjölda. Leikina má alla leika á gervigrasvelli. Fyrsti leikurinn er þannig að kennari hvíslar tölu að nemendum. Nemendur koma sér fyrir í öðrum teignum, kennari flautar misjafnlega oft og nemendur hlusta eftir tölunni sinni. Þegar hún er flautuð hlaupa þau yfir í hinn teiginn. Í öðrum leiknum hlaupa nemendur frjálst um völlinn og þegar kennari flautar stoppa þeir og hlusta eftir tölu sem hann kallar. Nemendur mynda svo hópa í samræmi við hana. Sá þriðji hjálpar nemendum að átta sig á að hluti og hluti verða heild. Nemendur hlaupa frjálst um völlinn, kennari flautar og hrópar upp samlagningardæmi og nemendur hópa sig saman í samræmi við útkomuna. Þeir sem ekki verða hluti af summu eru úr. Samskonar leik er hægt að útfæra með frádráttardæmum. Einungis þarf flautu fyrir þessa leiki.

Nemendur í 2. bekk geta unnið eftirfarandi verkefni sem kveikju að frekari vinnu með oddatölur og sléttar tölur. Hver og einn nemandi safnar tíu steinum og sest svo niður í hring með steinana á bak við sig. Að því loknu sækja nemendur einn stein og setja hann fyrir framan sig. Kennari spyr: Er hægt að skipta þessum steini á milli tveggja barna? Hvað ef þið eruð með tvo steina? Þannig eru mismargir steinar skoðaðir og kynntar eru oddatölur og sléttar tölur. Í lokin raða nemendur upp steinunum sínum þannig að öðru megin eru oddatölurnar, upp í tíu, og hinum megin sléttutölurnar, eins og sýnt er hér fyrir neðan. Að því loknu er bæði hægt að velta fyrir sér hver reglan er og hvaða form kemur í ljós.

X	XX
XXX	XXXX
XXXXX	XXXXXX

Mynd 4. Uppröðun oddatalna og sléttra talna.

Eftirfarandi verkefni fyrir 3. bekk hefur það að markmiði að fá nemendur til að velta fyrir sér háum tölum í umhverfi sínu. Utan dyra biður kennari nemendur um að velta fyrir sér: Hvað í umhverfi skólans er mælt í tölunum 1 – 10, 10 – 100, 100 – 1000 og er eitthvað sem mælt væri með hærri tölum? Nemendur vinna saman í hópum og fá blað þar sem þeir skrá fimm atriði við hvert talnabil. Inni í stofu kynna hóparnir niðurstöður sínar eftir að hafa sett þær á stórt blað. Kennari þarf að undirbúa skráningarblöð fyrir verkefnið og nemendur þurfa skriffæri.

Verkefni sem kveikja að námsþættinum almenn brot fyrir 5. bekk gæti falið í sér könnun á einni götu. Valin er gata, helst botnlangi, og skoðaðar eru ýmsar upplýsingar út frá heildinni. Hægt er að spyrja eftirfarandi spurninga: Við hve mörg hús er bílskúr? Hve stór hluti er það af heildarfjölda húsanna? Hve mörg hús eru hvít? Hve stór hluti er það af heildarfjölda húsanna? Í skólastofunni er unnið úr upplýsingunum og lögð áhersla á heildina. Fyrir þetta verkefni þarf kennari að ákveða hvaða spurninga á að spyrja og nemendur þurfa skriffæri og pappír.

Til þess að nemendur í 5. bekk átti sig á hugtakinu tugabrot geta þeir unnið verkefni sem felst í vinnu með metrakerfið. Nemendur stökkva langstökk, mæla lengdir og skrá niðurstöður. Fyrir verkefnið þarf að finna slétt, malbikað eða hellulagt, svæði og marka þarf hvaðan stokkið er. Nemendur vinna í hópum og skiptast á að stökkva, mæla og skrá. Kennari þarf að skýra fyrir nemendum að mælingarnar miðast við metra þannig að lengdir eins og 1, 56 cm. komi fram. Í skólastofunni er unnið með niðurstöður þar sem þeim er meðal annars raðað í lengdarröð. Verkefnið getur verið kveikja að vinnu með sentímetra og millimetra.



Mynd 5. Mælingar í langstökki.

6. Kaflí. Reikniaðgerðir

Samkvæmt stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla (2007:18-19) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að kunna skil á eftirfarandi markmiðum varðandi reikniaðgerðir. Þeir eiga að geta notað margbreytilegar aðferðir við samlagningu og frádrátt, jafnt á blaði sem og í huganum, hafa áttað sig á margfeldum talnanna 1 – 10 og deilingu. Einnig eiga þeir að geta metið út frá námundun hvort útkoma er sennileg.

Í kennarabók með Einingu 7 (2001:8) er tekið fram að undanfarna áratugi hafa breytingar átt sér stað varðandi hvernig fólk reiknar. Meiri áhersla er nú lögð á að nemendur skilji stærðfræði og geti metið hvort þeir hafi reiknað rétt. Áður fyrr var áherslan á nákvæmni og hraða, þar sem aðgangur að vasareiknum og tölvum var minni en í dag. Í dag er áherslan á námundun og hugarreikning, vegna mikils magns upplýsinga sem vinna þarf hratt úr. Auk þess sem aðgangur að vasareiknum og tölvum er auðveldur, ef krafist er nákvæmni.

Í samræmi við þetta þarf áherslan í kennslu að vera á talnaskilning nemenda og tugakerfið, en ekki síður grunnreikniaðgerðirnar og hvernig þær vinna saman. Því nemendur þurfa að geta nýtt sér reiknirit sem þeir skilja, til þess að vinna með þær.

Hugmyndir að verkefnum

Í eftirfarandi tveim leikjum geta nemendur í 1. og 2. bekk styrkt færni sína í samlagningu eða frádrætti. Fyrri leikurinn kallast samlagningar parýs, eða frádráttar parýs eftir því hvor reikniaðgerðin er notuð. Afmarkaður eru ákveðinn fjöldi af gangstéttarhellum og með krít eru tölurnar frá 1 – 30 (eða hærri) skrifaðar, ein á hverja hellu. Nemendur velja sér einhvern hlut sem sitt merki. Nemendur eru með tvo teninga sem þeir kasta og leggja saman eða draga frá tölurnar sem koma upp á teningunum. Þá hoppa þeir fram í Parísnum sem nemur útkomunni og skilja merkið sitt þar eftir. Sá vinnur sem fyrst kemst upp í topp. Einu gögnin sem þarf eru krít og teningar.

Seinni leikurinn kallast *Teninga sipp* (Hildur Karen Aðalsteinsdóttir) og er markmið hans einnig að þjálfra færni í reikniaðgerðum. Nemendur vinna nokkrir saman, þeir eru með sippuband og tvo teninga. Fyrsti kastar báðum teningunum og leggur saman eða dregur frá tölurnar, allt eftir fyrirmælum kennara. Hann sippar svo jafnoft og útkoman sagði til um, auk þess að skrifa hjá sér útkomuna eða stigin. Hver nemandi í hópnum fær að kasta fimm sinnum, að því loknu leggja allir saman stigin sín og vinnur sá sem eru með flest stig. Fyrir þennan leik þurfa nemendur sippubönd, teninga, blöð og skriffæri.

Eftirfarandi verkefni er hægt að nota sem kveikju að innlögn að deilingu fyrir 3. bekk. Í verkefninu vinna nemendur í hópum. Hver nemandi er sendur að finna nokkra miðlungsstóra steina og allir steinarnir eru settir saman í hrúgu. Kennari gefur svo hópunum fyrirmæli um það hvað á að skipta steinunum í marga hópa. Skoðað er hvort alltaf sé hægt að skipta jafnt eða hvort einhverjir verða afgangss? Steinana geta nemendur ekki tekið í sundur þannig að í einhverjum tilfellum er ekki hægt að skipta jafnt á milli. Þær aðstæður koma einnig upp í lífinu og þá staðreynd er þarft að ræða með nemendum.

Markmiðið með eftirfarandi leik fyrir 5. bekk er að nemendur þjálfist í að endurþekkja margfeldi talna. Nemendum er skipt upp í fjögur lið og hvert lið fer í horn á afmörkuðum ferhyrndum velli, gervigrasvöllur hentar vel. Hvert lið þarf að finna margfeldi af ákveðinni tölu. Ef lið á til dæmis að finna margfeldi af tölunni 4 þarf það að safna tölunum 4, 8, 12, 16 o.s.frv. Kennari eru búinn að útbúa spjöld með margfeldum og plasta þau. Spjöldunum er komið fyrir á miðju vallarins og til að koma í veg fyrir árekstur þarf að dreifa vel úr þeim. Þegar kennari flautar hleypur einn nemandi úr hverju liði inn í miðju og dregur eitt spjald. Ef talan er margfeldi af tölunni sem liðið fékk úthlutað þá geymir liðið spjaldið og næsti hleypur. Ef talan er ekki margfeldi af tölunni þeirra þá skilur hlauparinn spjaldið eftir og hleypur tómhentur til baka og slær í höndina á þeim næsta sem hleypur. Það lið vinnur sem fyrst nær öllum margfeldum af sinni tölu. Einungis einn úr hverju liði má hlaupa í einu.

7. Kafli. Hlutföll og prósentur

Samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:19) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að kunna skil á eftirfarandi markmiðum varðandi hlutföll og prósentur. Þeir eiga að hafa kynnst prósentuhugtakinu og geta skráð þær út frá fjölda sem nemendur þekkja vel. Einnig eiga þau að hafa kynnst hugtakinu stækkun og geta notað það í vinnu með flatarmyndir. Við lok 7. bekkjar (sami:29) eiga nemendur að geta notað myndir eða töflur til að sýna hlutfall og geta fundið hluta út frá heild.

Mikilvægt undirstöðu atriði fyrir nemendur til að átta sig á hugtökunum hlutfall og prósentur er að gera sér grein fyrir því að heildin er ekki alltaf sú sama. Ef unnið er með upplýsingar sem varða bekkinn þeirra þá er heildin allir í bekknum. En ef upplýsingarnar varða einungis stúlkurnar þá er heildin önnur.

Hugmyndir að verkefnum

Könnun á hittni nemenda í vítaspyrnukeppni er verkefni sem nemendur í 3. bekk geta nýtt sem þjálfun í að skrá tölfræðilegar upplýsingar og lesa úr þeim. Nemendum er skipt í hópa og hver hópur fær einn fótbolta og raðar sér fyrir framan eitt fótboltamark. Hver nemandi fær 10 vítaskot, á meðan vítin eru tekin skráir annar nemandi hvort skorað er eða ekki. Inni í skólastofu vinna nemendur skífurit yfir eigin hittni sem og hvernig hópnum gekk. Kennari og nemendur skoða að lokum niðurstöður og velta upp spurningum um þær. Meðal annars hvort hægt sé að skrá þær á annan hátt og kennari getur einnig komið að fyrstu hugmyndum um prósentur. Þau gögn sem nemendur þurfa eru fótboltar og mörk, skriffæri og pappír.



Mynd 6. Rannsókn á vítahittni nemenda.

Annað verkefni sem hentar vel fyrir 4. bekk hefur það markmið að nemendur þjálfist í að mæla og marka ákveðnar lengdir, auk þess að stækka mynd eftir ákveðnum upplýsingum. Nemendur vinna í hópum. Í fyrri hluta verkefnisins fá þeir upplýsingar um stærð á húsi, gerðu úr rétthyrningi og þríhyrningi, sem nemendur marka á malbikuðum velli með því að nota krít. Seinni hluta verkefnisins felst í að nemendur marka tvöfalt og/eða þrefalt stærri mynd af húsinu. Brýna þarf fyrir nemendum að vera nákvæmir við mælingar. Gögn sem nemendur þurfa til að leysa þetta verkefni eru málbönd, krít, stórar reglustikur og þrautin.

Markmið með tilraun með smjörbaunir fyrir nemendur í 5. bekk er að þeir velti fyrir sér hlutföllum og líkindum. Gott er að vera á svæði þar sem grasið er lágvaxið. Þar raða nemendur sér í hring og kennari er í miðjunni. Hann er með smjörbaunir í ýmsum litum, meðal annars einum mjög skærum. Nákvæm tala verður að vera á baununum, það er að segja hver heildin er, sem og hver heildarfjöldi litanna eru. Þessar upplýsingar eru mikilvægar þegar nemendur fara að skoða hlutfall bauna og lita í niðurstöðum tilraunanna. Kennari dreifir baununum á grasið inni í hringnum og gefur nemendum þau fyrirmæli að á 10 sekúndum eigi þeir að reyna að safna eins mörgum baunum og þeir geta. Þetta er endurtekið nokkrum sinnum og baunirnar sem safnast í hvert skipti settar í merkt ílát. Nemendum er svo skipt í hópa og fær hver hópur eitt ílát. Hver hópur skráir hlutfall bauna af hverjum lit og í kjölfar þess er hægt að skoða upplýsingarnar. Hægt er að velta fyrir sér hvers vegna hlutfall baunanna í skæru litunum er hærra í fyrstu tilrauninni en þeim seinni? Hvort hlutföllin hefðu orðið önnur ef baununum hefði verið stráð annarsstaðar? Einnig má kanna hverjar líkurnar eru á að finna ákveðna liti af baunum út frá magni þeirra sem búið er að finna? Mesti undirbúninginn fyrir þetta verkefni felst í að lita smjörbaunirnar. Það geta nemendur gert daginn áður. Einnig þarf kennari að finna til plast dósir, pappír, liti og önnur skriffæri.

8. Kafli. Mynstur og algebra

Við lok 4. bekkjar eiga nemendur samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:19-20) meðal annars að hafa vald á eftirfarandi markmiðum varðandi mynstur og algebra. Þeir eiga að geta búið til mynstur, sagt fyrir um framhaldið og útskýrt mynstrið bæði munnlega og með því að nota áþreifanlega hluti. Geta sýnt sama mynstur á mismunandi formi með því að nota hluti, tákni, bókstafi og fleira. Einnig eiga þeir að geta búið til, gert kannanir á og tjáð sig um reglur í talnamynstrum.

Hugmyndir að verkefnum

Markmið eftirfarandi tveggja verkefna fyrir 1. bekk er að nemendur læri að greina endurtekin mynstur í umhverfinu og nota hugtök stærðfræðinnar í umræðu um þau. Áður hafa nemendur fjallað um hugtakið mynstur og er verkefnið stuðningur við þær umræður. Kennari fer í gönguferð með nemendum um nærumhverfi skólans til að leita að mynstrum í umhverfinu og taka myndir af þeim. Kennari prentar svo stækkaðar myndir af mynstrunum. Nemendur vinna saman tveir og tveir við að greina mynstrin og útskýra þau fyrir bekkjarfélögum sínum. Einungis þarf stafræna myndavél fyrir þetta verkefni.

Í framhaldi af rannsókn á mynstrum í umhverfinu og umræðna um þau, þróa nemendur eigin mynstur. Markmið þess er að þjálfra gerð mynstra, samvinnu og tjáningu með orðum stærðfræðinnar. Nemendur vinna í hópum og geta notað eigin líkama til að búa til mynstur, sem dæmi einn krýpur og tveir standa og síðan er mynstrið endurtekið. Einnig geta þeir klappað takt, notað hluti og raðað þeim í mynstur eða teiknað sín eigin og litað.

Verkefni í mynsturgerð fyrir 2. bekk getur falist í að nemendur fá litakrít og teikna mynstur á gangstéttarhellur fyrir utan skólann. Í þessu verkefni er kjörið að nemendur vinni í hópum. Að mynsturgerð lokinni útskýra þeir mynstrin fyrir hinum hópunum. Einungis þarf krít til að leysa þetta verkefni. Einnig geta nemendur safnað ýmsum hlutum sem þeir finna í umhverfinu t.d. spýtum, steinum, laufi o.fl. og nýtt til að tákna mynstrin sem þeir teiknuðu, auk þess að búa til ný mynstur.

Með aðstoð verkefna tengdum mynstrum er hægt að leiða nemendur í áttina að því að velta fyrir sér talnarunum. Þær verða til þegar endurtekin er ákveðin reikniðgerð. Dæmi: Til að fá út rununa 1, 4, 7, 10, 13 ... þá er þremur alltaf bætt við síðustu tölu. Umræður og kannanir á talnarunum geta átt sér stað utan dýra. Er þá bæði hægt að vinna með krít til þess að skrá runurnar eða nota steina og raða þeim upp í súlur.

9. Kafli. Rúmfræði

Við lok 4. bekkjar eiga nemendur samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:20-21) meðal annars að hafa vald á eftirfarandi markmiðum varðandi rúmfræði. Þeir eiga að þekkja, geta lýst og flokkað algengustu flatarmyndir s.s. hring, ferning, þríhyrning, sexhyrning, rétthyrning og samsíðung. Geta þekkt einslaga hluti og fleti í umhverfinu og kunna skil á speglun. Auk þess að geta notað hugtök um staðsetningu og höfuðáttirnar. Við lok 7. bekkjar (sami:30-31) eiga nemendur að geta merkt hnit í hnitakerfi, skilið samhverfar myndir og notað staðlaðar mælieiningar og mælitæki til að mæla og bera saman lengdir.

Rúmfræði birtist bæði í fyrirbærum í náttúrunni og manngerðum hlutum og byggingum. Í *kennarabók með Einingu 5* (2000:12) kemur fram að með því að fást við rúmfræði þjálfast nemendur í að leysa þrautir, þar sem vinnubrögðin eru svipuð. Nemendur þurfa að lýsa fyrirbærum rúmfræðinnar, útskýra lausnarleiðirnar og rökstyðja svör sín og tilgátur.

Úti í umhverfinu og náttúrunni er hægt að finna fjölmörg verkefni sem vekja áhuga nemenda á rúmfræðihugtökum. Auk þess er tilvalið að tengja saman rúmfræði og þrautalausnir. Í grunnskóla er fengist við flatar-, þyngdar-, lengdar-, og rúmmælingar, og gefst því tækifæri til fjölbreyttra verkefna og vinnubragða.

Hugmyndir að verkefnum

Eftirfarandi tvö verkefni eru hugsuð sem þjálfun í speglun og formathugun fyrir 1. - 3. bekk. Fyrsta verkefnið hefur það að markmiði að greina grunnform í umhverfinu og nýta þau til myndgerðar. Eftir að kennari hefur skoðað með nemendum umferðamerki er farið út og þau skoðuð í nærumhverfi skólans. Teknar eru af þeim myndir sem kennari prentar út og límir upp á vegg í stofu. Nemendur greina svo formin í myndunum, klippa út form og nota þau til að gera klippimyndir. Fyrir verkefnið þarf stafræna myndavél og inni í stofu þarf að vera til staðar efni til myndsköpunar.

Annað verkefnið hefur það markmið að nemendur auki færni sína í speglun. Nemendur fara út og vinna í hópum við að týna spýtur, greinar, steina og annað sem þeir geta nýtt við að búa til mynd sem hægt er að spegla. Þegar myndin er tilbúin skiptast hóparnir á við að gera spegilmyndina hjá hvor öðrum. Hóparnir þurfa því að hafa í huga að nægt efni sé til staðar fyrir hina að vinna úr. Teknar eru myndir af verkum nemenda sem kennari prentar út og setur í sögubækur þeirra. Nemendur skrifa svo um upplifun sína af verkefninu. Gögn fyrir þetta verkefni er ýmislegt í náttúrunni og stafræn myndavél.

Eftirfarandi verkefni fyrir 4. og 5. bekk er þjálfun í vinnu með metrakerfi, hnitakerfi, og kortagerð. Fyrsta verkefnið hefur það markmið að nemendur auki skilning sinn á metrakerfinu og verði færari í notkun þess. Það gera nemendur með því að búa sér til sín eigin metraprik og mæla með þeim. Efni frá smíðakennara mæla nemendur í 100 cm löng prik og saga niður, nemendur mæla svo 10 cm eða 1 dm og marka á þau. Að þessu loknu velja nemendur sér fimm hluti á skólalóðinni til að mæla með prikunum, jafnt einir sem og með aðstoð annarra. Nemendur skrá niðurstöður sínar á blað. Inni í stofu skrá nemendur upplýsingar mælinga sinna í stærðarröð á annað blað. Fyrir þetta verkefni þurfa nemendur spýtur, sagir, málbönd, tússliti, pappír og skriffæri.

Annað verkefni hefur það markmið að nemendur geri sér grein fyrir hvernig hnitakerfi virka og fái að vera stök í einu slíku. Notuð er hellulögð stétt sem nemendur ásamt kennara marka á láréttan x -ás og lóðréttan y -ás með krít eða böndum. Nemendur fá uppgefin hnit sem þeir eiga að finna og raða sér á. Einnig má snúa ferlinu við og nemendur raða sér inn í hnitakerfið og síðan eru hnitin skráð. Gögn sem þarf fyrir þetta verkefni eru krít, bönd eða annað til að marka hnitakerfið, pappír og skriffæri.

Þriðja verkefnið hefur það markmið að nemendur velti fyrir sér einstaklingsbundinni rúmshyggju og geri sér grein fyrir breytileika niðurstaðna. Verkefnið er kveikja að kortavinnu og gerir nemendum grein fyrir hve skynjun þeirra af sama hlut getur verið margbreytileg. Sem leggur áherslu á mikilvægi áreiðanleika korta. Nemendur fara með kennara á afmarkað svæði, í þessu tilfalli Stakkagerðistún, og fá það verkefni að teikna það upp. Gott er ef nemendur hafa ekki skoðað kort af svæðinu áður en farið er af stað, þar sem verkefnið felst í athugun á sýn þeirra af svæðinu. Nemendur vinna verkið tveir saman og fá ákveðinn tíma til verksins, einnig þarf að brýna fyrir þeim að hóparnir beri sig ekki saman á meðan á vinnu stendur. Kortin eru síðan skoðuð og nemendum bent á hversu margbreytileg þau eru. Í kjölfarið er unnin frekari kortavinna. Fyrir þetta verkefni þurfa nemendur blýanta og pappír.

Flugdrekagerð sem verkefni fyrir 5. bekk hefur það markmið að nemendur geri sér grein fyrir gerð flugdreka, samhverfu formi og mynsturgerð. Í upphafi verkefnisins fara nemendur út og skoða hvernig plastpokar sem þeir hafa sett band í höldurnar á haga sér í vindinum. Nemendur prófa að þyngja pokana, gera göt á þá og fleira. Þannig skoða þeir hvernig flugdreki flýgur. Að þessu loknu búa nemendur til flugdreka og fer sú vinna fram í skólastofu. Mikilvægt er að nemendur geri sér grein fyrir að flugdrekar speglast um speglunarárs og að þeir verða að vera eins báðum megin við hann. Nemendur fá því örku með línu í miðjunni og klippa út ýmiskonar form og raða þeim inn á örkina samhverft báðum megin við línuna. Að því loknu teikna þeir meðfram útlínunum formanna og klippa út

drekann, þannig fá þeir út dreka sem er samhverfur. Markmið með þessum hluta verkefnisins er að nemendur geri sér grein fyrir samhverfunni. Ekki verða endilega búnir til flugdrekar úr þeim myndum sem komu út úr þessum hluta verkefninu.

Þá er farið í að útbúa flugdreka sem á að koma á loft og skreyta með samhverfu mynstri. Á slóðinni <http://www.ncetm.org.uk/files/332614/A+Guide+to+making+Kites.pdf> eru góðar leiðbeiningar til að styðjast við. Að lokum fara nemendur út og prófa drekana og lagfæra þá ef með þarf. Til verkefnisins þarf plastpoki, dagblöð, límband, mislitur pappír, skæri, stangir, girmi, borða.

10. Kafla. Tölfræði og líkindi

Samkvæmt *stærðfræðihluta Aðalnámsskrár grunnskóla* (2007:21) eiga nemendur, við lok 4. bekkjar, meðal annars að kunna skil á eftirfarandi markmiðum varðandi tölfræði og líkindi. Þeir eiga að geta safnað gögnum, flokkað þau og skráð í töflur og súlurit. Lesið og flokkað upplýsingar sem settar eru fram í töflum eða súluritum. Við lok 7. bekkjar (sami:32) eiga nemendur að hafa gert sér grein fyrir merkingu líkindahugtaksins og geta metið líkur með einföldum tilraunum.

Í *kennarabók með Einingu 6* (2000:16) kemur fram að nemendur þurfa að fá að afla sér tölfræðilegra upplýsinga með rannsóknum, setja þær skipulega fram, lesa úr þeim og gera spár byggðar á niðurstöðunum. Þessar rannsóknir eiga jafnt við um fyrirbæri í náttúrunni sem og í samfélaginu. Með tilkomu tækninýjunga í framsetningu niðurstaðna, á undanfórnum áratugum, hefur mikilvægi góðs skilnings á tölfræði aukist.

Ung börn verða fljótlega vör við mikið magn upplýsinga í daglegu lífi sínu og oft eru þær settar fram með tölfræðilegum aðferðum. Þeim er því nauðsynlegt að geta lesið slíkar upplýsingar og túlkað þær.

Hugmyndir að verkefnum

Könnun, á litum bíla, sem 1. og 2. bekkur geta unnið hefur það markmið að nemendur styrkist í skráningu tölfræðilegra upplýsinga og úrvinnslu þeirra. Áður en nemendur framkvæma könnunina hafa þeir komið með hugmyndir að hvaða liti þeir gætu séð á bílum og með aðstoð kennara útbúið skráningarblað. Þá er farið út og nemendur skrá hjá sér, í viðeigandi reit á skráningarblaðinu, liti bíla sem fram hjá fara á ákveðnum tíma. Að verkefni loknu eiga nemendur að vera komnir með súlurit sem lýsir litum bíla sem fram hjá fóru. Í stofu kynna nemendur niðurstöður sínar. Verkefnið þarf ekki að einskorðast við liti á bílum einnig getur skráningin verið á ýmislegu sem nemendur sjá í umhverfi sínu á ákveðnum tíma s.s. bílar, flugvélar, fólk, reiðhjól og fleira. Fyrir verkefnið þarf blýanta, klukku og hanna þarf skráningarblað.

Verkefni fyrir 3. og 4. bekk felur í sér veðurathugun. Markmið þess er að nemendur þjálfist í að lesa af mælum og skrá upplýsingar með tölfræðilegum aðferðum. Fyrir þetta verkefni þarf að setja upp veðurstöð sem inniheldur regnmæli og hitamæli. Daglega fara nemendur út og mæla regnvatn og hitastig og skrá á þar til gert blað. Í vikulok eru niðurstöður bekkjarins settar upp í súlurit, regnvatnið á eitt blað og hitastigið á annað. Á vefnum www.vedur.is eru miklar upplýsingar sem einnig má nýta í verkefnið. Fyrir verkefnið þarf

veðurstöð, hitamæli, regnmæli, skráningarblöð og skriffæri. Nemendur í 5. bekk geta framkvæmt samskonar veðurathugun en lagt áherslu á flóknari úrvinnslu gagna.

Með því að nota umferðarkönnun geta nemendur í 5. bekk skoðað mismunandi líkur. Meðal annars geta nemendur giskað á hve margir bílar aka fram hjá skólanum næstu 10 mínútur. Unnið er í hópum þannig að einn hópur giskar á og rannsakar svo hversu margir bílar fara framhjá. Annar hópur gæti giskað á hversu margir rauðir bílar fara fram hjá og aðrir hópar velja sér annað til að rannsaka. Hóparnir vinna ekki allir á sama svæði. Í stofu er unnið úr niðurstöðum og þær kynntar bekknum. Þetta verkefni er einnig áhugavert að skoða á mismunandi tímum dags. Nemendur þurfa skriffæri og pappír.

Niðurlag

Markmið verkefnisins er að hvetja kennara til að fara út úr skólastofunni með hluta stærðfræðikennslunnar og gefa nemendum tækifæri til að vinna að þrautum og viðfangsefnum utan dyra í ólíkari aðstæðum en þeir eru vanir. Sú tilbreyting er vafalaust tiltölulega einföld breyting fyrir kennara að gera í kennslu, fer það reyndar allt eftir viðfangsefnum. En einfaldur leikur eða stutt verkefni getur gefið nemendum nýtt sjónarhorn í náminu og haft mikil áhrif á tengingar þeirra við viðfangsefnið. Í þessu hefti hafa verið týnd til nokkur verkefni sem samræmast tilgreindum markmiðum, sem nemendur eiga að hafa náð á ákveðnum tíma í stærðfræðinámi. Listinn er alls ekki tæmandi og vinna við heftið gefið til kynna að óþrjótandi möguleikar eru varðandi útinámsverkefni í stærðfræði.

Kennarar sem ætla sér að nýta útikennslu verða einnig að gera nemendum grein fyrir því, að með verkefnunum eru markmið og að ætlast er til ákveðinnar vinnu af þeim. Hafa verður þó í huga að utan dyra getur allt gerst og stundum koma tækifæri upp í hendur kennara sem eru námi nemenda mikilvægari en markmið ákveðins verkefnis, þau tækifæri þarf að grípa og nýta.

Heimildir

Aðalnámsskrá grunnskóla – stærðfræði. 2007. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.

Hildur Karen Aðalsteinsdóttir. *Teningasipp.* Leikur sóttur af vefslóðinni:

<http://flotur.ismennt.is/namsefni/HKA/Teningasipp.doc>. [Sótt 5.mars 2009.]

Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 1999. *Eining 1 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 2000. *Eining 3 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 2000. *Eining 5 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 2000. *Eining 6 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Petersen, Silla Balzer og Arne Mogensen. 2001. *Eining 7 – kennarabók.* Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir þýddu og staðfærðu. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Ragnheiður Jóhannsdóttir. 1994. *Stærðfræðileikir í byrjendakennslu.* Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Auk þess voru verkefni og hugmyndir að verkefnum sótt í eftirfarandi bækur, rit og vefi:

Aðalnámsskrá grunnskóla – stærðfræði. 1999. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.

Dagur stærðfræðinnar 27. sept. 2000. Rúmfræði, verkefni og hugmyndir. Tekið saman af Birnu Hugrónu Bjarnardóttur, Guðbjörgu Pálsdóttur, Guðrúnu Angantýsdóttur, Matthildi Guðmundsdóttur, Meyvant Þórólfssyni, Sigrúnu Ingimarsdóttur og Þór Jóhannssyni. Ritstjórn og ábyrgð Guðrúnu Angantýsdóttir. FLÖTUR samtök stærðfræðikennara.

Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir. 2003.

Kennsluleiðbeiningar með Geisla 1B. Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Hörður G. Gunnarsson og Páll Erlingsson. 1995. *Leikjabókin.* Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Ingvar Sigurgeirsson, tók saman. 2005. *Hugproska leikir, leikir sem örva hugsun.* Kennaraháskóli Íslands, Reykjavík.

National centre for excellence in the teaching of mathematics. Vefslóð:

<http://www.ncetm.org.uk/Default.aspx?page=13&module=res&mode=100&resid=926>

8. [Sótt 23.mars 2009.]

Payne, Milton R. 1985. *Using the outdoors to enrich the teaching of mathematics*. Vefslóð:
http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/2f/04/5c.pdf . [Sótt 16.janúar 2009.]