



HÁSKÓLI ÍSLANDS

Mynsturkennsl í ritun og rými

Mynsturmiðað námsefni í íslensku og stærðfræði fyrir
unglingastig grunnskóla

Andrea Sif Sigurðardóttir og Guðborg Gná Jónsdóttir

Lokaverkefni til B.Ed.-prófs

Maí 2022

DEILD FAGGREINAKENNSLU

Mynsturkennsl í ritun og rými
Mynsturmiðað námsefni í íslensku og stærðfræði fyrir unglingastig
grunnskóla

Andrea Sif Sigurðardóttir og Guðborg Gná Jónsdóttir

Lokaverkefni til B.Ed.-prófs í Grunnskólakennslu með áherslu á íslensku/stærðfræði
Leiðbeinandi: Ingólfur Gíslason, aðjúnkt

Deild faggreinakennslu
Menntavísindasvið Háskóla Íslands
Maí 2022

Mynsturkennsl í ritun og rými. Mynsturmiðað námsefni í íslensku og stærðfræði fyrir unglíngastig grunnskóla.

Ritgerð þessi er 10 eininga lokaverkefni til B.Ed.-prófs í Grunnskólakennarafræði við Deild faggreinakenndu á Menntavísindasviði Háskóla Íslands

© 2022 Andrea Sif Sigurðardóttir og Guðborg Gná Jónsdóttir

Ritgerðina má ekki afrita nema með leyfi höfunda.

Ágrip

Skólastarf í grunnskólum, ef farið er eftir Aðalnámskrá, ætti að leggja áherslu á samþættingu greina, leiðsagnarnám, námsvitund nemenda og skapandi vinnu. Skipulag stærðfræði- og íslenskunáms á unglíngastigi hefur minna haft þessa sýn að leiðarljósi en önnur stig grunnskólanna, og jafnvel aðrar greinar skólans. Vantar gott kennsluefni kennurum til stuðnings við slíka kennslu, svo ekki þurfi hver og einn kennari að finna upp hjólið. Höfundar þjuggu til slíkt námsefni; vefsíðu með verkefnum í stærðfræði og íslenskri málfræði með mynsturkennsl sem þema. Mynsturkennsl er geta okkar til að þekkja, greina og vinna með mynstur, og hefur hjálpað manningum að þróast sem sú vitsmunavera sem hann er. Mynsturkennsl viðkemur hegðun okkar og námi, og er lykilþáttur í stærðfræði og þróun tungumála. Því nýtir námsefnið sér mynsturkennsl til að nálgast stærðfræði- og málfræðikennslu í íslensku á sameiginlegum grundvelli, og er markmið þess að nemendur þjálfri með sér námsvitund, djúpa hugsun, þrautseigju og sjálfstæð og skapandi vinnubrögð, ásamt því að glæða áhuga nemenda á stærðfræði og íslenskri málfræði og veita þeim tækifæri til að ræða þessar greinar og nálgast þær á sínum forsendum, sem hefur oft vantað á unglíngastigi grunnskóla. Rannsóknir styðja mikilvægi kennslu þessara greina á þennan hátt. Vefsíðan sjálf inniheldur 13 verkefni, námsmat og kennsluleiðbeiningar ásamt hlekk að þessari greinargerð til frekari útskýringa og rökstuðnings.

Efnisyfirlit

Ágrip	3
Efnisyfirlit	4
Formáli	5
1 Inngangur	6
2 Mynsturkennsl	7
2.1 Hvað eru mynsturkennsl?	7
2.2 Mynsturkennsl hjá manneskjum	7
2.3 Mynsturkennsl og tungumál	8
2.4 Mynsturkennsl og stærðfræði	10
3 Kennsla með mynsturkennsl	12
3.1 Kennsluaðferðir	12
3.2 Mynsturkennsl í stærðfræðikennslu	12
3.3 Mynsturkennsl í málfræðikennslu	13
3.4 Leiðsagnarnám	14
4 Námsefnið	16
4.1 Uppsetning	16
4.2 Leiðbeiningar	17
4.3 Námsmat	17
5 Lokaorð	19
Heimildaskrá	20
Viðauki: Vefsíða	22

Formáli

Lokaverkefni þetta kom til vegna löngunar beggja höfunda til að skrifa lokaritgerð saman. Þar eð um mismunandi kjörsvið var að ræða, íslensku og stærðfræði, ákváðum við að finna hvað sameinaði þessi fög helst og búa til námsefni úr því. Upp kom hugmynd um mynstur og varð ekki aftur snúið. Vinnan hefur verið gefandi, að sökkva sér í fræði sem við höfum mikinn áhuga á og það að geta rætt saman niðurstöður og hugsanir okkar hefur verið ómetanlegt.

Helst viljum við þakka hvorri annarri fyrir samstarfið, peppið og samverustundirnar. Ingólfur Gíslason, leiðbeinandi okkar, fær einnig þakkir fyrir yfirlestur og þá aðstoð sem hann veitti. Þá eigum við Svenna og Jökli mikið að þakka, en þeir hafa stutt við bakið á okkur í gegnum ferlið. Jón Fenrir fær líka talsverðar þakkir fyrir að vera dásamlegur. Foreldrar okkar, vinir og aðrir stuðningsmenn fá einnig þakkir fyrir andlegt pepp og að vera til.

Við vonum innilega að efnið verði einhverjum gagnlegt, þó ekki væri nema okkur sjálfum. Mikil vinna var lögð í að búa til og setja upp verkefni sem þjálfa hagnýta færni og leikni nemenda, ásamt því að gera þau áhugaverð fyrir nemendum. Við hlökkum til að kenna sjálfar eftir þessu námsefni og veita framtíðarnemendum okkar tækifæri til að öðlast nýja sýn á stærðfræði og sitt eigið tungumál.

Þetta lokaverkefni er samið af okkur undirrituðum. Við höfum kynnt okkur [Vísindasiðareglur Háskóla Íslands](#) (sjá www.hi.is/haskolinn/log_og_reglur, undir Sameiginlegar reglur). Við höfum gætt viðmiða um siðferði í rannsóknum og fyllstu ráðvendi í öflun og miðlun upplýsinga, og túlkun niðurstaðna. Notkun okkar á heimildum er í samræmi við 4. mgr. 54. gr. Reglna fyrir Háskóla Íslands nr. 569/2009. Við vísum til alls efnis sem við höfum sótt til annarra eða fyrri eigin verka, hvort sem um er að ræða ábendingar, myndir, efni eða orðalag. Við þökkum öllum sem lagt hafa okkur lið með einum eða öðrum hætti en berum sjálfar ábyrgð á því sem missagt kann að vera. Þetta staðfestum við með undirskrift okkar.

Reykjavík, 5. maí 2022

Andrea Sif Sigurðardóttir Guðborg Gná Jónsdóttir

1 Inngangur

Mikið hefur verið rætt um samþættingu faggreina í skólastarfi, og hefur kennsla með því fyrirkomulagi aukist talsvert á undanförunum árum, einkum í kjölfar nýrrar Aðalnámskrár 2011 og greinargerðinni sem fylgdi árið 2013. Stærðfræði og íslensku hefur þó ekki endilega verið fléttað mikið saman, þrátt fyrir að taka stærsta plássið í viðmiðunarstundaskrá. Okkur langaði að útbúa námsefni sem sameinar þessi fög á sameiginlegum grundvelli, og varð mynstur og mynsturkennsl fyrir valinu. Niðurstaðan varð rafrænt námsefni í íslensku og stærðfræði fyrir unglingastig grunnskóla (einkum 9. og 10. bekk), enda nýafstaðinn heimsfaraldur sem gerði öllu starfsfólki skóla ljóst mikilvægi góðs rafræns efnis.

Auk námsefnisins sjálfs, sem ber titilinn *Mynsturkennsl*, fylgja kennsluleiðbeiningar, námsmat og þessi greinargerð, hvers tilgangur er að rýna í fræðin á bak við mynsturkennsl manneskja og færa rök fyrir nytsemi þeirra í kennslu.

Í 2. kafla er kynnt hvað felst í hugtakinu mynsturkennsl, hvernig þau hafa haft áhrif á þróun heilans og mannsins sem vitsmunavera, ásamt því að fjalla sérstaklega um gagnsemi þeirra í stærðfræðilegri hugsun og tileinkun tungumála. Í 3. kafla eru færð rök fyrir ávinnslu kennslu með mynsturkennsl í huga, bæði innan stærðfræðinnar sem og í íslenskri málfræði. Þá eru þær kennsluáðferðir sem námsefnið byggir á, lausnaleytnám og þrautalausnir, kynntar, ásamt leiðsagnanámi, sem námsmat námsefnisins fylgir. Í 4. kafla er námsefnið sjálft kynnt, markmið þess, uppsetning, leiðbeiningar og í lokin námsmatið.

2 Mynsturkennsl

2.1 Hvað eru mynsturkennsl?

Heili dýra er margslunginn, enda margt á huldu hvernig hann virkar. Helsta hlutverk hans er þó að umskrá og heilda (*e. integrate*) upplýsingar og áreiti úr umhverfinu í gegnum skilningarvit okkar. Umskráningarferlið felur í sér að taka eftir og greina mynstur sem koma fyrir í ílaginu (*e. input*). Þ.e. öll heilastarfsemin byggir á getu okkar til að skynja og greina mynstur (Mattson, 2004). Í þessu riti köllum við þessa getu *mynsturkennsl*. Mynsturkennsl byggjast á tveimur ferlum, óháð skilningarvitinu sem skynjar ílagið (í mönnum hefur þó sjónrænt og hljóðrænt áreiti mest verið rannsakað). Í fyrsta lagi að koma auga á mynstur í umhverfinu og í kjölfarið að leggja þau á minnið. Í öðru lagi getan til að rifja upp mynstur til að nýta það (Noton, 1970), sem heilinn gerir með því að vinna með og hagræða (*e. manipulate*) til að bera saman þekkt mynstur og, að minnsta kosti hjá mönnum, búa til ný mynstur sem gefa til kynna hluti eða ferla sem gætu verið til eða eru jafnvel ólíklega til (Mattson, 2004).

Rannsóknir á sjónrænum mynsturkennslum sýna að til að nýta sér mynstur þarf heilinn fyrst að leggja áður óþekkt mynstur á minnið, sem hann gerir með því að byggja upp nokkurs konar líkan af mynstrinu með ákveðnum skyn- og hreyfisporum (*e. sensory and motor traces*) (Noton, 1970). Til að geta þekkt mynstur þarf heilinn að rýna í minnið og finna skyn- og hreyfispur sem passa við mynstrið í ílaginu. Sambærileg skyn- og hreyfispur sjást í heilanum þegar við lærum nýtt atferli og högum okkur samkvæmt því, þ.e. sjónræn mynsturkennsl virðast byggja á sömu heilastarfsemi og atferlislínum okkar, sem gefur vísbendingu um mikilvægi mynsturkennsl í uppeldi og námi (Noton, 1970).

Börn byrja snemma að mynda tengsl milli hluta og verða meðvituð um mynstur í umhverfi sínu. Á meðan heilinn heldur áfram að þroskast verður hann sífellt uppteknari af því að skilja umhverfið, leitandi að mynstrum til að finna skýringu á því sem barnið upplifir. Allar þær upplýsingar sem hjálpa heilanum að ákvarða mynstur eru líklegar til að gefa hlutunum bæði merkingu og efla skilning (Souise, 2017). Mannsheilinn er nokkuð góður í að meta aðstæður; við erum stöðugt að leita eftir mynstrum, jafnvel þegar þau eru ekki augljós. Við reynum að gera tengingar alls staðar og þannig leggjum við það sem við sjáum og upplifum í kringum okkur á minnið (Devlin, 2001).

2.2 Mynsturkennsl hjá manneskjum

Mikilvægi mynsturkennsla hjá manningum verður seint ofmetið. Þegar heilinn í manningum stækkaði, jókst mynsturkennslhæfni okkar til muna, auk þess sem geta okkar til að búa til og spá fyrir um ný og óþekkt mynstur kom fram. Þessi geta er undirstaðan í tilveru okkar sem

vitsmunaverur, en þau æðri mynsturkennsl (*e. superior pattern processing*) sem við erum fær um hafa gert mannum kleift að þróa með sér talað og ritað tungumál, sköpunargáfu, ímyndunarafli, gagnrýna hugsun og rökfræði, ásamt skáldskaparhugsun (*e. magical thinking*), hvar við getum ímyndað okkur hluti sem ekki eru til, og geta jafnvel ekki verið til (Mattson, 2014).

Rannsóknir á heilum og heilavirkni í samhengi við þróunarsögu mannsins hafa sýnt að geta dýra til að greina mynstur í nágranni þeirra og að flokka skyld mynstur saman (þ.e. að samþjappa upplýsingum í heilanum) hefur gert dýrum kleift að þróast hraðar í takt við breytingar í umhverfinu og verða þar af leiðandi, þróunarlega séð, ákjósanlegasta tegundin í tilteknu umhverfi (Hofman, 2003). Líkt og fjallað verður um nánar hér á eftir, gerði mynsturkennslhæfni mannsins honum einnig kleift að þróa með sér tungumál, bæði rit- og talmál. Tungumálið er ein skýrasta birtingarmynd á því hvernig maðurinn hefur þróað æðri mynsturkennsl til að hámarka árangur mannsins sem tegund: skilning okkar og áhrif á umhverfið.

Þar kemur inn mikilvægi lærdóms, en skilvirkni tungumálsins í að deila upplýsingum flýtt fyrir menningarerfðum (*e. cultural inheritance*) á slíkum hraða að genaerfðir (*e. genetic inheritance*) ná ekki að halda í við (Hofman, 2003). Mynsturkennsl eru því grundvöllur náms okkar að því leyti að þau gerðu okkur kleift að þróa tungumálið, en þau eru einnig gríðarlega mikilvæg á einstaklingsgrundvelli. Kenningar Piaget í þroskasálfræði lýsa ákveðnum vitsmunastigum í þroskaferli barna, hvar geta þeirra til að koma auga á mynstur og reglur í kringum þau og beita þeim á hlutlæga hluti, og síðar huglæg hugtök, eru undirstaða vitsmunabroska barna (Babakr, Mohamedamin, Kakamad, 2019).

2.3 Mynsturkennsl og tungumál

Þegar heilinn í mönnum þróaðist til að geta greint mynstur á árangursríkan hátt, eflist geta okkar til að eiga í samskiptum. Mörg dýr, utan mannsins, eiga í ýmis konar samskiptum, þökk sé getu þeirra til að greina mynstur og tengja tiltekin mynstur við ákveðna merkingu. Tungumálin okkar urðu til og hafa haldið áfram að þróast þökk sé getu okkar til að bera kennsl á mynstur. Matt P. Markson segir úrvinnslugetu okkar gagnvart flóknum sjónrænum og hljóðrænum (*e. auditory*) mynstrum vera forsenda tungumála (Markson, 2014). Þá skilgreinir hann tungumál á eftirfarandi hátt:

Tungumál er flókin hegðun hvar hljóðræn og sjónræn mynstur sem lærist af öðrum einstaklingum eða af umhverfinu, eru skynjuð, túlkuð, unnið með og breytt í þeim tilgangi að deila upplýsingum á milli einstaklinga (Markson, 2014) [þýtt af Andreu Sif Sigurðardóttur].

Auk mikilvægi mynsturkennsla í tilurð tungumála, eru mynstur grunnurinn að því hvernig við lærum tungumál, sem ungabörn að læra móðurmál eða önnur tungumál á lífsleiðinni.

Þeir málvísindamenn sem fást við máltöku barna reyna að svara spurningum um hvernig við lærum tungumál sem ungabörn. Er víðfeðmi máltökunnar of stórt til að gerð sé grein fyrir hennar niðurstöðum hér, en almennt sýna rannsóknir að námsaðferðir ungabarna við máltöku sýna fram á mynsturkennsl (ásamt fleiru), sem útskýrir bæði upphafsstig málkunnáttu barna og hvernig þau læra tungumál með umhverfishljóðum (Kuhl, 2000). Noam Chomsky setti fram kenningar um að tungumálið sé okkur meðfætt og að inntak þess búi til (eða sé forsenda fyrir) ákveðnum mynstrum sem hjálpa við móðurmálsnámið. Nútíma málfræðingar leggja enn meiri áherslu á færni ungabarna við að bregðast við og læra af reglulegum umhverfishljóðum, þ.e. á mynsturkennsl þeirra, ekki einungis þegar kemur að hljóðkerfisvitund ungabarna, heldur hvernig börn á máltökuskeiði læra málfræðireglur móðurmálsins (Souse, 2017).

Mynsturkennsl eru nánar tiltekið lykilþáttur í að læra málfræði móðurmálsins. Sigríður Sigurjónsdóttir hefur mikið rannsakað máltöku íslenskra ungabarna og hvernig þau læra setningafræði móðurmálsins. Almennt sýna þær rannsóknir að ungabörn vita heilmikið um setningafræðilega gerð móðurmálsins, svo sem hvernig setningar skiptast í setningaliði, meginreglur um orðaröð innan setninga og hvernig fallvaldar stýra föllum. Þá eru villur þeirra reglubundnar og frávik fylgja jafnvel almennum reglum, „en það einkennir einmitt máltöku barna að þau alhæfa gjarnan algengustu reglur málsins og beita þeim of víða.“ (Sigríður Sigurjónsdóttir, 2005). Börn læra málfræði móðurmálsins í raun óháð ílaginu, og í langflestum tilfellum má sjá sömu almennu reglurnar birtast í sömu röð í máli barna (Sigríður Sigurjónsdóttir, 2013).

Börn við upphafi grunnskóla þykja orðið altalandi, en þá má gera ráð fyrir að þau hafi náð öllum grunnreglum málsins; að þau „hafi byggt upp regluverk tungumálsins, þ.e. málkunnáttuna, eftir sínu höfði ... Hún á svo eftir að þroskast og þróast eftir því sem vitsmunabroski barnsins eykst.“ (Hanna Óladóttir, 2017). Einkum eiga börn eftir að tileinka sér óreglulega þætti í málfræði tungumálsins og byggja upp orðaforða (Sigríður Sigurjónsdóttir, 2013).

Nám í öðrum tungumálum en móðurmálinu virðist fylgja svipuðum mynstrum; sömu reglur birtast í sömu röð þegar nám þróast. Greinarmunur er þó gerður á öðru tungumáli og erlendum málum. Annað (eða þriðja) mál einstaklings er þegar hann lærir tungumálið ekki í gegnum formlegt nám, heldur í viðkomandi málsamfélagi. Dæmi um slíkt eru innflytjendur sem flytja í nýtt málumhverfi og læra málið með því að vera þátttakendur í málsamfélaginu. Erlend tungumál eru lærð með formlegri hætti í skóla, svo sem hvernig íslensk skólaborn

læra dönsku, þýsku og spænsku (Birna Arnbjörnsdóttir, 2013). Takmörk virðast vera fyrir því hve mikilli hæfni fullorðið fólk, ólíkt börnum enn á málnæmiskeiði, getur náð í erlendum tungumálum, en geta þeirra byggir meðal annars á hve líkt málkerfi erlenda málsins er móðurmálinu (Gordon, 2012).

Málnæmiskeið á þó sérstaklega við hjá börnum fyrir kynþroska. Ekki verður farið mjög djúpt í rannsóknir og kenningar sem lúta að málnæmiskeiði, en stiklað á stóru. Almennt er samþykkt að börn eru næmari fyrir því að læra tungumál, hvort heldur móðurmál sitt eða erlend tungumál, á ákveðnum aldri - og virðist næmnin minnka töluvert eða jafnvel hverfa upp úr kynþroska. Líffræðilegar forsendur máltöku virðast ekki vera til staðar ef málsvæðin tvö í vinstra heilahveli, Broca- og Wernicke-svæðin, eru ekki virkjuð strax í æsku. Sýna rannsóknir á svokölluðum úlfabörnum (*e. feral children*) (börn sem alin hafa verið upp án samneytis við aðra menn, og læra þar af leiðandi ekki tungumál) að ef móðurmálsnám hefst eftir kynþroska, virkjast Broca- og Wernicke-svæðin ekki, sem virðist valda því að beygingarkerfi og setningafræði tungumáls lærist aldrei, þrátt fyrir að hægt sé að byggja upp orðaforða (Sigríður Sigurjónsdóttir, 2013).

Því vakna upp spurningar um hver skuli vera tilgangurinn með kennslu málfræði á unglíngastigi, ef ómögulegt er að kenna þeim nokkuð nýtt í þeim málum; hafa börnin ekki lært þetta á máltökuskeiði og of seint að gera einhverjar breytingar á unglíngastigi grunnskóla? Um tilgang málfræðikennslu og markmið hennar hefur lengi verið rökrætt. Þeim rökræðum verða gerð betur skil í kafla 3.3 um málfræðikennslu í íslensku skólakerfi.

2.4 Mynsturkennsl og stærðfræði

Stærðfræðingurinn Walter Sawyer (1982) lýsir stærðfræði sem flokkun og rannsókn á öllum mögulegum mynstrum. Margir stærðfræðingar kunna mögulega ekki að vera sammála þessari túlkun en sé horft á stóru myndina mætti líta á þessa skilgreiningu á mynstrum sem nánast hvaða reglufesti sem hugurinn skynjar og þekkir. Jafnvel mætti segja að mynstur er forsenda fyrir vitsmunalegu lífi, líkt og áður hefur komið fram. Mynstur er það sem er tiltölulega stöðugt á meðan aðrir hlutir í kringum okkur breytast, bæði í hinu daglega lífi en einnig í heimi vísinda.

Annar stærðfræðingur sem leggur fram svipaða skilgreiningu á stærðfræði er Devlin (2001). Hann telur að flestir á hans sviði myndu skilgreina stærðfræði sem mynsturvísindi (*e. science of patterns*), en bætir því við að þessi skilgreining á aðeins við ef haft er í huga hvað stærðfræðingar eiga við þegar rætt er um mynstur og hvernig þeir rannsaka þau. Það sem stærðfræðingar eiga við í þessu samhengi útskýrir Devlin með þessum orðum:

Það sem stærðfræðingurinn gerir er að skoða abstrakt „mynstur“ — töluleg mynstur, formmynstur, hreyfimyntur, hegðunarmynstur o.s.frv. Þessi mynstur geta verið annaðhvort raunveruleg eða ímynduð, sjónræn eða andleg, kyrrstæð eða hreyfanleg, eigindleg eða megingleg, eingöngu nytsamleg eða lítið annað en afþreyingaráhugi. Þau geta orðið til úr heiminum í kringum okkur, úr hylðýpi rúms og tíma, eða frá innra starfi mannshugans (Devlin, 1997) [þýtt af Guðborgu Gná Jónsdóttur].

Við getum séð stærðfræði alls staðar í kringum okkur, hvort sem það er í gegnum list eða náttúruna. Flestir nemendur hafa þó ekki heyrt um gullna sniðið né líta á stærðfræði sem rannsókn á mynstrum (Boaler, 2015). Nemendur myndu frekar í flestum tilfellum lýsa stærðfræði sem fagi lögmála og útreikninga og oftast nær ekki minnst á tenginguna við mynstrin í kringum okkur; að hún sé fagurfræðilegt, skapandi og fallegt viðfangsefni; sýn sem t.d. flestir stærðfræðingar hafa á greininni (Devlin, 1997).

Jafnvel útreikningar og önnur óhlutstæð svið stærðfræðarinnar byggjast á leitinni að mynstrum. Þegar kennarar kenna nemendum aðferðir og aðgerðir í stærðfræði eru þeir að kenna mynstur; að eitthvað gerist alltaf og að ákveðnar afleiðingar eru ávallt sannar. Þegar kennarar sýna nemendum ekki breidd stærðfræðarinnar er nemendum meinað tækifæri til að upplifa undur og dásemd stærðfræðarinnar. Ef kennarar myndu hins vegar biðja nemendur sína um að líta á stærðfræði sem rannsókn á mynstrum frekar en aðferðir og reglur verða þeir e.t.v. spenntari fyrir henni. Árangursríkir notendur í stærðfræði leita að mynstrum og samböndum og hugsa um tengingar. Þeir nálgast stærðfræði með stærðfræðilegu hugarfari og líta svo á að stærðfræði sé grein þar sem er pláss til að vaxa og sem notendur í stærðfræði er hlutverk þeirra að læra, rannsaka og hugsa um nýjar hugmyndir (Boaler, 2015). Nánari röksemdafærsla fyrir stærðfræðikennslu byggða á mynsturkennslum verður útlustuð í kafla 3.2 um mynsturkennslu í stærðfræðikennslu.

3 Kennsla með mynsturkennsl

3.1 Kennsluaðferðir

Kennsla sem byggir á mynsturkennslum gerir einna helst ráð fyrir gagnrýnni hugsun, hugsun um hugsun (*e. metacognition*) og að gera ómeðvitað starf heilans meðvitað (að minnsta kosti að því er varðar mynstur). Margar leiðir eru mögulegar í kennslu, en líklega eru þær sem gera ráð fyrir þrautalausnum og lausnarnámi nemanda æskilegastar í þessu samhengi.

Þrautalausnir (*e. problem-solving*) eru hópur kennsluaðferða, hvers meginmarkmið er að þjálfra rökhugsun nemenda og að „takast á við ýmis úrlausnarverkefni og leiða þau til lykta með markvissum hætti“ (Ingvar Sigurgeirsson, 2013). Algengast er líklega að þær séu notaðar við stærðfræðikennslu, enda mörg viðfangsefni stærðfræðinnar sem falla vel að slíkum kennsluaðferðum, en, líkt og Ingvar Sigurgeirsson (2013) nefnir, má auka vægi þeirra í kennslu hér á landi. Náskyldar kennsluaðferðir eru leitaraðferðir, sem byggjast á því „að líkt er eftir vinnubrögðum vísindamanna“ (Ingvar Sigurgeirsson, 2013). Helsti munurinn á þessum tveimur kennsluaðferðum hefur Ingvar útskýrt á þann hátt að leitaraðferðir einkenna sig á nauðsyn upplýsingaöflunar, öfugt við þrautalausnir.

Innan leitaraðferða er svokallað lausnaleitarnám (*e. problem-based learning*), hvar áherslan er á raunveruleg úrlausnarefni. Þórunn Óskarsdóttir (2000) skilgreinir lausnaleitarnám á eftirfarandi hátt í meistaraverkefni sínu:

Lausnaleitarnám er náms- og kennsluaðferð sem grundvallast af umræðum og þekkingarleit til lausnar á raunverulegum vandamálum. Þessari aðferð er ætlað að stuðla að sjálfstæði í námi og búa nemendur undir að takast á við flókin viðfangsefni og leysa þau. Til þess þurfa þeir að brjóta mál til mergjar og um leið að afla sér viðbótarþekkingar svo að þeir geti fundið viðunandi lausn (Þórunn Óskarsdóttir, 2000).

Þar eð tilgangur *Mynsturkennsla* er að efla rökhugsun og efla færni nemenda í að leysa þrautir og glíma við raunveruleg vandamál, liggur beinast við að nýta sér ofantaldar kennsluaðferðir. En af hverju skal kenna stærðfræði og íslensku í anda mynsturkennsla?

3.2 Mynsturkennsl í stærðfræðikennslu

Mynstur er eini tiltölulega stöðugi hluturinn í heimi sem er í stöðugri breytingu. Dagurinn í dag er aldrei eins og sá í gær. Við sjáum aldrei andlit tvisvar frá nákvæmlega sama sjónarhorni. Mynsturkennsl eru möguleg, ekki vegna þess að sama reynslan endurtekur sig, heldur vegna þess að í ferli og flæði lífsins eru ákveðin mynstur auðþekkjanleg (Sawyer, 1982). Meginþorri kennslufræða í stærðfræði sem tengjast mynsturkennslum eru fræði

tileinkuð yngsta eða miðstigi grunnskóla. Í kaflanum um stærðfræði í Aðalnámskrá grunnskóla (2013) er greint frá því að verkefni stærðfræðarinnar sé að finna, skapa, tjá og útskýra hvers kyns regluleika, lögmál, kerfi og mynstur. Líkt og hefur verið fjallað um þá er stærðfræði ein af mikilvægum leiðum mannsins til að skapa merkingu og skilja umheiminn.

Oft er litið framhjá því sem margir stærðfræðingar telja vera eitt af því mikilvægasta í stærðfræði; ein af ástæðunum fyrir því að svo margir elska stærðfræði: stærðfræði er ríkur og lifandi hluti af menningu mannsins (Devlin, 2003), hún hefur sína eigin fagurfræði og það er mikilvægt að nemendur fái tækifæri til að kynnast þeirri hlið. Með því að velja kennsluefni sem gefur nemendum tækifæri á að fást við mynstur, form, sambönd og röksemdafærslur frá ólíkum sjónarhornum er hægt að efla þessi tengsl við þennan ríka menningarheim (Aðalnámskrá, 2013).

Breski stærðfræðingurinn G.H. Hardy (1940) skrifaði þessi orð um fegurð stærðfræðarinnar í ritgerð sinni *A Mathematician's Apology*:

Mynstur stærðfræðingsins, eins og málarans eða skáldsins, verður að vera fallett; hugmyndirnar, eins og litirnir eða orðin, verða að passa saman á samræmdan máta. Fegurðin er fyrsta prófraunin: það er enginn varanlegur staður í heiminum fyrir ljóta stærðfræði ... Það getur verið mjög erfitt að skilgreina stærðfræðilega fegurð, en það á alveg eins við um fegurð af öðru tagi - við vitum kannski ekki alveg hvað átt er við með fallettu ljóði, en það kemur ekki í veg fyrir að við þekkjum það þegar við lesum það (G.H. Hardy, 2014) [þýtt af Guðborgu Gná Jónsdóttur].

Kennarar hafa talsvert frelsi við val á námsefni og verkefnum. Skilyrðin eru einkum að hæfniviðmiðum og markmiðum stærðfræðarinnar séu uppfyllt. Megintilgangur stærðfræðináms í grunnskóla er að nemendur öðlist alhliða hæfni til að nota stærðfræði sem fjölbreytt verkfæri í margvíslegum aðstæðum. Mikilvægt er að gefa nemendum tækifæri til að kynnast sögu stærðfræðinnar, skapa áhuga fyrir henni og viðhalda áhuganum, svo stærðfræðin verður tól til uppgötvunar og uppspretta merkingar (Aðalnámskrá, 2013).

3.3 Mynsturkennsl í málfræðikennslu

Erfitt er að finna dæmi um hvernig mynsturkennsl hafa verið notuð í málfræðikennslu. Lengi hefur verið rökrætt um tilgang og markmið málfræðikennslu í grunn- og framhaldsskólum. Í nýjustu aðalnámskrá, frá árinu 2013, er skrifað um markmið málfræðikennslu:

Markmið málfræðikennslu í grunnskóla er að gera nemendur viðræðuhæfa um mál og málfar, gera þá að betri málnotendum og glæða áhuga þeirra á

móðurmálinu. ... Í yngstu bekkjum grunnskóla er áhersla einkum lögð á orðaforða og að móta málbeitingu og máltilfinningu (Aðalnámskrá, 2013).

Ef málfræðinámið sem á sér stað innan grunnskóla landsins er skoðað er hrætt við að markmiði Aðalnámskrár er ekki fylgt eftir, langt því frá. Sú málfræðikennsla byggir helst á hefð sem gengur út frá ákveðnum málstaðli (án þess að minnst einu orði á þann málstaðal) hvar forskriftarmálfræði ræður ríkjum, þar sem nemendum er kennd „rétt“ málfræði, án þess að þeir fái tækifæri til að velta fyrir sér tungumálinu og þróun þess, og glæða áhuga þeirra á því (Hanna Óladóttir, 2017). Leggur Hanna Óladóttir áherslu á mikilvægi þess að hverfa frá áherslunni á „rétt“ mál, þ.e. þegar nemendum er sagt að máltilfinning þeirra sé röng, en slíkt leiðir til málóttá. Eins og gefur að skilja vinnur málótti á móti nemendum þegar glæða á áhuga þeirra á tungumálinu (Hanna Óladóttir, 2010). Þá leggur hún í doktorsritgerð sinni áherslu á þörf nemenda (einkum á unglingsstigi) að fá að ræða tungumálið sitt og læra um uppbyggingu þess og þróun á sínum eigin forsendum.

Höskuldur Þráinsson (1998) færir rök fyrir því að þrjár ástæður eru fyrir málfræðikennslu: þjálfun í málbeitingu, að skilja eðli tungumálsins og að tala um mál. Íslenska skólakerfið hefur nánast alfarið einbeitt sér að fyrstu ástæðunni, þ.e. að gera nemendum að betri málhöfum í anda hefðbundins málstaðals, en mikilvægi hinna tveggja má ekki hunsa (Höskuldur Þráinsson, 1998). Með þessu námsefni er tilraun gerð til að einfalda íslenskukennurum að hverfa frá forskriftarmálfræði og leggja áherslu á uppbyggingu tungumálsins og umræðu um það, til að hvetja nemendur til að átta sig á fegurðinni í því og glæða áhuga þeirra.

3.4 Leiðsagnarnám

Aðalnámskrá leggur upp með að námsmati skuli beitt í anda leiðsagnarnáms en í henni segir: „Leggja skal áherslu á leiðsagnarmat þar sem nemendur velta reglulega fyrir sér námi sínu með kennurum sínum til að nálgast eigin markmið í náminu og ákveða hvert skuli stefna.“ (Aðalnámskrá, 2013).

Leiðsagnarnám er þýðing á enska hugtakinu *formative assessment*. Nanna Kristín Christiansen skilgreinir leiðsagnarnám á eftirfarandi hátt:

Í stuttu máli snýst leiðsagnarnám því um að veita nemandanum leiðsögn sem hjálpar honum til að ná þeim markmiðum sem hann stefnir að. Markmiðin þurfa að vera vel skilgreind svo nemandinn, kennarinn og aðrir sem að náminu koma hafi sama skilning á því hvað sé til marks um að markmiðunum sé náð (Nanna Kristín Christansen, 2021).

Ekki verður farið ítarlega í hvað felst í leiðsagnarnámi, en mikilvægt er þó að minnast á helstu einkenni þess. Leiðsagnarnám gerir kröfu um stöðuga og virka endurgjöf, bæði frá jafnöldrum og kennurum. Þá er áhersla á vaxtarhugarfar, námsvitund (*e. meta-cognitive skills*) og seiglu. Nemendur taka þátt í undirbúningi námsins og námsmatinu sjálfu og hjálpast að. Mikilvægt er að námsmarkmið séu skýr og brotin niður í árangursviðmið, gjarnan með hjálp nemenda, svo kennari og nemandi skilji báðir til hvers er ætlast af nemanda. Námsmat *Mynsturkennsla* byggir á þessu, en nánar verður farið út í það í kafla 4.3, Námsmat.

4 Námsefnið

Hugmyndin að námsefninu kom þegar höfundar ræddu um hvernig mætti samþætta íslensku og stærðfræði í kennslu á unglingsstigi. Eru greinarnar hvað plássfrekastar á grunnskólagöngunni, en lítið um að verið sé að vinna með þær saman. Strax datt okkur í hug að vinna með mynstur, en gaman er að vinna með þau, enda um eins konar þrautalausn að ræða í mörgum tilfellum. Þá sárvantaði nýtt kennslufni í íslenskri málfræði sem virðir markmið Aðalnámskrár og fer eftir nýjustu rannsóknum um efnið.

Höfundar kynntu sér mynsturkennsl og fannst tilvalið að búa til verkefni með þau í huga, enda okkur í raun eðlislæg, líkt og kemur fram hér að ofan. Markmið námsefnisins, auk þess að sameina íslensku- og stærðfræðinám, er að efla námsvitund nemenda, þjálfa djúpa hugsun þeirra og þrautseigju, ásamt því að glæða áhuga þeirra á stærðfræði og íslenskri málfræði; að fá þá til að átta sig á og kunna að meta fegurðina í stærðfræði og íslensku málkerfi. Þá er einkum markmið með málfræðiverkefnunum að skapa vettvang fyrir unglinga að ræða tungumálið sitt og koma í veg fyrir málótta.

Vefsíðan inniheldur þrettán verkefni sem hafa öll mynstur og mynsturkennsl að þema, átta þeirra varða málfræði og fimm stærðfræði.

4.1 Uppsetning

Þetta verkefni er skrifað rétt í kjölfar heimsfaraldurs sem þvingaði marga, meðal annars grunnskóla, til að tileinka sér fjarvinnu. Í hinum mörgu einangrunum, sóttkvíum og samkomutakmörkunum áttuðu kennarar sig á skorti á námsefni sem byði upp á gæðakennslu að heiman. Því vildum við setja námsefnið upp á aðgengilegri og gagnvirkri vefsíðu sem gæti nýst nemendum og kennurum, hvort sem unnið er heima eða í skólanum sjálfum.

Uppsetning vefsíðunnar er þess eðlis að kennurum eru gefnar tiltölulega frjálssar hendur hvernig efnið er kennt, en þó eru tillögur um í hvaða röð verkefnin skulu unnin. Efst á síðunni, fyrir neðan haus hennar, eru markmiðum verkefnisins gerð skil og vísað í greinargerð þessa fyrir nánari útlistanir og rökstuðning fyrir efninu. Þá er bent á kennsluleiðbeiningar, en nánar verður fjallað um þær í kafla 4.2. Fyrir neðan þær má finna námsmatsskjöl og örstutta útskýringu og rökstuðning fyrir þeim (en nánari útlistun má finna í kennsluleiðbeiningunum sjálfum). Boðið er upp á tillögur að árangursviðmiðum, undir ákveðnum hæfniviðmiðum – auk þess að hafa annað skjal sem brýtur hæfniviðmiðin ekki niður. Verður námsmatið nánar útskýrt í kafla 4.3.

Þá er stungið upp á verkáætlun, hvar verkefnunum er raðað í þá röð sem okkur fannst viðeigandi, ef miðað er við að öll verkefnin séu unnin. Eru sum verkefnanna byggð á þekkingu og hæfni sem var unnið með í fyrri verkefnum, svo eðlilegt þótti okkur að stinga

upp á ákveðinni röð verkefnanna. Þó skal hafa í huga að kennurum eru gefnar frjálssar hendur og mega fara sínar eigin leiðir. Loks er vísað til verkefnanna sjálfra, en þau eru listuð upp og kennurum sagt að ýta á hvert verkefnaheiti fyrir sig til að opna aðskilið skjal með verkefnalýsingu hvers verkefnis. Hér er einnig minnst á ígrundun nemenda, sem mælt er með að nemendur vinni við lok vinnu verkefnanna allra.

Ígrundunin er það sem helst sameinar íslensku- og stærðfræðinámið, en þær ígrundunarspurningar sem stungið er upp á leggja áherslu á samanburð mynstranna sem finnast í stærðfræði við þeirra sem einkenna íslenskt málkerfi (og málkerfi tungumála yfir höfuð). Ígrundunarspurningarnar eru þrjár, og krefjast þær allar getu nemenda til að hugsa djúpt og beita þeirri þekkingu sem þeir ættu að búa yfir við lok verkefnavinnunnar.

4.2 Leiðbeiningar

Kennsluleiðbeiningarnar má finna í sér skjali. Þær eru ætlaðar kennurum sem hyggjast leggja fyrir námsefnið, eða að minnsta kosti byggja kennslu sína á því. Leiðbeiningarnar fara yfir sérhvert verkefni og er innlögn, verkefnið sjálft og tillaga að samantekt útskýrt fyrir hvert og eitt verkefni. Þá er námsmatið útskýrt betur fyrir kennurum, tilhögun þess og tilgangur. Lýst er hvernig auðvelt er að einstaklingsmiða námsefnið, bæði hvað varðar námsmat og í einstökum verkefnum, sem hafa öll svokallaðan lágan þröskuld og hátt þak.

Leiðbeiningarnar sjálfar eru þó ekki strangar eða gríðarlega nákvæmar, í þeirri viðleitni að gefa kennurum kost á að haga kennslunni samkvæmt sjálfum sér og hópnum sem um ræðir. Eru tillögur gefnar og dæmi tekin um möguleg svör og umræður nemenda, og hvernig mætti bregðast við þeim. Mun verkefnavinnan þá vera breytileg eftir því hvaða nemendur eiga í hlut, enda um einstaklingsmiðað námsefni að ræða hvar nemendur eru hvattir til að hugsa út fyrir kassann og finna fjölbreyttar lausnir.

4.3 Námsmat

Námsmatið byggir á Aðalnámskrá grunnskóla (2013), hvar lagt er upp með að nemendur uppfylli ákveðin hæfniviðmið, en í anda leiðsagnarnáms eru þau brotin niður í viðmið um árangur, í þeirri viðleitni að gera hæfniviðmiðin skiljanlegri og aðgengilegri fyrir nemendur. Auk þess auðvelda árangursviðmiðin nemendum að fylgjast með árangri sínum; hvort þeir séu á réttri leið með að uppfylla hæfniviðmiðin/markmið námsins og hvert þeir stefna.

Á vefsíðunni er kennurum boðið upp á tvö námsmatsskjöl. Í öðru þeirra hafa ákveðin hæfniviðmið undir íslensku, stærðfræði og lykilhæfni verið valin og brotin niður í viðeigandi árangursviðmið. Hitt skjalið inniheldur sömu hæfniviðmið, en án árangursviðmiðanna, í þeirri viðleitni að gefa kennurum eða jafnvel nemendum sjálfum tækifæri til að setja sér sín eigin viðmið um árangur, samkvæmt hugmyndum leiðsagnarnáms. Skjölin eru bæði sett upp

þannig að nemandi og kennari meti nemandann; þeir haki í viðeigandi reit þegar viðmiði er náð.

Frjálst er að taka afrit af skjölunum og breyta að vild, en uppsetning þess hefur reynst öðrum höfunda vel í kennslu. Þeim er skipt eftir fögum, í þeirri viðleitni að auðvelda leit og uppsetningu í Mentor, sem skiptir hæfniviðmiðum eftir faggreinum, og innan faggreina í ákveðna flokka. Mælt er með að búa til afrit af skjalinu fyrir hvern og einn nemanda sem bæði nemandi og kennari hafi aðgang að og geta reglulega endurskoðað viðmiðin og tekið stöðuna á því hvernig gengur að uppfylla hæfniviðmiðin sjálf.

5 Lokaorð

Námsefni er mikilvægt til að aðstoða kennara við að mæta hæfniviðmiðum Aðalnámskrár, að skipuleggja kennslu sína og hafa yfirsýn yfir markmið náms nemenda. Sérhver kennari veit að þó útgefið námsefni má ekki vera of mikil hækja, er óþarfi að finna upp hjólið í hvert skipti. Við tókum eftir skorti á skapandi námsefni fyrir unglingadeild grunnskóla, en gjarnan fá yngri nemendur skólans meira að njóta þess að beita skapandi hugsun í íslensku og stærðfræði. Stærðfræðihluti *Mynsturkennsla* gefur unglingum tækifæri á að fara út fyrir bókina og rannsaka þau mynstur sem umkringja þá í þeirra daglega lífi, án þess að því fylgir formúlu- blað og samræmt próf. Hvað varðar málfræðina er varla til neitt námsefni sem býður unglingum upp á að tala um tungumálið sitt og læra um það í anda lýsandi málfræðar, í stað forskriftar-málfræðar sem hvetur til málótta nemenda.

Við fórum ekki þá leið að samþætta verkefni, en köfuðum frekar dýpra í einstaka þætti hvorrar greinar fyrir sig, og er markmið námsefnisins að draga lærdóminn saman og bera saman hvað mynstur í stærðfræði og íslenskri málfræði eiga sameiginlegt, og er það nemenda að beita gagnrýnni og skapandi hugsun við að tengja þessi tvö stóru fög saman. Frekari samþættingu mætti svo vinna með í framtíðinni, þegar nemendur hafa áttað sig betur á tengingunni þarna á milli.

Okkar helsti lærdómur var að ekki einungis eiga stærðfræði og málfræði mynsturkennsl sameiginleg, heldur byggir heilinn á þessari getu í flestu námi, formlegu eða óformlegu. Þá eru mynstrin misströng, en stærðfræðin byggir á frekar ströngum lögmálum, þar sem mynstrin gefa stærðfræðinni merkingu. Tungumál, hins vegar, verða til og þróast eftir ákveðnum mynstrum, en eru þó síbreytileg og þróast mjög hratt, þökk sé okkur málhöfum. Áhugavert verður að sjá nemendur taka eftir þessum mun, og hvaða merkingu þeir finna í því samhengi.

Heimildaskrá

- Aðalnámskrá grunnskóla: Almennur hluti 2011: Greinasvið 2013 /2013.
- Babakr, Z., Mohamedamin, P., og Kakamad, K. (2019). Piaget's Cognitive Developmental Theory: Critical Review. *Education Quarterly Reviews*, 2(3), 517-524.
- Birna Arnbjörnsdóttir. (2013). Chomsky og kenningar um tileinkun annars máls og erlendra mála. Í Höskuldur Þráinsson og Matthew Whelpton (ritstjórar), *Chomsky. Mál, sál og samfélag* (bls. 207-226). Háskólaútgáfan.
- Boaler, J. (2015). *Mathematical mindsets*. John Wiley and Sons, Inc.
- Devlin, K. (1997). *Mathematics: The science of patterns. The search for order in life, mind and the universe*. Scientific American Library.
- Devlin, K. (2001). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. Basic Books.
- Gordon, T. (2012). *The Educator's Guide to Linguistics*. Information Age Publishing.
- Halldór Halldórsson. (1959). Stafsetning og stafsetningarkennsla. *Menntamál*, 32(2), 123-140.
- Hanna Óladóttir. (2010). Breytileiki í máli sem hluti af máluppeldi grunnskólanema: Námskrár, kennslubækur og veruleikinn í kennslustofunni. *Ráðstefnurit Netlu – Menntakvika 2010*. <https://netla.hi.is/serrit/2010/menntakvika2010/011.pdf>
- Hanna Óladóttir. (2017). *Skólamálfraði. Hver er hún og hver ætti hún að vera? Um markmið og áhrif málfraðikennslu á unglिंगastigi grunnskólans*. [Ritgerð lögð fram til doktorsprófs]. Opin vísindi. <https://hdl.handle.net/20.500.11815/393>
- Hardy, G. (1940). *A mathematician's apology*. Cambridge, The University Press.
- Hofman, M. (2003). Of Brains and Minds. A Neurobiological Treatise on the Nature of Intelligence. *Evolution and Cognition*, 9(2), 178-186.
- Höskuldur Þráinsson. (1998). Hvað á að kenna í málfraði í skólum og hver á að kenna það? Í Baldur Sigurðsson, Sigurður Konráðsson og Örnólfur Thorsson (ritstjórar), *Greinar af sama meiði helgaðar Indriða Gíslasyni sjötugum* (bls 131-158). Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.
- Ingvar Sigurgeirsson. (2013). *Litróf kennsluaðferðanna. Handbók fyrir kennara og kennaraefni* [2. útgáfa]. Iðnú.

- Kuhl, P. (2000). A new view of language acquisition. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(22) 11850-11857. <https://doi.org/10.1073/pnas.97.22.11850>
- Mattson, M. (2014). Superior pattern processing is the essence of the evolved human brain. *Frontiers in Neuroscience*, 2014(8) 1-17. <https://doi.org/10.3389/fnins.2014.00265>
- Nanna Kristín Christiansen. (2021). *Leiðsagnarnám. Hvers vegna, hvernig, hvað?* Nanna Kristín Christiansen.
- Noton, D. (1970). A Theory of Visual Pattern Perception. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 6(4) 349-357. <https://doi.org/10.1109/TSSC.1970.300312>
- Sawyer, W. (1982). *Prelude to mathematics*. Dover.
- Sigríður Sigurjónsdóttir. (2005). Máltaka og setningafræði. Í Höskuldur Práinsson (ritstjóri), *Íslensk tunga III: Setningar. Handbók um setningafræði* (bls. 636-655). Almenna bókafélagið.
- Sigríður Sigurjónsdóttir. (2013). Máltaka barna og meðfæddur málhæfileiki. Í Höskuldur Práinsson og Matthew Whelpton (ritstjórar), *Chomsky. Mál, sál og samfélag* (bls. 107-128). Háskólaútgáfan.
- Sousa, D.A., (2017). *How the brain learns*. Corwin.
- Þórunn Óskarsdóttir. (2000). *Lausnaleitarnám. Problem-Based Learning* [vefsíða]. <https://www.pbl.is>

Viðauki: Vefsíða

Vefsíðuna má finna á eftirfarandi hlekk:

<https://mynsturkennsl.my.canva.site/>