

## Útdráttur

Ritgerð þessi sem lögð er fram til B.Ed. – prófs af Grunnskólabraut við Kennaraháskóla Íslands og fjallar um sértæka stærðfræðiörðugleika. Ritgerðin skiptist í þrjá meginhluta. Í fyrsta hlutanum er reynt að setja fram skilgreiningu á hvað sértækir stærðfræðiörðugleikar eru og hver einkenni þeirra eru. Í öðrum hlutanum er sagt frá greiningarprófinu Talnalykli og samræmdum könnunarprófunum í 4. og 7. bekk og hvernig þau eru notuð í íslensku skólakerfi til þess að finna út hvaða nemendur eiga í erfiðleikum með stærðfræði. Í þriðja hlutanum er sagt frá sérkennslu og hvað hún felur í sér. Í síðari hluta þess þáttar er sagt frá niðurstöðum nemenda í einum grunnskóla úr samræmdum könnunarprófum í fjórða bekk.

---

## Efnisyfirlit

Inngangur .....	3
Stærðfræðiörðugleikar.....	4
Greining á stærðfræðiörðugleikum .....	8
Talnýkill .....	9
Samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk.....	11
Samanburður á Talnýkli og samræmdum prófum.....	13
Úrræði fyrir nemendur með stærðfræðiörðugleika .....	15
Sérkennsla og nemendur .....	16
Samantekt.....	19
Lokaorð .....	20
Heimildaskrá .....	21

## Inngangur

Lagðar voru fram nokkrar spurningar sem ég ætlaði að vinna út frá. Ég vildi leitast við að svara þeim og þannig öðlast þá þekkingu sem svörin við spurningunum gefa. Meginspurningin er hvað eru stærðfræðiörðugleikar. Með því að leita svara við henni vonast ég til að öðlast þekkingu á því hvað stærðfræðiörðugleikar eru og hvað einkennir þá. Önnur spurningin er um greiningu, með því að leita svar við þeirri spurningu vonast ég til að öðlast þekkingu á því hverskonar greinandi próf eru til á Íslandi og hvernig þau eru notuð. Síðasta spurningin sem lögð er fram er um úrræði fyrir nemendur sem hafa verið greindir. Með því að leita svara við henni vonast ég til að öðlast þekkingu á því hvað er í boði fyrir nemendur sem hafa verið greindir með sértæka stærðfræðiörðugleika. Ég vonast til þess að svörin við þessum spurningum kynni mér það sem býður mín þegar ég fer að vinna við kennslu í almennum grunnskólum. Hvaða próf það eru sem ég mun að öllum líkindum vinna með og hvernig þau eru. Ásamt því að vita við hvað er miðað þegar talað er um að nemendur séu með sértæka stærðfræðiörðugleika.

Þegar talað er um sértæka stærðfræðiörðugleika í ritgerðinni er átt við það sem á Ensku er nefnt dyscalculia. Það eru erfiðleikar í stærðfræði sem ekki er hægt að tengja við önnur þroskafrávik eða félagslega þætti.

## Stærðfræðiörðugleikar

Stærðfræði er meðal annars námsgrein skipulags, mynsturs, abstrakt hugmynda, tengsla og röðunar og byggist upp þrep af þrepi<sup>1</sup>.

Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsþáttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn<sup>2</sup>.

Allir nemendur eiga að fá tækifæri til að kynna stærðfræði og fá jákvæða upplifun af henni. Það liggur því miður ekki jafnvel fyrir öllum að læra stærðfræði og ná tökum á henni. Margar ástæður geta verið fyrir því að nemendur eru slakir í stærðfræði. Ein þeirra er að nemandinn getur verið með sértæka stærðfræðiörðugleika.

Sértækir stærðfræðiörðugleikar eru námsörðugleikar sem þó nokkrir einstaklingar eiga við að stríða og verða útskýrðir betur hér á eftir. Sértækir stærðfræðiörðugleikar hafa verið mun minna rannsakaðir en lestrarörðugleikar. Því er mun minna vitað um sértæka stærðfræðiörðugleika en lestrarörðugleika. Þetta stafar mest megin af því að mun styttra er síðan farið var að viðurkenna stærðfræðiörðugleika<sup>3</sup>. Þó svo að seinustu 10 – 12 árin hafi verið lögð mikil vinna í að rannsaka sértæka stærðfræðiörðugleika í skólum. Þá eru sértækir stærðfræðiörðugleikar samt einna lítt þekktustu námsörðugleikarnir<sup>4</sup>.

Ekki er vitað hve margir einstaklingar í grunnskólum landsins eru með sértæka stærðfræðiörðugleika sem stafa ekki af öðrum þroskahömlum. Í bókinni Rummelighed i matematik – om elevens vanskeligheder i matematik skrifar Olav Lunde að almennt megi reikna með því að um 10 – 12% af nemendum í grunnskólum eigi í miklum erfiðleikum með stærðfræði. En yfir 15% nemenda eigi í einhverjum erfiðleikum með stærðfræði<sup>5</sup>. Reikna má með því að hann sé að skrifa um norska skóla þar sem bókin er norsk. Einnig má reikna með því að hlutfallið sé svipað á Íslandi.

---

<sup>1</sup> Ragnheiður Benidiktsson. 1997:17.

<sup>2</sup> Aðalnámskrá grunnskólanna, stærðfræði. 1999:5.

<sup>3</sup> Vaidya. 2004:717.

<sup>4</sup> Dalvang og Lunde. 2006:39.

<sup>5</sup> Lunde. 2002:9.

Í greininni *Understanding dyscalculia for teaching* eru settar fram sjö forsendur fyrir stærðfræðiskilningi.

1. Færni í að fylgja röð fyrirmæla.
2. Færni í að gera sér grein fyrir áttum og hlutum í kringum sig.
3. Færni í að þekkja mynstur og halda áfram með það.
4. Færni í að kalla fram myndir af hlutum í huga sér (sjá fyrir sér hlutina).
5. Færni í að giska rökrétt á stærð, magn, fjölda og umfang.
6. Afleiðsla – hæfileiki til að yfirfæra stærðfræðireglur á einangruð tilvik.
7. Aðleiðsla – náttúrulegur skilningur – færni orðin ósjálfráð. Án þessa skilnings er stærðfræðikunnátta nemenda kunnátta sem tapast með tímanum<sup>6</sup>.

Þessar forsendur eru uppfylltar þegar stærðfræðiskilningur þróast á eðlilegan hátt. Nemendur með sértæka stærðfræðiörðugleika hafa oft ekki getu til að telja og reikna á eðlilegan hátt. Þessi tvö atriði þurfa að vera fyrir hendi svo nemendur geti náð færni á forsendum eitt og tvö hér að ofan<sup>7</sup>. Áætlað er að það séu þrjú megin þættir sem hafa áhrif á að árangur nemenda í stærðfræði er slakur, a) erfðir, b) augljósir áverkar eða villa í taugakerfinu og c) félagslegir örðugleikar<sup>8</sup>. Erfiðleikar af togum a og b geta flokkast undir sértæka stærðfræðiörðugleika.

Sértækir stærðfræðiörðugleikar geta komið fram sem erfiðleikar við að skrifa tölustafi í rétta átt, erfiðleikar með að skilja og leysa orðadæmi eða erfiðleikar með að framkvæma reikningsaðgerðirnar. Stundum getur truflun í reikningsgetu komið fram við skaða á sérstökum stöðum í heilanum<sup>9</sup>. Sértækir stærðfræðiörðugleikar eru talin vera ættgengir<sup>10</sup> og skilgreindir sem námsörðugleikar á líffræðilegum grunni (erfðir), þroskavandamál af óþekktum taugafræðilegum orsökum, sem leiða til truflunar<sup>11</sup>. Stærðfræðiörðugleikar sem eru gena tengdir eru ekki læknanlegir heldur verður fólk að læra að vinna með þeim.

Michèle M. M. Mazzocco greinir frá því í *Challenges in Identifying Target Skills for Math Disability Screening and Intervention* að hann hafi í viðtali við *Washington Post* sagt að ekki væri enn vitað hvernig ætti að skilgreina sértæka stærðfræðiörðugleika. Eftir

---

<sup>6</sup> Vaidya. 2004:718.

<sup>7</sup> Vaidya. 2004:718.

<sup>8</sup> Mange. 2006:27.

<sup>9</sup> Malmer. 1999:76.

<sup>10</sup> Mazzocco. 2005:321.

<sup>11</sup> Anna Lilja Sigurðardóttir. 1997:18.

að greinin birtist fékk hann mikið af tölvupóstum og hringingum með ábendingum á fólk sem gæti gefið honum skilgreiningu á því hvað sértækir stærðfræðiörðuleikar eru. Hann segir þetta sýna muninn á milli staðgengils skilgreiningar sem notuð er í starfi allra og almennri skilgreiningu sem notuð er í rannsóknum. Viðbrögðin voru kröftug áminning um það að margir trúa að skilgreining sé almenn ef hún er notuð í faglegu samhengi<sup>12</sup>.

Ein af þessum skilgreiningum er úr smábók frá Department for Education and Skills (2001) og er eftirfarandi: Sértækir stærðfræðiörðugleikar er ástand sem hefur áhrif á getuna til að öðlast skilning á stærðfræði. Nemendur með sértæka stærðfræðiörðugleika geta átt í erfiðleikum með að skilja einföld talnahugtök og að læra talnastaðreyndir og reikniaðgerðir. Þó nemendur með sértæka stærðfræðiörðugleika komi með rétt svar við spurningu eða noti rétta aðferð við að finna svar, þá gætu þeir verið að gera það vélrænt<sup>13</sup>.

Luria telur að einstaklingur sem sýnir einhver, þ.e. eitt eða fleiri, af eftirfarandi fjórum einkennum sé með sértæka stærðfræðiörðugleika.

1. Truflun í kerfisbundinni hugsun og rýmisskilningi.

Einstaklingur sem á við þennan kvilla að stríða getur ekki komið skipulagi á skriftarferlið hjá sér. Samkvæmt rannsóknum Luria er þetta einstaklingur sem á í miklum erfiðleikum með að greina 12 frá 21 og skrifar 129 eða 100029 í stað 1029.

2. Erfiðleikar við að skipuleggja lausnaleyðir.

Einstaklingurinn á í erfiðleikum með að skipuleggja og vinna úr þeim upplýsingum sem hann les út úr verkefnum.

3. Standa fast við launsnaraðferðir, sem komið hefur í ljós að gagnast ekki við lausnina.

Einstaklingurinn heldur áfram að beita sömu aðferð þó svo verið sé að reyna að leiða hann á rétt spor og það hefur sýnt sig að aðferðin sem hann notar gagnast ekki á verkefnið sem hann er að leysa.

4. Skortur á færni við einfalda útreikninga.

---

<sup>12</sup> Mazzocco. 2005:319.

<sup>13</sup> Chinn. 2004:7.

---

Einstaklingurinn getur ekki leyst einfaldan reikning af hendi án hjálpartækja eða þá að telja upphátt fyrir sjálfan sig<sup>14</sup>.

Í bókinni *The trouble with maths* greinir Steve Chinn frá mörgum skilgreiningum á sértækum stærðfræðiörðugleikum á baðsiðum 6 til 8, þar segir hann frá skilgreiningu Sharma á sértækum stærðfræðiörðugleikum og acalculia. Skilgreiningin Sharma er: sértækir stærðfræðiörðugleikar vísa til truflunar í færni til að framkvæma eða til að læra stærðfræði, það er, erfiðleikar í hugtakaskilningi varðandi tölur, erfiðleikar við að skilja tengsl talna og erfiðleikar við að læra reikniaðgerðir og beita þeim. Acalculia er tap á grunnfærni til að áætla magn og stærð, engin færni í að telja<sup>15</sup>.

O'Hare, Brown, og Aitken (1991) settu fram eftirfarandi þumalputtareglu um sértæka stærðfræðiörðugleika. Viðmið þeirra eru ef sjö ára eða eldra barn getur ekki lagt saman og dregið frá án hjálpartækja, ræður ekki við einfalda margföldun tíu og hálfis árs eða deilingu þrettán ára sé sá einstaklingur með sértæka stærðfræðiörðugleika<sup>16</sup>.

---

<sup>14</sup> Hansen. o.fl. 2006:18-19.

<sup>15</sup> Chinn. 2004:7.

<sup>16</sup> Prior. 1996:45.

## Greining á stærðfræðiörðugleikum

Margar ástæður geta legið að baki því að greinandi próf eru lögð fyrir nemendur.

- Foreldrar óska eftir að sjá hvernig barnið þeirra stendur sig í samanburði við jafningja sína.
- Kennarinn vill sjá framfarir nemenda sinna.
- Til að staðfesta vitneskju um sérþarfir í námi.
- Til að greina, styrkleika, veikleika og kunnáttu nemenda<sup>17</sup>.

Á Íslandi eru ekki til mörg greinandi próf fyrir kennara til að notast við til að greina nemendur með sértæka stærðfræðiörðugleika. Til eru nokkur próf sem hafa verið þýdd eða unnin út frá erlendum fyrirmyndum og staðfærð fyrir íslenska skóla. Fæst af þessum prófum hafa verið gefin út. Þau sem gefin hafa verið út eru ófáanleg í dag.

Tilgangur greinandi prófa er að draga fram í dagsljósið þekkingu nemandans, lausnleiðir hans og þann misskilning sem nemandinn situr uppi með og hindrar hann í að ná tökum á ákveðnum staðreyndum, færni eða hugtökum (Brekke 1995:16). Greinandi próf miða að söfnun upplýsinga sem á að nota til að skipuleggja áframhaldandi kennslu. Þau eiga að veita nægilegar upplýsingar til að búa til námsáætlun sem mætir þörfum viðkomandi barns. Greinandi próf er líka hægt að nota til að meta hvort framfarir hafa orðið á ákveðnu tímabili með því að leggja sama prófið fyrir við upphaf og lok námslotu<sup>18</sup>.

Í dag nota skólar landsins mest samræmdu könnunarprófin sem lögð eru fyrir nemendur í 4. 7. og 10. bekk. Í grunnskólum Reykjavíkur er prófið Talnalykill einnig lagt fyrir nemendur í 1. – 7. bekk. Sá megin munur er á þessum prófum að samræmdu könnunarprófin eru samin út frá markmiðum námskrár frá 1999<sup>19</sup> og eru ekki greinandi próf. Talnalykillinn er greinandi próf sem samið var í samræmi við þá gildandi námskrá

<sup>17</sup> Chinn og Ashcroft. 1998:25-26.

<sup>18</sup> Dóróþea Reimarsdóttir 2001:24.

<sup>19</sup> Aðalnámskrá grunnskólanna, stærðfræði. 1999.



frá 1989<sup>20</sup>. Þar sem ekki er um mikið að velja í greinandi prófum hafa kennarar nýtt sér niðurstöður samræmdu könnunarprófanna til að sjá hvaða nemendur eiga í erfiðleikum með stærðfræði, þess vegna ætla ég að fjalla um samræmdu könnunarprófin ásamt Talnalyklinum hér á eftir.

Skiptar skoðanir eru um notkun greiningarpróf og kannanna, til að kortleggja stærðfræðiörðugleika. Í bókinni *Rummelighed i matematik – om elevens vanskeligheder i matematik* greinir Olav Lunde frá gagnrýni á notkun prófa til að greina sértæka stærðfræðiörðugleika hér á eftir kemur partur af þeirri gagnrýni.

- Sá vitsmunalegi þroski sem kemur fram hjá nemendum á almennum prófum, vísar á hvað nemendur geta á ákveðnum tímapunkti. Prófin eru undir áhrifum af því hvað nemendur eiga að hafa lært áður og nemendur prófaðir í því. Niðurstöður prófanna gefa enga vitneskju um hvað nemendur geta gert án þess að þeim hafi verið kennt það eða möguleika nemendanna til að læra meira.
- Niðurstöður prófanna gefa kennurum ekki nægar upplýsingar til að skipuleggja kennslu fyrir nemandann í framhaldi af þeim. Þau gefa engar vísbendingar um hverskonar námsefni og hverskonar kennsluaðferðir kennarinn getur nýtt í sérkennslu<sup>21</sup>.

## Talnalykill

Prófið *Talnalykill* er samið af Einari Guðmundssyni og Guðmundi Arnkelssyni. Upphaf þess má rekja aftur til 1988 þó það hafi ekki verið gefið út fyrr en 1998 af Rannsóknarstofnun uppeldis og menntamála (sem nú er Námsmatsstofnun). Prófið er fyrir 1. – 7. bekk grunnskóla og er staðal- og markbundið einstaklingspróf í stærðfræði<sup>22</sup>. Prófið er skimunarpróf og er notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði. Með Talnalyklinum fæst yfirlit yfir mismunandi kunnáttu á mismunandi sviðum stærðfræðinnar<sup>23</sup>. Tilgangurinn með prófinu er að finna þá nemendur sem eru líklegir til að þurfa á stuðningi í stærðfræði að halda<sup>24</sup>.

<sup>20</sup> Aðalnámskrá grunnskólanna. 1989.

<sup>21</sup> Lunde. 2002:39.

<sup>22</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:29.

<sup>23</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:30.

<sup>24</sup> Birna Sigurjónsdóttir o.fl. 2006:7-8.

Prófinu er skipt upp í sjö prófþætti, þeir eru tölur, mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, reikningur og aðgerðir, algebra og jöfnur og rúm- og flatarmál. Alla þættina vinna nemendur útaf fyrir sig, fyrirlagnirnar eru þó mismunandi eftir prófþáttum. Fjórir þættirnir eru lagðir fyrir einstaklingslega, þar sem nemandi situr á móti þeim sem leggur fyrir hann verkefni sem hann á að leysa, tveir þeirra eru lagðir fyrir í hópi nemenda og einn þátturinn er bæði lagður fyrir einstaklinga og í hópi<sup>25</sup>. Hópprófin má leggja fyrir heilan bekk í einu þar sem nemandi situr einn á sínu borði og leysir sitt verkefni. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemenda í einu, þar sem nemandinn situr á móti þeim sem leggur fyrir hann verkefni<sup>26</sup>.

Skimunin fer fram í þremur þrepum. Á fyrsta þrepi er prófþátturinn reikningur og aðgerðir lagður fyrir. Á öðru þrepi er prófþátturinn tölur lagður fyrir. Á þriðja þrepi eru hinir fimm prófþættirnir lagðir fyrir<sup>27</sup>.

Með hverjum prófþætti er metin tiltekin kunnátta og inntak og til samans mynda prófþættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hægt er að nýta þetta próf á fleiri en einn hátt. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða. Með því að ákveða hvar viðmið eru sett má finna þann hóp nemenda sem versta stöðu hefur í stærðfræði<sup>28</sup>.

Heildartala er reiknuð fyrir þá nemendur sem taka alla prófþættina. Eftir því sem talan er lægri er frammistaða nemendanna lakari og því meiri líkur á því að nemandinn þurfi sérstaka aðstoð. Miðað er við að ef heildarstigafjöldi nemenda er 70 eða lægri þurfi hann mikla aðstoð. Nemandi með stigafjöldann á milli 70 og 85 þarf líklega aðstoð. En nemendur með stigafjölda 85 eða hærri ættu ekki að þurfa aðstoð, þó ekki öruggt þar sem það geta alltaf komið fram sérstök tilfelli<sup>29</sup>.

---

<sup>25</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:29.

<sup>26</sup> Birna Sigurjónsdóttir o.fl. 2006:7.

<sup>27</sup> Birna Sigurjónsdóttir o.fl. 2006:7.

<sup>28</sup> Birna Sigurjónsdóttir o.fl. 2006:7-8.

<sup>29</sup> Birna Sigurjónsdóttir o.fl. 2006:8.

Í *Niðurstöður Talnalykils í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur haustið 2005* segir frá framkvæmd prófsins í grunnskólum Reykjavíkur. Þar segir að prófþátturinn reikningur og aðgerðir hafi verið lagðar fyrir alla nemendur í hópprófi. Sá hluti var lagður fyrir í kennslustund inn í bekkjardeildunum og bekkjakennarar og deildastjóri sérkennslu sáu um það. Þeir nemendur sem fengu mælitöluna 9 eða lægri tóku einnig prófþáttinn tölur sem er einstaklingspróf. Nemendur sem fengu mælitöluna 9 eða lægri í þeim hluta tóku hina fimm prófþætti Talnalykils, þeir þættir eru einstaklings próf. Einstaklings prófin voru í flestum tilfellum lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara.

### **Samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk**

Takmarkaðar upplýsingar eru til um eðli og eiginleika samræmdra könnunarprófa í stærðfræði sem lögð eru fyrir af Námsmatsstofnun, þar sem eingin próffræðileg greining eða fræðileg úttekt hefur verið birt um þau. Því er ekki vitað hversu áreiðanleg prófin eru sem mælitæki á námsárangur. Réttmæti þeirra hefur heldur ekki verið kannað formlega og því lítið vitað um forspárgildi þeirra gagnvart frekara námi<sup>30</sup>.

Prófin eru haldin einu sinni á ári af Námsmatsstofnun. Allir nemendur í 4. og 7. bekk eiga að þreyta prófin. Prófin eru lögð fyrir í tveimur hlutum. Nemendur verða að fá undanþágu ef þeim er ekki treyst til að þreyta prófin. Sækja verður um undanþágu til menntamálaráðuneytisins og Námsmatsstofnun fær svo afrit af svörum ráðuneytisins. Heimilt er að veita nemendum frávik frá almennum reglum um fyrirlögn samræmdra prófa. Helstu frávik sem átt er við í stærðfræðiprófinu eru:

- Nemendur fá lengri próftíma, mest 40 mínútur það er 20 mínútur í hvorum prófhluta.
- Nemandi með annað móðurmál en íslensku getur fengið fyrirmæli prófana útskýrð fyrir sig.
- Nemendur með lestrarörðugleika og þeir sem eiga í miklum erfiðleikum með lestur af öðrum ástæðum geta fengið geisladisk þar sem prófið er lesið fyrir nemendur.

---

<sup>30</sup> Guðmundur B. Arnkelsson. 1994:84.

Senda þarf inn beiðni til Námsmatsstofnunar um að fá undanþágu frá almennri fyrirlögn prófanna. Öllum frávikum fylgir lengri próftími. Ef einungis er um að ræða lengri próftíma þarf ekki að senda inn beiðni<sup>31</sup>.

Nemendur þurfa að hafa reglustiku og vasareikni þegar þeir þreyta stærðfræði prófið í 4. bekk auk þess þurfa nemendur í 7. bekk að hafa gráðuboga. Nemendur í 4. bekk mega nota kubba og talnagrindur sér til aðstoðar. Í prófinu fyrir 4. bekk eru þrjú námsþættir sem hver hefur sitt vægi. Þættirnir eru reikningur og aðgerðir (50%), rúmfræði og mælingar (25%) og tölur og talnaskilningur (25%). Þættinum reikningur og aðgerðir er ætlað að meta kunnáttu nemendanna í samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu. Þættinum rúmfræði og mælingar er ætlað að meta kunnáttu nemendanna í mælingum, lausnum einfaldra rúmfræðiprauta og þekkingu á algengum hugtökum tengdum rúmfræðinni. Þættinum tölur og talnaskilningur er ætlað að meta talnaskilning nemendanna. Fimm tegundir af spurningum eru notaðar í prófinu fyrir 4. bekk, (1) hefðbundin reikningsdæmi, (2) orðadæmi, (3) eyðufyllingar, (4) teikningar og (5) krossaspurningar<sup>32</sup>.

Í 7. bekk eru einnig þrjú námsþættir hver með sitt vægi, reikningur og aðgerðir (62,5%), rúmfræði og mælingar (25%) og tölfræði (12,5%). Hverjum þætti er ætlað að meta ákveðna hæfni. Reikningi og aðgerðum er ætlað að meta kunnáttu nemenda í samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu. Rúmfræði og mælingum er ætlað að meta kunnáttu nemendanna í rúm- og flatarmálsfræðum auk mælingum. Tölfræði er ætlað að meta kunnáttu nemenda í tölfræði<sup>33</sup>.

Nemendur sem þreyta prófin fá eina samræmda heildareinkunn ásamt námsþáttaeinkunn fyrir hvern námsþátt í prófunum. Í 4. bekk fá nemendur eina samræmda einkunn ásamt einkunn fyrir prófþættina þrjá sem taldir voru upp að framan. Með þessu fæst þversnið af kunnáttu nemendanna í viðkomandi námsgreinum sem ætti að auðvelda kennurum að greina styrk- og veikleika nemendanna<sup>34</sup>. Dæmi um hvernig niðurstöður prófanna í 4. bekk koma til kennara má sjá hér aftar í kaflanum *Sérkennsla og nemendur*.

---

<sup>31</sup> Námsgagnastofnun. 2006:6-7.

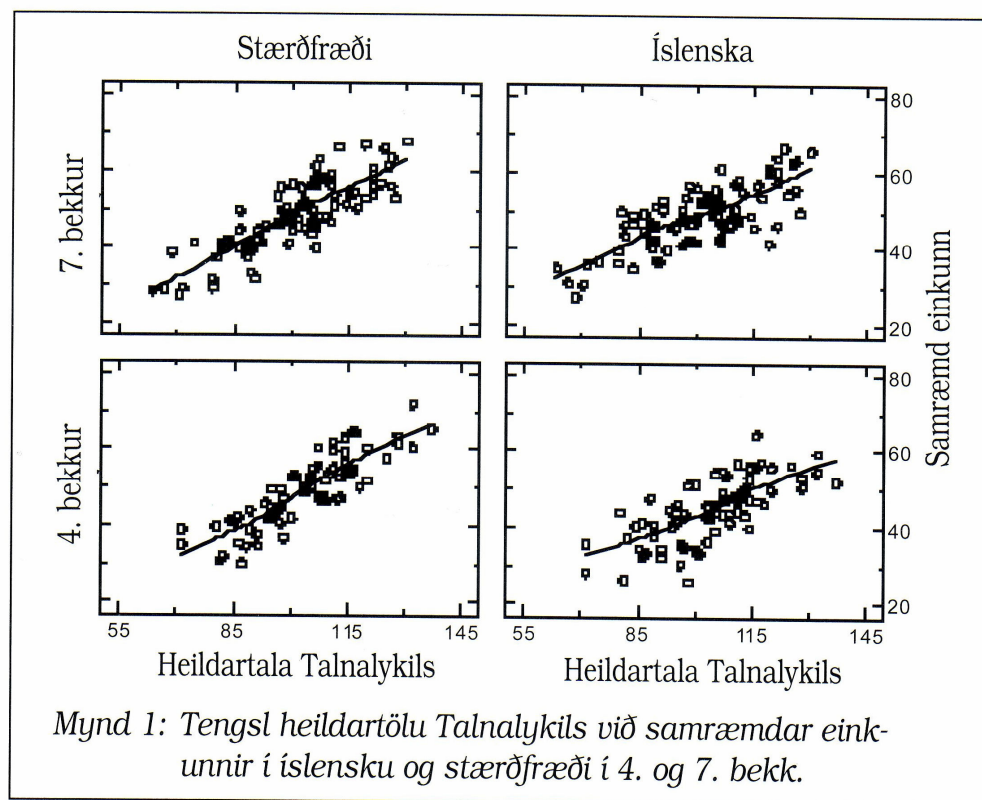
<sup>32</sup> Námsmatsstofnun. 2006:15

<sup>33</sup> Námsmatsstofnun. 2006:17

<sup>34</sup> Námsmatsstofnun. 2006:14

***Samanburður á Talnalykli og samræmdum prófum***

Guðmundur B. Arnkelsson, Einar Guðmundsson og Einar Örn Einarsson greina frá samanburði á Talnalyklinum og samræmdu könnunarprófunum í greininni *Talnalykill og samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk*. Könnuð voru tengsl á milli heildartölu Talnalykils og einkunnar í samræmdu könnunarprófum hjá 4. og 7. bekk í íslensku og stærðfræði árið 1999. Vegna þess hve gömul þessi rannsókn er, er ekki víst að niðurstöður hennar standist í dag. Þar sem Talnalykillinn var samin í samræmi við þá gildandi námskrá frá árinu 1989 og er staðlaður út frá henni.



35

Á mynd 1 sést að í fjórða bekk fer góð frammistaða á Talnalykli saman við háa samræmda einkunn í stærðfræði. Tiltölulega lítil dreifing er í kringum línuna á myndinni sem er í samræmi við mjög háa fylgni milli heildartölu Talnalykils og stærðfræðieinkunnar,  $r(71)=0,86$ . Í 7. bekk eru einnig mjög sterk tengsl milli Talnalykils og stærðfræðieinkunnar,  $r(88)=0,84$ .

<sup>35</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:32.

Þessi háa fylgni stærðfræðieinkunnar og heildartölu Talnalykils, bæði 4. og 7. bekk, styður samleitniréttmæti prófsins. Vitneskja um heildartölu Talnalykils gefur samkvæmt þessu tiltölulega góða forspá um líklega frammistöðu í stærðfræði á samræmdu könnunarprófunum. Þegar hliðsjón er höfð af innihaldi prófsins, gefa þessi sterku tengsl til kynna að Talnalykill sé að meta sömu færni og samræmd könnunarpróf í stærðfræði<sup>36</sup>.

---

<sup>36</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:31

---

## Úrræði fyrir nemendur með stærðfræðiörðugleika

Það er alltaf ákveðinn hluti nemenda sem ekki getur fylgt eftir eðlilegri námsframvindu miðað við aldur nemendanna. Þessir nemendur þurfa meiri stuðning og námsaðstoð en almennt er. Leitað er ýmissa leiða til að veita þennan stuðning. Í grunnskólalögum segir:

Börn og unglingar, sem eiga erfitt með nám sökum sértækra námsörðugleika, tilfinningalegra eða félagslegra örðugleika og/eða fötlunar, sbr. 2. gr. laga nr. 59/1992, eiga rétt á sérstökum stuðningi í námi. Kennslan getur verið einstaklingsbundin eða farið fram í hópi innan eða utan almennra bekkjardeilda, í sérdeildum eða í sérskóla. Meginstefnan skal vera sú að kennslan fari fram í heimaskóla. Telji foreldrar barns eða forráðamenn, kennarar eða aðrir sérfræðingar að barnið fái ekki notið kennslu við sitt hæfi í heimaskóla geta forráðamenn sótt um skólavist fyrir það í sérskóla<sup>37</sup>.

Einnig segir í reglugerð um sérkennslu:

Grunnskólinn skal laga starf sitt að þroska og getu allra nemenda sinna, þannig að hver nemandi fái kennslu við hæfi. Því ber að skipuleggja skólastarfið í heild út frá þörfum allra nemenda og skapa námsumhverfi sem hæfir hverjum og einum<sup>38</sup>.

Sérkennsla er ein tegund af stuðningi fyrir nemendur. Hún er annaðhvort stuðningur við nemanda eða við nemendahóp sem þarfnast tímabundinnar aðstoðar eða samfellds stuðnings um lengri tíma. Samkvæmt 3. grein reglugerðar um sérkennslu felur sérkennsla í sér verulega breytingu á námsmarkmiðum, námsefni, námsaðstæðum og/eða kennsluáferðum miðað við það sem öðrum nemendum á sama aldri er boðið upp á. Sérkennsla er skipulögð til lengri eða skemmri tíma eftir þörfum nemandans, jafnvel alla

<sup>37</sup> Lög um grunnskóla nr. 66/1995, 35.gr.

<sup>38</sup> Reglugerð um sérkennslu nr. 389/1996, 2. gr.

skólagöngu hans. Sérkennsla einstakra nemenda eða nemendahópa fer fram innan eða utan almennra bekkjardeilda, í sérdeildum, sérskólum eða annars staðar<sup>39</sup>. Margt felst í sérkennslu t.d.

- Sérkennari sér um að meta nemendur sem þurfa á sérkennslu að halda að álitir kennara eða foreldra.
- Sérkennari veitir kennurum ráðgjöf varðandi námsefni og kennsluaðferðir þegar þess er þörf.
- Rökstudd einstaklingsáætlun.
- Einstaklingsáætlun fylgt eftir í kennslu og námsmati<sup>40</sup>.

Sérkennsla getur ýmist verið innan eða utan almennrar bekkjadeildar þar sem unnið er með einum eða fleiri nemendum. Við val á leið í kennslunni verður að taka mið af þörfum nemenda hverju sinni, úthlutuðu tímamagni og þeim viðfangsefnum sem þarf að vinna með. Það, hvar og hvernig kennslan fer svo fram, verður að fara eftir því við hvernig aðstæður nemandanum nýtist aðstoðin best<sup>41</sup>.

### **Sérkennsla og nemendur**

Vita þarf hvað nemandi kann og hvað hann kann ekki til að geta ákvarðað hvað eigi að gera næst<sup>42</sup>. Því verður að byrja á því að kortleggja kunnáttu nemandans. Það er til dæmis hægt að gera með prófum líkt og samræmdu könnunarprófunum og Talnalyklinum. Eftir þetta er það mál kennara nemandans ásamt öðrum sem koma að málinu að ákveða hvað á að gera næst. Það er margt sem hefur áhrif á hvernig best er að skipuleggja nám nemenda, það sem taka þarf tillit til er hvernig persónuleiki nemandans er, hvernig nemandinn vinnur best og hvernig hann er staddur í stærðfræði. Nemendur eru ólíkir og því er ekki víst að það námsefni og þau vinnubrögð sem henta einum nemanda henti öðrum nemendum jafn vel.

---

<sup>39</sup> Reglugerð um sérkennslu nr. 389/1996, 3. gr.

<sup>40</sup> Skólanámskrá Álfamýrisskóla. 2006:4-5

<sup>41</sup> Skólanámskrá Álfamýrisskóla.2006:6

<sup>42</sup> Guðmundur B. Arnkelsson o.fl. 2000:30



Kennari 18 nemenda fær niðurstöður þeirra úr stærðfræðihluta á samræmdu könnunarprófi í 4. bekk á eftirfarandi hátt (sjá töflu).

Nemendur	Stærðfræði											
	Heildareinkunn			Reikn. og aðgerðir			Rúmfr. og mæl.			Tölur og talnask.		
	Eink.	Stig	Rað.	Eink.	Stig	Rað.	Eink.	Stig	Rað.	Eink.	Stig	Rað.
Nem. 1.	6,5	66,0	44	5,5	27,3	25	7,5	18,3	55	8,0	20,3	72
Nem. 2.	3,5	34,0	5	3,5	16,7	6	2,5	6,7	5	4,5	10,9	19
Nem. 3.	7,5	77,0	66	7,5	36,4	57	8,0	20,0	68	8,0	20,3	72
Nem. 4.	4,5	43,0	12	2,0	10,6	2	8,0	20,0	68	5,0	12,5	26
Nem. 5.	6,0	59,0	32	6,0	28,8	30	5,5	13,3	26	7,0	17,2	52
Nem. 6.	7,0	71,0	54	6,0	30,3	34	8,0	20,0	68	8,0	20,3	72
Nem. 7.	5,5	55,0	26	5,5	27,3	25	5,5	13,3	26	5,5	14,1	34
Nem. 8.	4,0	39,0	9	3,5	18,2	8	5,5	13,3	26	3,0	7,8	8
Nem. 9.	8,0	81,0	75	7,5	37,9	63	8,0	20,0	68	9,5	23,4	88
Nem. 10.	6,0	59,0	32	6,0	28,8	30	6,0	15,0	35	6,0	15,6	42
Nem. 11.	4,5	44,0	13	4,0	21,2	13	4,5	11,7	19	4,5	10,9	19
Nem. 12.	7,5	77,0	66	8,0	39,4	69	7,5	18,3	55	7,5	18,8	62
Nem. 13.	6,5	66,0	44	6,0	30,3	34	8,0	20,0	68	6,0	15,6	42
Nem. 14.	8,5	83,0	79	9,0	45,5	92	8,0	20,0	68	7,0	10,9	52
Nem. 15.	6,5	66,0	44	6,5	33,3	44	6,5	16,7	45	6,0	18,8	42
Nem. 16.	7,5	74,0	60	6,5	31,8	38	7,5	18,3	55	9,5	15,6	88
Nem. 17.	7,0	72,0	56	6,5	33,3	44	8,5	21,7	79	7,0	17,2	52
Nem. 18.	5,0	52,0	22	5,0	25,8	22	5,5	13,3	26	5,0	12,5	26
Meðaltal	6,2			5,8			6,7			6,5		

Eins og kemur fram hér að framan nýta margir kennarar sér þessar upplýsingar til að meta hvaða nemendur eiga í erfiðleikum með stærðfræði. Sú nýbreytni var tekin upp í ár að kennarar fá prófhefti nemendanna til baka. Þannig geta kennararnir fengið betri yfirsýn yfir kunnáttu nemenda sinna út frá samræmdu prófunum en áður hefur þekkt.

Kennarinn byrjar á því að skoða einkunnir hvers og eins. Þar sem kennarinn þekkir nemendurna hefur hann ákveðna hugmynd um hvernig þeir hafa staðið sig. Því sér hann strax ef það er eitthvað sem honum finnst óeðlilegt og getur skoðað það nánar. Út frá þessum upplýsingum sér hann hvað það er sem hver og einn nemandi þarf að styrkja. Einnig ætlar hann í samráði við sérkennara að sjá hvort það eru einhverjir nemendur sem ættu að fá sérkennslu.

Í þessum tilbúna nemendahópi eru fjórir nemendur sem hafa hlotið heildareinkunnina undir fimm. Þeir nemendur eru verst staddir í þessum átján nemenda hópi, þetta eru

nemendur 2, 4, 8 og 11. Ef einkunnir þessara nemenda eru skoðaðar nánar, má sjá að einkunnir þriggja þeirra eru fimm komma fimm eða lægri í öllum prófhlutum. Einn nemandinn sker sig úr þar sem hann fær einkunnina tvo fyrir reikning og aðgerðir en átta í rúmfræði og mælingum. Á grundvelli þessara upplýsinga ákveður kennarinn að gera sérstaka námsáætlun og vinna sérstaklega með þessum nemendum til að hjálpa þeim að styrkja sig í stærðfræði.

## Samantekt

Fram kemur í kaflanum stærðfræðiörðugleikar hér að framan að ekki er til nein viðurkennd skilgreining sem notuð er í rannsóknum á því hvað sértækir stærðfræðiörðugleikar eru. Þó eru til skilgreiningar sem fólk tekur mið af í daglegu lífi. Þetta gerir það að verkum að ekki er hægt að segja með fullri vissu hvað það er sem einkennir stærðfræðiörðugleika annað en það að nemendur eiga í erfiðleikum með stærðfræði.

Það að ekki er til almenn skilgreining á stærðfræðiörðugleikum kemur í ljós þegar prófin Talnalykill og samræmdu könnunarprófin í stærðfræði eru skoðuð. Þau eru þau próf sem notuð eru á Íslandi, Talnalykillinn er greinandi próf sem mest er notaður í grunnskólum Reykjavíkurborgar en samræmdu könnunarprófin eru próf sem allir nemendur í 4., 7. og 10. bekk á Íslandi eru skyldugir til að taka. Báðum prófunum fylgja viðmið um hvenær nemendur sem þreyta þau hafa náð tilskildum árangri. Þó eru ekki viðmið á þessum mælikvarða hvenær nemendur teljast vera með sértæka stærðfræðiörðuleika. Gengið er þó lengra í þessum efnum í leiðbeiningunum með Talnalyklinum en samræmdu könnunarprófunum. Þetta sést í kaflanum Talnalykill hér að ofan þar sem settir eru fram kvarðar um hvaða nemendur þurfa mikla sértæka aðstoð og hvaða nemendur það eru sem þurfa einhverja aðstoð. Í samræmdu prófunum eru það þeir sem ná ekki fullnægjandi einkunn á prófunum sem eru taldir þurfa sértæka aðstoð og þeir þurfa þeim um meiri aðstoð eftir því sem einkunn þeirra er lægri.

Sú aðstoð sem nemendur sem eiga í erfiðleikum með stærðfræði fá, er að mestu leiti sérstök aðstoð með sérkennslu. Sérkennslan getur verið inni í bekkjardeild, í litlum hópum eða þá einstaklingslega.

**Lokaorð**

Við upphaf vinnu þessa verkefnis hafði ég ákveðna hugmynd um hvað stærðfræðiörðugleikar væru. Ég vissi að ekki hefði verið skrifað jafn mikið um rannsóknir á stærðfræðiörðugleikum og lestrarörðugleikum. Ég gerði mér þó ekki grein fyrir að munurinn væri svona mikill. Þetta er það sem hefur komið mér mest á óvart við vinnslu á þessu verkefni og það að ekki er til almenn skilgreining á því hvað stærðfræðiörðugleikar eru. Það að ekki er til almenn skilgreining held ég að sé mesta vandamálið í rannsóknunum þar sem það er engin almenn forskrift að því hvað er verið að rannsaka og þannig er hver rannsakandi að nota sína skilgreiningu sem verður til þess að ekki er alltaf verið að rannsaka sama hlutinn. Því finnst mér liggja brýnast fyrir í rannsóknum á stærðfræðiörðugleikum að koma fram með almenna skilgreiningu, þar sem það myndi opna margar dyr að áframhaldandi rannsóknum.

---

## Heimildaskrá

- Aðalnámskrá grunnskóla*. 1989. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.
- Aðalnámskrá grunnskóla. Stærðfræði*. 1999. Menntamálaráðuneytið, Reykjavík.
- Anna Lilja Sigurðardóttir. 1997. Ég er alveg vonlaus með tölur: sérstakir stærðfræðiörðugleikar – dyskalkúlía. *Glæður* 7:17-22.
- Birna Sigurjónsdóttir, Hildur Björk Svavarsdóttir og Ólafur Magnússon. 2006. *Niðurstöður Talnalykils í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur haustið 2005*. Menntasvið Reykjavíkur, Reykjavík.
- Chinn, Steve. 2004. *The troubles with maths. A practical guide to helping learners with numeracy difficulties*. RoutledgeFalmer, Oxon.
- Chinn, Stephen J. og J. Richard Ashcroft. 2003. *Mathematics for Dyslexics. A Teaching Handbook Second Edition*. Whurr Publishers Ltd, London.
- Dalvang, Tone og Olav Lunde. 2006. Med kompass mot mestring – et didaktisk perspektiv på matematikkvansker. *Nordisk matematikk didaktikk* 4:37-64.
- Dóróþea Reimarsdóttir. 2001. *Greinandi próf í talnaskilningi*. Óútgefin ritgerð sem lögð var fram til 30 eininga diplómu í uppeldis- og menntunarfræðum við Kennaraháskóla Íslands.
- Guðmundur B. Arnelsson. 1994. Athugun á samræmdum lokaprófum grunnskóla: þáttauppbygging og próffræðilegir eiginleikar. *Uppeldi og menntun* 3:83-102.
- Guðmundur B. Arnelsson, Einar Guðmundsson og Einar Örn Einarsson. 2000. Talnalykill og samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk. *Glæður* 10:29-32.
- Hansen, Hans Christian, Kristine Jess, Berit Pedersen og Eva Rønn. 2006. *Der er mere end ét svar – matematik og specialundervisning*. Alinea, København.
- Lunde, Olav. 2002a. *Rummelighed i matematik – om elevens vanskeligheder i matematik*. Malling Beck, Alberslund.
- Lög um Grunnskóla nr.66/1995, 8. mars. Vefslóð <http://www.althingi.is/lagas/123a/1995066.html>
- Malmer, Gudrun. 1999. *Bra matematik för alla Nödvänding för elever med inlärningssvårigheter*. Studentlitteratur, Lund.
-

- 
- Mange, Olof. 2006. Historical aspects on special education in mathematics. *Nordisk matematikk didaktikk* 4:7-36
- Mazzocco, Michèle M. M. 2005. „Challenges in Identifying Target Skills for Math Disability Screening and Intervention.“ *Journal of Learning Disabilities*. 38:318 – 323.
- Námsmatsstofnun. 2007, 25. febrúar. Samræmd könnunarpróf í 4. og 7. bekk 2006 Uppbygging og framkvæmd. Vefslóð:  
[http://www.namsmat.is/vefur/samr\\_prof/grunnskolar/framk\\_4\\_7/framkvamd\\_4706.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/samr_prof/grunnskolar/framk_4_7/framkvamd_4706.pdf)
- Prior, Margot. 1996. *Understanding Specific Learning Difficulties*. East Sussex, Psychology Press.
- Ragnheiður Benidiktsson. 1997. Dyscalculia *Flatarmál* 5:17-18.
- Reglugerð um sérkennslu nr. 389/1996. Vefslóð:  
<http://www.reglugerd.is/interpro/dkm/WebGuard.nsf/key2/389-1996>
- Skólanámskrá Álftamýrarskóla. 2007, 28. febrúar. Vefslóð:  
<http://alftamyrarskoli.is/namskra/sertharfir.doc>
- Vaidya, Sheila Rao. 2004. Understanding Dyscalculia For Teaching. *Education*. 124:717 – 720.