HÁSKÓLI ÍSLANDS

BS-verkefni
í jarðeðlisfræði

Áhrif massataps Grænlandsísbreiðu á sjávarstöðu umhverfis Ísland

Berglind Pétursdóttir

Leiðbeinendur
Guðfinna Aðalgeirsdóttir
Sigríður Magnúsdóttir

Jarðvísindadeild

ÁHRIF MASSATAPS GRÆNLANDSÍSBREIÐU Á SJÁVARSTÖÐU UMHVERFIS ÍSLAND

Berglind Pétursdóttir

10 eininga verkefni sem er hluti af
Baccalaureus Scientiarum gráðu í jarðeðlisfræði

Leiðbeinendur
Guðfinna Aðalgeirsdóttir
Sigríður Magnúsdóttir

Jarðvísindadeild
Verkfræði- og náttúruvísindasvið
Háskóli Íslands
Reykjavík, maí 2023

Áhrif massataps Grænlandsísbreiðu á sjávarstöðu umhverfis Ísland

10 eininga verkefni sem er hluti af Baccalaureus Scientiarum gráðu í jarðeðlisfræði

Höfundaréttur © 2023 Berglind Pétursdóttir
Öll réttindi áskilin

Jarðvísindadeild
Verkfræði- og náttúruvísindasvið
Háskóli Íslands
Sturlugata 7, Askja
101 Reykjavík, Reykjavik

Sími: 525 4800

Skráningarupplýsingar:
Berglind Pétursdóttir, 2023, Áhrif massataps Grænlandsísbreiðu á sjávarstöðu umhverfis Ísland, B.Sc. gráða, Jarðvísindadeild, Háskóli Íslands.

Prentun: Háskólaprent, Fálkagata 2, 107 Reykjavík
Reykjavík, maí 2023

Verkefni þetta tileinka ég
Mömmu, Pabba, Kidda, Magga,
Önnu Björk, Dís, Júlíu og Mars.

Abstract

Global mean sea level is rising and has risen with a higher rate this past century than earlier centuries for the past three millenia at least. This increased volume is firstly because of changing ocean density with thermal expansion playing a key role. Secondly, volume increases because of increasing ocean mass where melting glaciers and ice sheets have greatest impact. Sea level changes by increased ocean mass are not globally even but have significant geographical variability because of processes seeking isostatic balance following a redistribution of earth's surface loads, f.x. changes in earth's graviational field, solid earth deformation and changes in earth's rotation. These processes are commonly referred to as glacial isostatic adjustment. Because of the proximity to the Greenland ice sheet with its gravatiational field deformation, the sea level surrounding Iceland is maintained high. Mass loss in the Greenland ice sheet results in a fall in sea level around Iceland whereas global mean sea level rises. In this research we look into the effect that mass loss of Greenland ice sheet will have on sea level around Iceland: How large will this sea level fall be, will there be a significant geographical variation in sea level fall along the coast of Iceland and will it have an impact on the sea level change around Iceland how the mass loss of the Greenland ice sheet is distributed? We use the open source program SELEN to calculate sea level change by numerically solving the sea level equation, given a chosen mass loss of the Greenland ice sheet.

Útdráttur

Hnattræn meðalsjávarstaða er að hækka og hefur hækkað með meiri hraða undanfarna öld heldur en fyrri aldir síðustu 3000 ár hið minnsta. Sú rúmmálsaukning sem á sér stað er annars vegar afleiðing eðlismassabreytinga sjávar, þar spilar varmaþensla stærst hlutverk. Hins vegar eykst rúmmál vegna aukins massa sjávar og eru þar mikilvægust áhrif bráðnandi jökla og ísbreiða. Sjávarstöðubreytingar vegna massaaukningar eru ekki jafnar yfir heimshöfin heldur hafa mikinn landfræðilegan breytileika vegna eðlisfræðilegra ferla sem vinna að nýju flotjafnvægi við breytta dreifingu yfirborðsfargs jarðarinnar. Talað er um þessi ferli einu nafni sem aðlögun að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga og mikilvægust þeirra ferla má nefna breytingar í þyngdarsviði jarðar, afmyndun hinnar föstu jarðar og breytingar á snúningi jarðar. Vegna nálægðar Íslands við Grænlandsísbreiðu er landið innan áhrifasvæðis þyngdarsviðsaflögunar ísbreiðunnar sem viðheldur hárri sjávarstöðu. Áhrif massataps Grænlandsísbreiðu á sjávarstöðu umhverfis Íslands eru því lækkun þegar áhrif massatapsins á hnattræna meðalsjávarstöðu eru hækkun. Í þessu verkefni skoðum við áhrif massataps ísbreiðunnar á sjávarstöðu við strendur Íslands: hversu mikil getur þessi sjávarstöðulækkun orðið, verður markverður landfræðilegur breytileiki á dýpt sjávarstöðulækkunar umhverfis Ísland og hefur það áhrif á sjávarstöðulækkunina við Ísland hvernig massatapið dreifist yfir ísbreiðuna? Við notum opna forritið SELEN til að reikna sjávarstöðubreytingu með tölulegri lausn á sjávarstöðujöfnunni svokallaðri að gefnu völdu massatapi Grænlandsísbreiðu.

Efnisyfirlit

Þakkir **xiii**

1 Inngangur **1**

2 Fræði og tölulegar framsetningar **3**
2.1 Aðlögun að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga . . . 3
2.1.1 Lögun þyngdarsviðs jarðar og geóíðunnar . . . 3
2.1.2 Lögun hinnar föstu jarðar . . . 4
2.1.3 Afstaða snúningsáss jarðar . . . 5
2.2 Líkangerð aðlögunar að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga . . . 6
2.2.1 Kúluföll . . . 6
2.2.2 Love-tölur og Green-föll . . . 7
2.2.3 Viðbragðsföll . . . 8
2.2.4 Nokkrar skilgreiningar . . . 9
2.2.5 Sjávarstöðujafnan . . . 11

3 Aðferð og gögn **15**
3.1 Forritið SELEN . . . 15
3.1.1 Aðgengi, stýrikerfiskröfur og uppsetning . . . 15
3.1.2 Notkun SELEN, inntök og úttök . . . 17
3.2 Keyrslur og gögn . . . 18
3.2.1 Yfirlit keyrslna . . . 18
3.2.2 Gögn um massatap Grænlandsísbreiðu . . . 19
3.2.3 Val á stillingum . . . 21
3.2.4 Uppbygging íslíkanskráa . . . 22
3.2.5 Gagnapunktar við strendur Íslands . . . 24

4 Niðurstöður **25**
4.1 Svæðatilraun . . . 25
4.2 Metin áhrif massataps Grænlandsísbreiðu 1972-2018 . . . 30
4.3 Samanburður á áhrifum jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps . . . 32

5 Umræða og ályktun **35**

Myndaskrá

1.1 Þróun hnattrænnar meðalsjávarstöðu. Mynd (a) [11] sýnir þróun hnattrænnar meðalsjávarstöðu undanfarin rúm 2500 ár. Mynd (b) [10] sýnir sundurliðun framlaga til breytinga hnattrænnar meðalsjávarstöðu árin 1971 - 2018. 1

3.1 Tegmark-net. Mynd (a) [34] sýnir punkta á kúluyfirborði sem hefur verið varpað með kúlusamhverfu af hliðum tvítugflötungs. Mynd (b) [34] sýnir hvernig punktunum í reglulega þríhyrningsnetinu til vinstri hnikað til í þríhyrningsnetinu til hægri svo að allir sexhyrningar hafi sama flatarmál. . 16

3.2 Tegmark-net fyrir upplausnarstuðul R=44 (sjá töflu 3.1) með litaskiptingu punkta eftir svæðum Grænlandsísbreiðu skv. skiptingu úr grein Mouginot o.fl. frá 2019 [18]. 20

3.3 Punktar á Grænlandi einangraðir úr Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44. Mynd (a) sýnir upprunalega Tegmark-netið teiknað á ramma yfir Grænlandi. Mynd (b) sýnir punktanetið eftir að punktum í sjónum hefur verið sleppt. Mynd (c) sýnir punktana í netinu eftir að aðeins þeir punktar sem liggja á Grænlandi hafa verið hirtir. 22

3.4 Valdir punktar umhverfis Ísland sem súlurit á myndum 4.8, 4.10, 4.12 í niðurstöðukafla byggja á. 24

4.1 Svæðatilraun fyrir miðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra miðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á miðaustursvæði Grænlandsísbreiðu. . 26

4.2 Svæðatilraun fyrir miðvestursvæði. Mynd(a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra miðvestursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á miðvestursvæði Grænlandsísbreiðu. . 26

4.3 Svæðatilraun fyrir norðvestursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðvestursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á norðvestursvæði Grænlandsísbreiðu. . 27

4.4 Svæðatilraun fyrir norðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á norðaustursvæði Grænlandsísbreiðu. 27

4.5 Svæðatilraun fyrir norðursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga umhverfis Ísland í sentímetrum fyrir allt massatap á norðursvæði Grænlandsísbreiðu. 28
4.6 Svæðatilraun fyrir suðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra suðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á suðaustursvæði Grænlandsísbreiðu. . 28
4.7 Svæðatilraun fyrir suðvestursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra suðvestursvæði. Mynd (b) sýnir jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á suðvestursvæði Grænlandsísbreiðu. 29
4.8 Súlurit sem sýnir niðurstöður um sjávarstöðubreytingar vegna massataps á ólíkum svæðum Grænlandsísbreiðu: miðaustur-, miðvestur-, norðaustur-, norður-, norðvestur-, suðaustur- og suðvestursvæði. Sjá jafnhæðarlínuframsetningar og svæðaskiptingu punkta á myndum 4.1 - 4.7. Fyrir massatapið á sérhverju svæði eru sýndar sjávarstöðubreytingar fyrir Reykjavík, Ísafjörð, Akureyri og Höfn í Hornafirði. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir. 30
4.9 Jafnhæðarlínur reiknaðra sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland að gefnum gögnum um massatap Grænlandsísbreiðu 1972-2018 [18]. 31
4.10 Súlurit sem sýnir niðurstöður um sjávarstöðubreytingar í völdum punktum umhverfis Ísland, reiknaðar með gögnum um massatap Grænlandsísbreiðu 1972-2018 [18]. Sjá jafnhæðarlínuframsetningu sömu niðurstaðna í mynd 4.9 að ofan. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir. 31
4.11 Jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum fyrir annars vegar jafna dreifingu og hins vegar svæðaskipta dreifingu massataps Grænlandsísbreiðu fram til ársins 2100, reiknað með massatapi samkvæmt spá fyrir sviðsmynd SSP5-8.5 [10]. 32
4.12 Súlurit til samanburðar niðurstaðna um áhrif jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps á sjávarstöðu í völdum punktum umhverfis Ísland, reiknað með massatapi Grænlandsísbreiðu fram til ársins 2100 samkvæmt spá fyrir sviðsmynd SSP5-8.5 [10]. Dökkbláar súlur sýna áhrif jafndreifðs massataps og ljósbláar súlur sýna áhrif svæðaskiptrar dreifingar massataps. Sjá jafnhæðarlínuframsetningu þessara niðurstaðna á myndum 4.11a og 4.11b að ofan. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir. 33

5.1 Tímaröð mældrar meðalsjávarstöðu í Reykjavík fyrir árin 1972-2018. 35

Töfluskrá

2.1 Tvinngilt kúlufall sbr. jöfnu 2.2.1 fyrir $l \leq 2$ og $0 \leq m \leq 2$ [30]. Dálkur 3 sýnir kúlufallið sem fall af Legendre-margliðunni P_{lm} en dálkur 4 sýnir kúlufallið sem aðeins fall af hornaföllum. 7

3.1 Fjöldi punkta í Tegmark-neti og geisli skífu sem nálgar yfirborðsfletina í netinu fyrir þrjá valda upplausnarstuðla [26]. 17

3.2 Uppbygging íslíkanskráar sem inntaksskrá SELEN [27]. 17

3.3 Gögn úr grein Mougionot o.fl. [18] fyrir 1972-2018, afleiddar stærðir eru í hægri hluta. Hlutfallið $\Delta m/m$ er reiknað með því að deila massatapi hvers svæðis (Δm) í massatapið sem er summa massataps allra svæðanna sjö (4.982 Gt). Þá er heildarmassi hvers svæðis m_{heild} reiknaður út frá SLE_{heild} fyrir hvert svæði með sambandinu 362 mm SLE = 1 Gt ís (sjá jöfnu 3.7). . 20

3.4 Metin miðgildi framlags Grænlandsísbreiðu til hnattrænna meðalsjávarstöðubreytinga fram til ársins 2100 í metrum fyrir þrjár ólíkar sviðsmyndir. Tölurnar í svigunum afmarka 66% dreifisvið [10]. 21

3.5 Stillingar í stillingaskránni config.dat sem eru valdar fyrir keyrslur gerðar í þessu verkefni. Fyrsti dálkur tilgreinir númeraða línu í stillingaskránni þar sem stilling fyrir viðeigandi atriði er valin. Annar dálkur sýnir stillingaratriði og þriðji dálkur íslenska þýðingu á því stillingaratriði. Fjórði dálkur sýnir þá stillingu sem var notuð fyrir viðeigandi stillingaratriði. 21

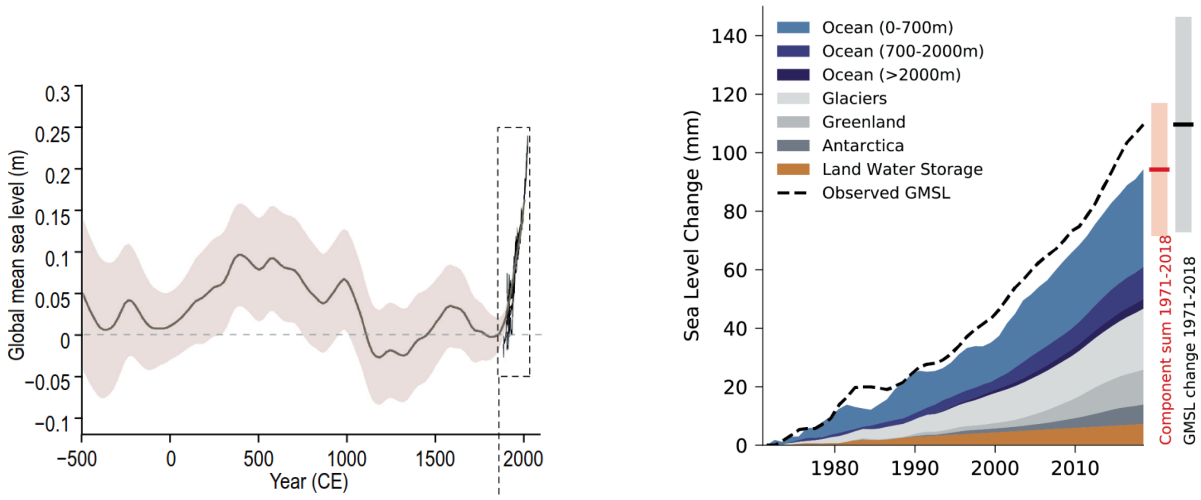
Þakkir

Kærar þakkir vil ég færa leiðbeinendum mínum Tollý og Siggu fyrir tíma þeirra og áhuga. Siggu kann ég sérstaklega þakkir fyrir að vera minn helsti SELEN-sérfræðingur og Tollý fyrir stöðuga hvatningu og fyrir framlag ótalmargra ábendinga og hugmynda.

1 Inngangur

Sjáanlegar og mælanlegar breytingar í kerfum jarðarinnar, svo sem lofthjúpnum, freðhvolfinu og sjónum, bera þess merki að jörðin hafi hlýnað [11]. Undanfarna áratugi hafa loftslagstengdar breytingar í þessum kerfum orðið með meiri hraða heldur en undanfarin 2000 ár hið minnsta og styrkur koltvíoxíðs í lofthjúpi jarðar er hærri heldur en hann hefur verið undanfarnar tvær milljónir ára.

Sjávarstaða er að hækka og hefur hækkað með meiri hraða undanfarna öld heldur en allar fyrri aldir síðustu 3000 ár hið minnsta [11]. Mynd 1.1a [11] að neðan sýnir hvernig hnattræn meðalsjávarstaða hefur þróast undanfarin rúm 2500 ár. Strikalínan sker tímaásinn á árinu 1850 og sjá má hvernig hnattræn meðalsjávarstaða tekur að hækka með afgerandi hraða eftir þann tíma.



(a) (b)

Mynd 1.1: Þróun hnattrænnar meðalsjávarstöðu. Mynd (a) [11] sýnir þróun hnattrænnar meðalsjávarstöðu undanfarin rúm 2500 ár. Mynd (b) [10] sýnir sundurliðun framlaga til breytinga hnattrænnar meðalsjávarstöðu árin 1971 - 2018.

Hlýnandi loftslag veldur tvenns konar rúmmálsaukningu sjávar. Annars vegar á sér stað rúmmálsbreyting vegna eðlismassabreytingar sjávar og gætir þar fyrst og fremst áhrifa varmaþenslu vegna hlýnunar sjávar. Hins vegar á sér stað rúmmálsbreyting vegna massaaukningar sjávar sem er fyrst og fremst framlag bráðnandi íss en einnig kemur markverður massi frá öðrum vatnsbyrgðum á landi. Varmaþensla hefur til þessa átt stærstan hlut í

hnattrænum sjávarstöðubreytingum en hlutur ísbráðar í þessari heildarhækkun fer vaxandi og sér í lagi hlutur ísbreiðanna tveggja á Grænlandi og Suðurskautslandi [10]. Fyrir tímabilið 1971-2018 svaraði varmaþensla sjávar fyrir 50.4 % af hnattrænni meðalsjávarstöðuhækkun, jöklar utan ísbreiðanna um 22.2 %, Grænlandsísbreiða 12.6 %, Suðurskautslandsísbreiða 7.1 % og aðrar vantsbyrgðir á landi 7.7 % [10]. Mynd 1.1b að ofan sýnir metna breytingu hnattrænnar meðalsjávarstöðu frá 1971 til 2018 með sundurliðun eftir þessum framlagsþáttum. Myndin sýnir varmaþenslu sjávar í þremur lögum sjávar eftir dýpt. Af myndinni má m.a. sjá hvernig framlag ísbreiðanna tveggja hefur aukist hratt. Strikaða línan sýnir mælda breytingu hnattrænnar meðalsjávarstöðu svo ljóst er að framlag einhvers eða einhverra þáttanna hefur verið vanmetið.

Gríðarlega mikill massi er bundinn í ís á jörðinni. Langmestur ís er bundinn í Suðurskautslandsísbreiðu, þar á eftir í Grænlandsísbreiðu og svo í öðrum jöklum jarðarinnar. Til að gera grein fyrir stærðargráðu ísmassa eru stundum settar fram tölur um ígildi sjávarstöðu fyrir tiltekið framlagssvæði ísbráðar. Ígildi sjávarstöðu lýsir hvernig hnattræn meðalsjávarstaða myndi hækka ef gjörvallur ís frá einhverju svæði myndi bráðna og rúmmáli ísbráðarinnar væri dreift jafnt yfir flatarmál sjávar á jörðinni. Þannig er ígildi sjávarstöðu Suðurskautslandísbreiðu 58 m, Grænlandsísbreiðu 7 m og annara jökla 0.3 m [10]. Þar af hafa íslenskir jöklar ígildi sjávarstöðu sem er um 1 cm [5].

Á hratt hlýnandi jörðu er eftirsóknarvert að skilja sem mest um þær breytingar sem er að vænta. Ljóst er að hnattræn meðalsjávarstaða hefur hækkað og mun hækka áfram með vaxandi hraða [10]. Mikið er til af niðurstöðum um sjávarstöðubreytingar á hnattrænum skala en sjávarstöðubreytingar eru nefnilega ekki jafnar yfir heimshöfin [38] og vantað hefur að skoða sérstaklega áhrifin í sjónum við Ísland. Vegna nálægðar Íslands við Grænlandsísbreiðu sem tapar massa í síauknu mæli, þá er áhugavert verkefni að taka fyrir áhrif þess massataps á sjávarstöðu við strendur Íslands. Viðfangsefni þessa verkefnis er að meta sjávarstöðubreytingar við strendur Íslands vegna massataps Grænlansdísbreiðu. Skoðað er hvort staðsetning massatapsins á ísbreiðunni skipti máli fyrir sjávarstöðubreytingu í sjónum umhverfis Ísland, hver áhrifin á sjávarstöðuna hafi verið fram til þessa og hver áhrifin kunni að vera út líðandi öld. Þetta er gert með því að leysa tölulega hina svokölluðu sjávarstöðujöfnu fyrir nokkrar tilraunir af massatapi á Grænlandsísbreiðu, með opna hugbúnaðinum SELEN (SealEveL EquatioN solver) [31, 29].

2 Fræði og tölulegar framsetningar

2.1 Aðlögun að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga

Að skilja hvernig bráðnun íss á jörðu hefur áhrif á sjávarstöðu er margslungnara vandamál en það kann að virðast við fyrstu athugun. Í fyrsta lagi dreifist vatnsmassi frá bráðnandi ís ekki jafnt yfir heimshöfin heldur er dreifing ísbráðarinnar landfræðilega breytileg vegna þess að hún er háð þyngdarkröftum [38]. Í öðru lagi veldur breyting í dreifingu yfirborðsmassa jarðarinnar því að jörðin afmyndast; breytir um lögun [12]. Í þriðja lagi hefur breyting í lögun jarðarinnar þau áhrif að stefna snúningsáss jarðarinnar breytist, sem hefur enn fremur áhrif á lögun þyngdarsviðsins og hinnar föstu jarðar [19]. Allt skiptir þetta miklu máli í samhengi sjávarstöðubreytinga eins og verður fjallað um hér á eftir. Talað er um aðlögun að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga (e. glacial isostatic adjustment) sem alla þá eftirmála jöklabreytinga sem eiga sér stað til að jafnvægi náist að nýju og tekur tillit til aflögunar þyngdarsviðs jarðar, aflögunar hinnar föstu jarðar og áhrifa á snúning jarðarinnar [36].

2.1.1 Lögun þyngdarsviðs jarðar og geóíðunnar

Þyngdarkraftar ráða því hvernig ísbráð dreifist á sjóinn. Grundvallarniðurstaða úr eðlisfræði er að stærð þyngdarkrafta er í beinu hlutfalli við stærð þeirra massa sem kraftarnir verka á milli og í öfugu hlutfalli við annað veldi fjarlægðarinnar massanna á milli [20]. Þyngdarsvið jarðarinnar ákvarðast af massadreifingu innan í jörðinni og á yfirborði hennar [39] svo miklir massar eins og jöklar og fjöll hafa stóra þyngdarkrafta og aflaga þyngdarsviðið með afgerandi hætti. Þyngdarsvið jarðarinnar ákvarðar lögun geóíðunnar, sem er sá jafnmættisflötur sem skilgreinir lögun sjávaryfirborðsins miðað við að ekki gæti aflfræðilegra áhrifa [36] svo sem sjávarfalla, loftþrýstings eða áhlaðanda og öldugangs vegna veðurs. Í stuttu máli þá valda massabreytingar á yfirborði jarðarinnar og innan hennar aflögun þyngdarsviðsins og geóíðunnar sem ákvarða lögun sjávaryfirborðsins.

Stærðfræðingurinn Woodward [38] var árið 1888 fyrstur til að sýna að áhrifin sem bráðnandi ís hefði á sjávarstöðu væru ekki jöfn yfir flatarmál sjávar, heldur hefðu landfræðilegum breytileika . Woodward reiknaði að aflögun á geóíðunni í nálægð við ísbreiðu væri af slíkri stærðargráðu að við myndun ísbreiðu kæmi sjávaryfirborð til með að hækka í nálægð við hana þrátt fyrir að heildarrúmmál sjávar minnkaði [38]. Í ljós kemur að hið gagnstæða gildir líka: aflögunin sem verður á geóíðunni þegar ísbreiða minnkar veldur því að

sjávaryfirborð lækkar í nálægð við ísbreiðuna þrátt fyrir að heildarrúmmál sjávar aukist [36].

Hæðarbreyting yfirborðs sjávar er háð hæðarbreytingu geóíðunnar, þ.e. hæðarbreytingu yfirborðs sjávar má setja fram sem fall af hæðarbreytingu geóíðunnar. Raunar, ef jörðin hefði fasta lögun þá væri enginn munur á þessum tveimur stærðum í sérhverjum punkti [8]. Á jörð sem aflagast flækist sambandið milli breytingar í geóíðunni og yfiborði sjávar að því leyti að taka þarf tillit til áhrifa aflögunarinnar. Í tölulegum framsetningum er yfirborð sjávar gjarnan skilgreint sem fall af geóíðunni að viðbættum tímaháðum fasta [28] eins og verður skoðað við útleiðslu sjávarstöðujöfnunnar í kafla 2.2.5.

Þyngdarsvið jarðar er mælanlegt og staðbundnar þyngdarsviðsmælingar með þar til gerðum þyngdarmælum hafa lengi verið mikilvægar í jarðvísindum [7]. Umbylting hefur orðið á sviði þyngdarmælinga með bandarísk-þýsku verkefnunum GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) [39] sem var starfrækt á árunum 2002-2017 og arftaka þess GRACE-FO [13] (GRACE Follow-On) sem var ýtt úr vör árið 2017, en verkefnin ganga út á að safna samfelldum hnattrænum mælingum af tímaháðum breytingum þyngdarsviðs jarðar með tveimur gervitunglum á braut umhverfis jörðu. Þyngdarsviðsgögnin sem GRACE og GRACE-FO hafa safnað eru aðgengileg almenningi og hafa þau greitt leiðina fyrir miklum framförum í þekkingu okkar á massatilfærslum innan jarðarinnar og á yfirborði hennar [39]. Þessi gögn eru því afar mikilvæg á fræðasviði aðlögunar að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga þar sem grundvallarmáli skiptir að skilja breytingar sem verða í massadreifingu freðhvolfsins, sjávarins og hinnar föstu jarðar[33].

2.1.2 Lögun hinnar föstu jarðar

Jörðin hefur ekki fasta lögun, hún aflagast í viðbragði við breytingum í yfirborðsfargi. Innri bygging jarðarinnar og eðliseiginleikar hennar ákvarða afmyndunina en gjarnan er talið að afmyndunin sem verður vegna jöklabreytinga sé blanda af seigu viðbragði og fjaðrandi viðbragði [35]. Fjaðrandi viðbragðið klárist á tíma jökulskeiðs, sem hleypur á þúsundum til tuga þúsunda ára [15] en seiga viðbragðið sé hægara og haldi áfram eftir að jökulskeiði lýkur.

Jarðskorpan og efsti hluti möttulsins sem er úr föstu efni mynda saman svokallað stinnhvolf [23]. Undir stinnhvolfinu er deighvolf, sá hluti möttulsins sem flæðir með varmaburði (e. convection) og hefur seigju sem er mismikil eftir staðsetningu í jörðinni. Stinnhvolfið hreyfist ofan á deighvolfinu, sígur ofan í það við yfirborðsfergingu og rís upp við léttingu fargsins. Mörk stinnhvolfsins og deighvolfsins geta þó verið óljós og í fræðasamfélaginu er deilt um þá eiginleika sem afmarka stinnhvolf frá deighvolfi.

Hámark síðasta jökulskeiðs átti sér stað fyrir um 21.000 árum og þá síðast voru svæði utan Grænlands og Suðurskautslands þakin stórum ísbreiðum, t.d. Ísland, Skandinavía og Norður-Ameríka [6]. Fyrir um 6000 árum hurfu síðustu leifar þessara ísbreiða [32]. Seiga viðbragð jarðarinnar vegna fargléttingar þessara fornu ísbreiða er ennþá í gangi í

Skandinavíu og Norður-Ameríku [28], landið á þessum svæðum rís víða með stöðugum hraða, t.d. meðfram strandlengju Svíþjóðar á bilinu um 0 cm - 1.2 cm á ári skv. GPS-mælingum [32]. Ísland er undanskilið þessu vegna þessa að það flokkast sem svokallað lágseigjusvæði, þ.e. svæði þar sem undirliggjandi deighvolf hefur lága seigju. Þetta eru til dæmis svæði á mótum fleka [36], með tilheyrandi eldvirkni og háum möttulhita. Lág seigja deighvolfsins veldur því að viðbragð þess við breytingum í yfirborðsmassa er mjög hratt og bæði seiga og fjaðrandi viðbragðið viðbragðið klárast á skömmum tíma [35]. Merki rýrnunar jökla sem átti sér stað fyrir einhverjum þúsundum ára er því hverfandi á lágseigjusvæðum [36]. Birtingarmyndin á samtíma er t.d. að land rís mjög hratt í kjölfar massataps jökla, vegna þess að fjaðrandi viðbragðið og seiga viðbragðið geta verið að eiga sér stað samtímis [35]. Dæmi um lágseigjusvæði sem bera jökla á samtíma eru Ísland [3], Suðaustur-Alaska [24] og Patagónía [16]. Einnig virðast vera afmörkuð lágseigjusvæði undir vestanverðu Suðurskautslandi [4] og Suðaustur-Grænlandi [14].

Jörðin er sem sagt langt frá því að vera einsleit hvað varðar seigju deighvolfsins eða þykkt stinnhvolfsins, hvorki í stefnu geisla hennar né heldur til hliðanna [35]. Bæði þykkt stinnhvolfsins og seigja deighvolfsins á hverju svæði hafa mikið um viðbragð jarðarinnar þar að segja: seigjan ákvarðar hraðann [36] en þykkt stinnhvolfsins ákvarðar bylgjulengdina eða útbreiðslu afmyndunarinnar [21].

Landhæðarbreytingar má til dæmis skoða með GPS- (Global Positioning System) og inSAR-gögnum (Interferometric Synthetic Aperture Radar) [36].

2.1.3 Afstaða snúningsáss jarðar

Breytingar í massadreifingu jarðar valda breytingum í stefnu snúningsáss hennar (í viðmiðunarramma sem snýst með jörðinni) [19]. Við breytingar í massadreifingunni verða nefnilega breytingar í hverfitregðu jarðarinnar. Þetta veldur því að snúningásinn færist til, til þess að varðveita hverfiþungann.

Stefna snúningsássins er stöðugt á reiki sem er að mestu bundið í lotum af ýmsum stærðargráðum, t.d. hefur snúningsásinn reik með eins árs langa lotu, svokallað Chandler-reik sem hefur um 433 daga lotu og svo Markowitz-reik með nokkuð óreglulega lotu sem er á stærðargráðu áratuga [1]. Þegar gögn um hreyfingu pólanna eru leiðrétt fyrir þessar lotuhreyfingar má sjá að pólarnir hafa einnig skýra langtímatilfærslu sem virðist ólotubundin [19]. Á síðustu öld var þessi langtímatilfærsla í stefnu um 75°vestur (í stefnu til austanverðrar N-Ameríku) [40]. Er talið að þetta merki hafi stafað af seigu viðbragði jarðarinnar við massatapi ísbreiða síðasta jökulskeiðs sem átti sér stað fyrir á bilinu fyrir 18.000 til 6.000 árum síðan [19]. Um það bil frá árinu 2000 tók þetta hæga línulega merki að breyta um stefnu, pólarnir tóku að hreyfast austur af gömlu stefnunni [1]. Þessi stefnubreyting er talin vera vegna breytinga í massadreifingu jarðarinnar vegna loftslagsbreytinga á samtíma, þ.e. fyrst og fremst aðlögunar að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga á samtíma.

Jöklabreytingar hafa því áhrif á snúningsás jarðarinnar. Enn fremur hefur breytt stefna

snúningsássinn áhrif á sjávarstöðu [28]. Þegar snúningsás jarðarinnar færist, þá breytist miðflóttamætti jarðarinnar með þeim afleiðingum að þyngdarsviðið og hin fasta jörð aflagast og þar með breytist sjávarstaða. Framlag snúningsáhrifa til sjávarstöðubreytinga á samtíma er talið vera á stærðargráðu um 2 mm á ári [17].

2.2 Líkangerð aðlögunar að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga

Reiknilíkön fyrir ferli aðlögunar að flotjafnvægi geta verið mikilvæg. Þau má meðal annars nota til þess að spá fyrir um sjávarstöðubreytingar hvort sem er vegna bráðnunar ísbreiða síðasta jökulskeiðs eða vegna bráðnunar jökla á samtíma vegna loftslagsbreytinga [25].

Líkan fyrir sjávarstöðubreytingar vegna tiltekinna jöklabreytinga er oft sett fram á formi hinnar svokölluðu sjávarstöðujöfnu (e. sea level equation) sem Farrel og Clark settu fyrst fram árið 1976 [8]. Sjávarstöðujafnan skilgreinir afstæða sjávarstöðubreytingu sem mismun tveggja yfirborða: yfirborðs sjávar og yfirborðs hinnar föstu jarðar. Sjávarstöðujafnan lýsir því hvernig þessi tvö yfirborð breytast í viðbragði við jöklabreytingum á formi þannig að jöfnuna megi leysa með tölulegum útreikningum að gefnum forsendum um jöklabreytingar og innri byggingu jarðarinnar.

Algengast er að nálga jörðina sem kúlusamhverfan þyngdarkraftalega sjálfsamkvæman skrokk úr línulega seigfjaðrandi eða fjaðrandi efni [28]. Þyngdarkraftaleg sjálfsamkvæmni (e. gravitational self-constistency) merkir að við útreikninga sé tekið sé tillit til tímaháðra breytinga í þyngdarsviði [25] jarðarlíkansins. Jarðarlíkanið er gjarnan látið hafa lagskipingu í stefnu geisla jarðarinnar og t.d. haft fjaðrandi lag yst og seig lög innar [22].

Í eftirfarandi köflum 2.2.1-2.2.4 er umfjöllun um hugtök, breytur, föll og jöfnur sem eru til grundvallar framsetningar sjávarstöðujöfnunnar sem er leidd út í kafla 2.2.5.

2.2.1 Kúluföll

Fyrir ákveðnar gerðir af stærðfræðilegum verkefnum getur verið hentugt að ummynda verkefnin, leysa þau á ummyndaða forminu og með þeim lausnum byggja upp lausnir á upphaflega verkefninu [2]. Til að gera þetta með Laplace-ummyndun eru föllin sem koma fyrir í útreikningum liðuð í kúluföll. Kúluföll (e. spherical harmonics) eru lausnir á Laplace-jöfnunni á kúluyfirborði. Öll raungild ferningsheildanleg föll er hægt að liða í röð kúlufalla og öll tvinngild ferningsheildanleg föll er hægt að liða í röð tvinngildra kúlufalla [37]. Tvinngilt kúlufall má t.d. setja fram:

$$\mathcal{Y}_{lm}(\vartheta,\lambda) = \sqrt{(2l+1)\frac{(l-m!)}{(l+m)!}}P_{lm}(cos\vartheta)e^{im\lambda}, \qquad m \geq 0 \tag{2.1}$$

[30] þar sem l,m eru heiltölur $l = 0, 1, 2, ...$ og $|m| \leq l$ og $P_{lm}(cos\theta)$ er ákveðin gerð svokallaðrar Legendre-margliðu. ϑ er pólfirð, þ.e. $\vartheta = 90°$ - ϕ þar sem ϕ er breiddargráða og λ lengdargráða. Eftirfarandi tafla 2.1 sýnir sem dæmi gildi tvinngilda kúlufallsins í jöfnu 2.2.1 fyrir nokkur gildi á l og m. Kúluföllum verða ekki gerð betri skil hér heldur en fyrst og fremst með því að benda á að þau séu til. Áhugasömum lesendum er bent t.d. á grein Wieczorek og Meschede frá 2018 [37] þar sem kúluföll og Legendre-margliður eru skoðuð til hlítar og sett í samhengi hagnýtinga.

l	m	$\mathcal{Y}_{lm}(\vartheta,\lambda)$	$\mathcal{Y}_{lm}(\vartheta,\lambda)$
1	0	$\sqrt{3}P_{10}(cos\vartheta)$	$\sqrt{3}cos\vartheta$
1	1	$\sqrt{\frac{3}{2}}P_{11}(cos\vartheta)$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}sin\vartheta e^{i\lambda}$
2	0	$\sqrt{5}P_{20}(cos\vartheta)$	$\frac{\sqrt{5}}{2}(3cos^2\vartheta) - 1$
2	1	$\sqrt{\frac{5}{6}}P_{21}(cos\vartheta)e^{i\lambda}$	$-3\sqrt{\frac{5}{6}}sin\vartheta cos\vartheta e^{i\lambda}$
2	2	$\sqrt{\frac{5}{24}}P_{22}(cos\vartheta)e^{2i\lambda}$	$3\sqrt{\frac{5}{24}}sin^2\vartheta e^{2i\lambda}$

Tafla 2.1: Tvinngilt kúlufall sbr. jöfnu 2.2.1 fyrir $l \leq 2$ og $0 \leq m \leq 2$ [30]. Dálkur 3 sýnir kúlufallið sem fall af Legendre-margliðunni P_{lm} en dálkur 4 sýnir kúlufallið sem aðeins fall af hornaföllum.

2.2.2 Love-tölur og Green-föll

Love-tölur og Green-föllin sem Love-tölurnar mynda eru gagnleg tól í líkangerð aðlögunar að flotjafnvægi vegna jöklabreytinga. Þessi fyrirbæri greiða leiðina fyrir því að reikna viðbragð hinnar föstu jarðar og geóíðunnar við breytingum í yfirborðsfargi og snúningsmætti.

Love-tölur eru einingarlausir stuðlar, h_n, l_n, k_n sem lýsa viðbragði þyngdarkraftalega sjálfsamkvæmrar kúlu við yfirborðsfargbreytingu í punkti [9]. Love-tölur þarf að reikna fyrir það jarðarlíkan sem er notað hverju sinni. T.d. gæti slíkt líkan verið kúla úr einsleitu fjaðrandi efni eða kúla sem er lagskipt í stefnu geisla hennar með mimsunandi seigju eftir lögum [22]. Hér nægir að vita að eiginleikar jarðarlíkansins sem er notað ákvarða Love-tölurnar hverju sinni og ekki verður nánar farið út í hvernig þær eru reiknaðar út. Lesendum er bent á viðbótarefni Spada og Melini við grein þeirra frá 2019 [30], þar er að finna jöfnuframsetningar á Love-tölum.

Green-föll eru gefin með Love-tölunum sem hafa verið reiknaðar fyrir jarðarlíkan [9]. Green-föllin eru skilgreind með mismunandi hætti eftir því hvaða viðbragð er verið að

skoða, t.d. eftir því hvort það sé viðbragð geóíðunnar eða hinnar föstu jarðar. Sem og fyrir Love-tölurnar er lesendum bent á jöfnuframsetningar Spada og Melini [30]. Green-föllin eru notuð til þess að reikna viðbragðsföll með földun, sbr. næsta undirkafla 2.2.3.

2.2.3 Viðbragðsföll

Yfirborðsviðbragðsföll

Skilgreinum staðsetningu á yfirborði jarðar :

$$\omega \equiv (\vartheta, \lambda)$$

þar sem ϑ er pólfirð, þ.e. $\vartheta = 90°$ - ϕ þar sem ϕ er breiddargráða og λ lengdargráða. Skilgreinum einnig γ sem hornbilið á milli $\omega = (\vartheta, \lambda)$ sem er punkturinn sem við skoðum breytingu í og $\omega' = (\vartheta', \lambda')$ punkturinn þar sem fargið er staðsett.

Við höfum áhuga á að ákvarða föll sem lýsa viðbragði hinnar föstu jarðar og geóíðunnar við yfirborðsfargbreytingu.

Slík yfirborðsviðbragðsföll eru gefin með földunarheildi (í tíma og rúmi) viðeigandi Green-falls við fall sem lýsir yfirborðsfargbreytingunni [8].

Látum $\Gamma(\gamma, t)$ vera eitthvað Green-fall annaðhvort fyrir geóíðuna eða fyrir hina föstu jörð og látum $\mathcal{L}(\omega, t)$ vera fall sem lýsir yfirborðsfargbreytingu. Yfirborðsviðbragðsfall $R^{\text{farg}}(\omega, t)$ geóíðunnar eða hinnar föstu jarðar er þá gefið með $R^{\text{farg}}(\omega, t) = \Gamma \otimes \mathcal{L}$ þar sem:

$$\Gamma \otimes \mathcal{L} = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{e} \Gamma(\gamma, t - t')\mathcal{L}(\gamma', t')dA' \tag{2.2}$$

[30] er földunarheildið sem má sjá að felur í sér einvíða tímaföldun og tvívíða rúmföldun yfir jörðina. Hér er $dA' = a^2 d\omega' = a^2 sin\vartheta' d\vartheta' d\lambda'$ þar sem a er meðalgeisli jarðarinnar.

Snúningsviðbragðsföll

Við höfum einnig áhuga á að ákvarða föll sem lýsa viðbragði hinnar föstu jarðar og geóíðunnar við breytingu í snúningi jarðar.

Snúningsviðbragðsföll eru gefin með einvíðri tímaföldun viðeigandi Green-falls við fall sem lýsir breytingu í snúningsmætti [17]. Bæði snúningsmættisbreytingin og Green-föllin sem eru notuð fyrir snúningstilfellin eru nefnilega aðeins tímaháð. Földunin fyrir snúningsviðbragð er því einvíð ólíkt földuninni fyrir yfirborðsviðbragð.

Látum $Y_l(t)$ vera kúlufallaliðun Green-falls fyrir snúning og $\Lambda_{lm}(t)$ kúlufallaliðun falls sem lýsir tímaháðri breytingu miðflóttamættis. Snúningsviðbragðsfallið $R^{\text{snún}}(t)$ fyrir geóíðuna eða hina föstu jörð er þá gefið með $R^{\text{snún}}(t) = Y_l * \Lambda_{lm}$ þar sem

$$Y_l * \Lambda_{lm} = \int_{-\infty}^{\infty} Y_l(t - t')\Lambda_{lm}(t')dt' \tag{2.3}$$

[30] er einvítt tímaföldunarheildi.

2.2.4 Nokkrar skilgreiningar

Staðsetning á yfirborði jarðar

Til að tákna staðsetningu á yfirborði jarðar verður hér framvegis sem fyrr notað táknið ω sem stendur fyrir $\omega = (\vartheta, \lambda)$ þar sem ϑ er pólfirð, þ.e. $\vartheta = 90°$ - ϕ þar sem ϕ er breiddargráða og λ lengdargráða.

Sjávarstaða B og landslag T

Látum $\mathrm{r}^{\mathrm{SY}}(\omega, t)$ vera geisla sjávaryfirborðs og $\mathrm{r}^{\mathrm{FJ}}(\omega, t)$ geisla hinnar föstu jarðar, í punkti ω á ótilgreindum tíma t, í viðmiðunarkerfi sem hefur upphafspunkt í massamiðju jarðarinnar. Skilgreinum sjávarstöðu B í punkti ω á tíma t:

$$B(\omega, t) = r^{SY}(\omega, t) - r^{FJ}(\omega, t). \tag{2.4}$$

Landslag $T(\omega, t)$ er landslag (e. topography), skilgreint sem neikvæð sjávarstaða:

$$T(\omega, t) = -B(\omega, t). \tag{2.5}$$

Athugum að mikilvægur munur er á sjávarstöðu $\mathrm{B}(\omega, t)$ annarsvegar og sjávarstöðubreytingu $\mathrm{S}(\omega, t)$ hins vegar, en sú síðarnefnda er stærðin sem við höfum áhuga á að reikna og er leidd út með sjávarstöðujöfnunni í kafla 2.2.5.

Sjávarfallið $\mathcal{O}$ og landfallið C

$\mathcal{O}(\omega, t)$ er sjávarfallið (e. ocean function) sem er skilgreint þannig að það taki gildi 1 þar sem er sjór en taki gildi 0 þar sem er ekki sjór. Fyrir tímaháðar strandlínur getum við

skilgreint sjávarfallið með eftirfarandi hætti:

$$\mathcal{O}(\omega,t) = \begin{cases} 1, & \text{þegar} \quad T + I(\rho^i)/(\rho^w) < 0 \\ 0, & \text{þegar} \quad T + I(\rho^i/(\rho^w) \geq 0 \end{cases} \tag{2.6}$$

ρ^i er eðlismassi íss og ρ^w eðlismassi vatns. $I(\omega,t)$ er ísþykkt í punkti ω á tíma t og $T(\omega,t)$ er landslag (e. topography) í punkti ω á tíma t.

Landfallið $C(\omega,t)$ er skilgreint þannig að það taki gildi 0 í punktum á sjó og gildi 1 í punktum á landi. Landfallið má setja fram út frá sjávarfallinu $\mathcal{O}$:

$$C(\omega,t) = 1 - \mathcal{O}(\omega,t) \tag{2.7}$$

Meðaltal yfir sjó

Í útleiðslu sjávarstöðujöfnunnar í kafla 2.2.5 er á nokkrum stöðum tekið meðaltal falla yfir sjóinn. Meðaltal falls f yfir sjóinn er sett fram með tákninu $\langle ... \rangle^o$ og skilgreint:

$$\big\langle f(\omega,t) \big\rangle^o(t) = \frac{1}{A^o} \int_o f(\omega,t)\, dA \tag{2.8}$$

með

$$dA = a^2 sin\vartheta d\vartheta d\lambda \tag{2.9}$$

þar sem A^o er flatarmál sjávar á tíma t ákvarðað af sjávarfallinu $\mathcal{O}$, $\int_o$ er heildi yfir tímaháð yfirborð sjávar og a er meðalgeisli jarðarinnar. Hér skal vera skýrt að táknið sem situr í veldissæti og fótskrift í jöfnunni er ekki talan 0 heldur bókstafurinn o (fyrir ocean).

Meðaltal yfir jörðu

Annað meðaltalsheildi sem kemur fyrir í útleiðslu sjávarstöðujöfnunnar er meðaltal yfir jörðina alla sem er sett fram með tákninu $\langle ... \rangle^e$ og skilgreint með sama hætti og meðaltalið yfir sjó í 2.2.4:

$$\big\langle f(\omega,t) \big\rangle^e(t) = \frac{1}{A^e} \int_e f(\omega,t)\, dA \tag{2.10}$$

með

$$dA = a^2 sin\vartheta d\vartheta d\lambda \tag{2.11}$$

þar sem A^e er flatarmál jarðarinnar í heild sinni og, $\int_e$ er heildi yfir yfirborð jarðar.

2.2.5 Sjávarstöðujafnan

Inngangur um sjávarstöðujöfnu

Hin svokallaða sjávarstöðujafna lýsir sjávarstöðubreytingu og byggir í grunninn á sambandinu á milli sjávarstöðubreytingar, breytingar yfirborðs sjávar og breytingar yfirborðs hinnar föstu jarðar [28]. Hér á eftir er sjávarstöðujafnan sett fram og svo er leitt út form af henni sem er hægt að strjála (e. discretize) þannig að hana megi leysa tölulega á punktaneti yfir jörðina að gefinni sögu um ísþykktarbreytingu og að gefnu jarðlagalíkani. Margar strjálanlegar útfærslur sjávarstöðujöfnunnar eru til og skal hér fylgt útfærslu Giorgio Spada og Daniele Melini eftir greinum þeirra frá árinu 2019 [28, 29].

Útleiðsla sjávarstöðujöfnu

Skilgreinum sjávaryfirborðsbreytingu N og lóðrétta breytingu yfirborðs hinnar föstu jarðar U, fyrir viðmiðunarástand á tíma t_0:

$$N(\omega, t) = r^{SY}(\omega, t) - r^{SY}(\omega, t_0) \tag{2.12}$$

og

$$U(\omega, t) = r^{FJ}(\omega, t) - r^{FJ}(\omega, t_0) \tag{2.13}$$

Nú getum við sett fram skilgreiningu á afstæðri sjávarstöðubreytingu, en það er einmitt sjávarstöðujafnan í sinni einföldustu mynd:

$$S(\omega, t) = N(\omega, t) - U(\omega, t). \tag{2.14}$$

Yfirborðsbreytingu sjávar má setja fram sem fall af breytingu í geóíðunni [8]:

$$N(\omega, t) = \mathcal{G}(\omega, t) + c. \tag{2.15}$$

Fastinn c er í þessum fræðum oft óformlega kallaður FC-fastinn eða FC76-fastinn til heiðurs Farrel og Clark og vísindagreininni þeirra góðu frá 1976 [8] þar sem þeir settu fyrstir sjávarstöðujöfnuna fram. Fastann má ákvarða með hliðarskilyrði um massavarðveislu íss og sjávar, eins og við sjáum síðar í útleiðslunni. Breytingu geóíðunnar má rita:

$$\mathcal{G}(\omega, t) = \frac{\Phi(\omega, t)}{g} \tag{2.16}$$

þar sem $\Phi(\omega, t)$ er breyting í þyngdarmætti jarðarkerfisins í heild sinni og tekur tillit til áhrifa yfirborðsfargsbreytinga og snúningsáhrifa, g er einhver viðmiðunarþyngdarhröðun við yfirborð jarðar. Nú getum við skilgreint:

$$R(\omega, t) = \mathcal{G}(\omega, t) - U(\omega, t). \tag{2.17}$$

Köllum þetta viðbragðsfall sjávarstöðu. Með jöfnum (2.14) og (2.15) getum við ritað sjávarstöðujöfnuna á ný:

$$S(\omega, t) = R(\omega, t) + c. \tag{2.18}$$

Með því að einangra fastann c í jöfnu (2.18) og taka meðaltal yfir sjóinn báðum megin í jöfnunni fæst:

$$\big\langle c(t) \big\rangle^o(t) = \big\langle S(\omega, t) \big\rangle^o(t) - \big\langle R(\omega, t) \big\rangle^o(t). \tag{2.19}$$

Athugum að $\big\langle c(t) \big\rangle^o \equiv c(t)$ og setjum $\big\langle S(\omega, t) \big\rangle^o = S^{\text{meðal}}(t)$ fyrir meðalsjávarstöðu. Nú getum við ritað sjávarstöðujöfnuna:

$$S(\omega, t) = R(\omega, t) + S^{\text{meðal}}(t) - \big\langle R(\omega, t) \big\rangle^o(t) \tag{2.20}$$

Skiptum viðbragðsfallinu $\mathrm{R}(\omega, t)$ upp, látum það vera summu $\mathrm{R}^{\text{farg}}(\omega, t)$ sem er framlag yfirborðsfargbreytinga og hins vegar $\mathrm{R}^{\text{snún}}(\omega, t)$ sem er framlag snúningsáhrifa:

$$R(\omega, t) = R^{\text{farg}}(\omega, t) + R^{\text{snún}}(\omega, t) \tag{2.21}$$

þar sem $R^{\text{farg}}(\omega, t) = \mathcal{G}^{\text{farg}}(\omega, t) - U^{\text{farg}}(\omega, t)$ og $R^{\text{snún}}(\omega, t) = \mathcal{G}^{\text{snún}}(\omega, t) - U^{\text{snún}}(\omega, t)$ skv. jöfnu (2.17).

Viðbragðsföllin eru gefin með földun Green-falla við föll sem ýmist lýsa yfirborðsfargbreytingu eða breytingu í miðflóttamætti líkt og er til umfjöllunar í kafla 2.2.3. Green-föllin Γ^S og Y_l^S eru gefin með ákveðnum samsetningum af Love-tölum líkt og fjallað er um í kafla 2.2.2 að ofan þannig að Γ^S er Green-fall fyrir yfirborðsfargbreytingu og Y_l^S er Green-fall fyrir snúning. Green-föllin fyrir sjávarstöðu eru gefin með samsvarandi Green-föllum fyrir yfirborð hinnar föstu jarðar og fyrir geóíðuna í samræmi við jöfnu 2.14:

$$\Gamma^S(\gamma, t) = \Gamma^N(\gamma, t) - \Gamma^U(\gamma, t) \tag{2.22}$$

og

$$Y_l^S(t) = Y_l^N(t) - Y_l^U(t). \tag{2.23}$$

Viðbragðsfallinu $R^{\text{farg}}(\omega, t)$ má lýsa með þrívíðri földun í tíma og rúmi sem inniheldur Green-fallið fyrir sjávarstöðu Γ^S og falli $\mathcal{L}(\omega, t)$ sem lýsir yfirborðsfargbreytingu [9] :

$$R^{\text{farg}}(\omega, t) = \Gamma^S(\gamma, t) \otimes \mathcal{L}(\omega, t). \tag{2.24}$$

Rifjum upp að γ er hornbilið milli ω' sem er sá punktur þar sem fargið $\mathcal{L}$ er staðsett og ω sem er punkturinn sem við skoðum breytingu í. Viðbragðsfallinu $R^{\text{snún}}$ má lýsa með einvíðri földun sem inniheldur snúnings-Green-fallið fyrir sjávarstöðu Y_l^S og fall sem lýsir miðflóttamættisbreytingu Λ_{lm}^S [17]:

$$R^{\text{snún}}(t) = Y_l^S(t) * \Lambda_{lm}(t). \tag{2.25}$$

Hér eru l,m heiltölur $l = 0, 1, 2, ..., l_{\max}$ og $|m| \leq l$ sem eru til komnar vegna kúlufallaliðunar Y^Sog Λ, sbr. umfjöllun í kafla 2.2.1.

Þá er sjávarstöðujafnan í (2.20) komin á formið:

$$S(\omega, t) = S^{\text{meðal}}(t) + (R^{\text{farg}}(\omega, t) - \left\langle R^{\text{farg}} \right\rangle^o(t)) + (R^{\text{snún}}(t) - \left\langle R^{\text{snún}} \right\rangle^o(t)) \tag{2.26}$$

Við viljum gera ráð fyrir massavarðveislu íss og sjávar. Setja má massavarðveisluskilyrðið fram á formi heildis yfirborðsfargs yfir jörðina alla:

$$\left\langle \mathcal{L} \right\rangle^e(t) = 0. \tag{2.27}$$

Með því að velja $L(\omega, t) = \rho^i I(\omega, t) C(\omega, t) + \rho^w B(\omega, t) \mathcal{O}(\omega, t)$ (sjá [29]) og beita skilyrðum massavarðveislu fæst eftirfarandi sundurliðun á $S^{\text{meðal}}(t)$:

$$S^{\text{meðal}}(t) = S^{\text{jafn}}(t) + S^{\mathcal{O}}(t) \tag{2.28}$$

þar sem $S^{\text{jafn}}(t)$ er svokölluð jafngild sjávarstöðubreyting:

$$S^{\text{jafn}}(t) = -\frac{\mu(t)}{\rho^w A^o(t)} \tag{2.29}$$

með

$$\mu(t) = \rho^i \int_e (I(\omega,t))C(\omega,t) - I_0(\omega,t_0)C_0(\omega,t_0)dA \tag{2.30}$$

sem er tímaháð breyting landíss. $S^{\mathcal{O}}(t)$ er sjávarstöðubreyting tengd breytingum í sjávarfallinu $\mathcal{O}(\omega,t)$:

$$S^{\mathcal{O}}(t) = \frac{1}{A^o(t)} \int_e (T_0(\omega,t_0)(\mathcal{O}(\omega,t) - \mathcal{O}_0(\omega,t_0))dA. \tag{2.31}$$

Nú höfum við almenna framsetningu sjávarstöðujöfnunnar 2.26. Sleppum breytistærðum hér af fagurfræðilegum ástæðum:

$$\boxed{S(\omega,t) = S^{\text{jafn}} + S^{\mathcal{O}} + (R^{\text{farg}} - \left\langle R^{\text{farg}} \right\rangle^o) + (R^{\text{snún}} - \left\langle R^{\text{snún}} \right\rangle^o)} \tag{2.32}$$

Að lokum er vert að nefna að með því að gera þá nálgun að strandlínur séu fastar, þá verður sjávarfallið fast, $\mathcal{O}(\omega,t) = \mathcal{O}_0(\omega,t_0)$. Ljóst er að þar með verður $S^{\mathcal{O}}$(t) = 0 og sjávarstöðujafnan einfaldast í:

$$S(\omega,t) = S^{\text{jafn}} + (R^{\text{farg}} - \left\langle R^{\text{farg}} \right\rangle^o) + (R^{\text{snún}} - \left\langle R^{\text{snún}} \right\rangle^o) \tag{2.33}$$

þar sem S^{jafn} er orðið jafndreift rúmmál vatns vegna jöklabreytinga yfir fast flatarmál sjávar, $A^o(t) = A^o_0$.

Til gamans má líta á tilfellið þar sem við göngum út frá því að jörðin sé ekki þyngdarkraftalega sjálfsamkvæm, aflagist ekki og snúist ekki. Þá verður sjávarstöðujafnan eftirfarandi:

$$S(\omega,t) = S(t) = S^{\text{jafn}}(t). \tag{2.34}$$

sem er slök nálgun fyrir sjávarstöðubreytingu vegna jöklabreytinga.

3 Aðferð og gögn

Vegna nálægðarinnar við Grænlandsísbreiðu er áhugavert að skoða hvernig massatap ísbreiðunnar hefur áhrif á sjávarstöðu við strendur Íslands. Markmið þessa verkefnis er að leggja mat á þau áhrif, stærðargráðu sjávarstöðubreytinganna og landfræðilegan breytileika þeirra umhverfis Ísland. Við gerum þetta með því að leysa sjávarstöðujöfnuna með opna forritinu SELEN.

3.1 Forritið SELEN

3.1.1 Aðgengi, stýrikerfiskröfur og uppsetning

Fjölmörg forrit hafa verið þróuð til þess að leysa hina tölulegu sjávarstöðujöfnu. Hér munum við notast við forritið SELEN (SealEveL EquatioN solver) [31] sem er skrifað í Fortran og leysir sjávarstöðujöfnuna með gervirófsaðferð. Ástæður fyrir því að nota þetta tiltekna forrit má helstar nefna þrjár. Í fyrsta lagi er reynsla af notkun þess innan Háskóla Íslands, en Sigríður Magnúsdóttir notaði SELEN við vinnslu meistararitgerðar sinnar við DTU og Guðfinna Aðalgeirsdóttir, prófessor hjá HÍ, kom að því verkefni sem leiðbeinandi. Í öðru lagi býður SELEN upp á lausn á heildstæðu formi sjávarstöðujöfnunnar t.d. með því að hafa útfærslur á lausn fyrir bæði tímaháðar strandlínur og fyrir snúningsáhrif, en þetta eru dæmi um atriði sem vantar gjarnan í forrit af þessu tagi. Í þriðja lagi er SELEN opinn hugbúnaður, þ.e. aðgengilegur almenningi.

Nýjustu útgáfu SELEN [29] má sækja á Github (`https://github.com/geodynamics/selen`) og þar er einnig að finna notendahandbók. Í þessu verkefni er notast við 3. útgáfu forritsins, en sú býður upp á fjaðrandi nálgun jarðarinnar sem við höfum áhuga á í samhengi þessa verkefnis. Forritinu er hlaðið niður í þjappaðri möppu sem er svo einfaldlega afþjappað einhversstaðar í tölvu.

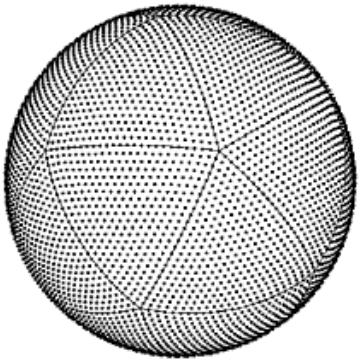
SELEN krefst þess að tölvan sem keyrt er á hafi UNIX-umhverfi, t.d. Linux og MacOS, auk þýðanda (e. compiler) fyrir fortran. Í Windows-tölvum eru til góðar leiðir til að keyra SELEN t.d. með því að setja upp svokallað CYGWIN-umhverfi [27] eða WSL (Windows subsystem for Linux) [26].

SELEN er á formi fjölmargra skráa sem má gróflega skipta í þrjá flokka: (1) fortran-skriftur, (2) skelskriftur (e. shell script) og (3) inntaksskrár. Fortran-skrifturnar innihalda

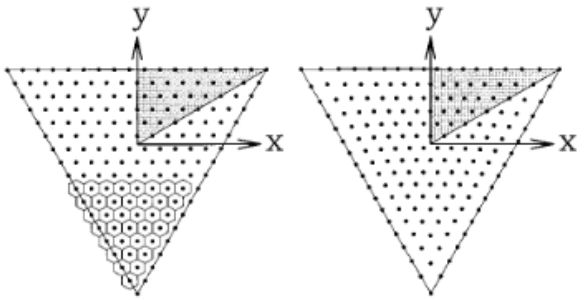
kóða sem margar hverjar framkvæma útreikninga sem hluta af því að leysa sjávarstöðujöfnuna og skrifa út gagnaskrár sem inntök í keyrsluna. Aðrar fortran-skrár gegna því hlutverki að skrifa út skelskriptur sem nýjar inntaksskrár sem framkvæma hverja keyrslu samkvæmt völdum stillingum. Skelskrifturnar framkvæma keyrslurnar: þýða og keyra viðeigandi fortran-skriftur samkvæmt stillingum hverrar keyrslu. Inntaksskrárnar eru gagnaskrár sem eru notaðar í útreikningunum, t.d. íslíkanskrár og jarðlagalíkanskrár, og svo stillingaskrá sem segir m.a. til um hvernig hvernig sjávarstöðujafnan skuli vera leyst og hvaða gagnaskrár skuli nota sem inntök. Fyrir sérhverja keyrslu býr SELEN til nýja geymslumöppu sem inniheldur allar úttaksskrár keyrslunnar.

Vegna tölulegs eðlis útreikninganna er sjávarstöðujafnan leyst á punktaneti yfir jörðina. SELEN notar svokallað Tegmark-net [34] sem byggir á því að varpa punktum af tvítugflötungi yfir á kúluyfirborð þannig að vörpunin sé í stefnu geisla kúluyfirborðsins. Mynd 3.1a að neðan sýnir sem dæmi hvernig hliðar tvítughyrningsins og punktar á hliðunum varpast með þessum hætti yfir á kúluyfirborð.

Vörpun hliða tvítugflötungsins yfir á kúluna myndar stóra þríhyrninga á kúluyfirborðinu og með því að velja sexhyrnda skífu umhverfis sérhvern punkt, þá þekja sexhyrningarnir flatarmál hvers þríhyrnings og þá flatarmál kúlunnar einnig. Innan hvers þríhyrnings er punktunum hnikað þannig að flatarmál sexhyrningsins í kringum hvern punkt séu jafn stór. Mynd 3.1b að neðan sýnir dæmi um hvernig punktunum er hnikað til svo að flatarmál umliggjandi sexhyrninga séu jafn stór á kúluyfirborðinu.



(a)



(b)

Mynd 3.1: Tegmark-net. Mynd (a) [34] sýnir punkta á kúluyfirborði sem hefur verið varpað með kúlusamhverfu af hliðum tvítugflötungs. Mynd (b) [34] sýnir hvernig punktunum í reglulega þríhyrningsnetinu til vinstri hnikað til í þríhyrningsnetinu til hægri svo að allir sexhyrningar hafi sama flatarmál.

Sérhver punktur í netinu er því miðpunktur örlítið afmyndaðs sexhyrnings sem má nálga með skífu sem hefur geisla sem ræðst af þéttleika netsins sbr. jöfnu 3.2 að neðan. Punktarnir og umliggjandi skífur þeirra eru einingarnar sem SELEN reiknar á.

Þéttleiki Tegmark-nets fer eftir upplausnarstuðli R sem tengist punktafjölda P í netinu

með eftirfarandi sambandi:

$$P = 40R(R-1) + 12. \tag{3.1}$$

og sexhyrndu fletina í netinu má nálga sem hringlaga skífur með geisla:

$$r_{\text{skífa}} \sim \frac{2a}{\sqrt{P}}. \tag{3.2}$$

þar sem a er geisli jarðarinnar [26]. Nálgunin verður betri eftir því sem punktafjöldinn P er hærri. Tafla 3.1 sýnir fyrir þrá ólíka upplausnarstuðla fjölda punkta og geisla nálgaðrar skífu fyrir sérhvern sexhyrning í tilsvarandi Tegmark-neti.

Upplausnarstuðull R	Fjöldi punkta í neti P	Geisli nálgaðrar skífu [km]
30	34.812	68,29
44	75.692	46,31
100	396.012	20,25

Tafla 3.1: Fjöldi punkta í Tegmark-neti og geisli skífu sem nálgar yfirborðsfletina í netinu fyrir þrjá valda upplausnarstuðla [26].

3.1.2 Notkun SELEN, inntök og úttök

Til að búa til keyrslu er fyrst opnuð stillingaskráin *config.dat*, en innihald stillingarskráarinnar hverju sinni er forsenda keyrslunnar sem sett er í gang. Skráin er einföld textaskrá sem notandi breytir fyrir sérhverja keyrslu til að velja stillingar svo sem upplausnarstuðullinn R (sbr. töflu 3.1), fjölda ítrana, hvort tekið sé tillit til snúningsáhrifa og tímaháðra strandlína, val um inntaksskrár svo sem jarðlagalíkanskrá, íslíkanskrá, lengd hvers tímaskrefs í íslíkanskránni o.s.frv..

Einna mikilvægasta inntakið í keyrslur með SELEN er hin svokallaða íslíkanskrá. Skráin lýsir staðsetningu ísmassa og hvernig ísþykktin breytist í tímaskrefum. Notandi SELEN getur búið til sínar eigin íslíkanskrár og þannig skoðað ísmassatap eftir því sem áhugi er á. Valdar eru sem líkan þær skífur í Tegmark-netinu sem bera ís. Ísinn hefur jafna þykkt yfir flatarmál hverrar skífu. Sérhver röð íslíkanskráarinnar táknar eina skífu sem ber ís. Tafla 3.2 sýnir hvernig íslíkanskráin er byggð upp, þ.e. hvað sérhver dálkur stendur fyrir.

Númer dálks	Gildi dálks
0	número n
1	lengdargráða miðpunkts λ
2	breiddargráða miðpunkts ϕ
3	hálf hornsveifluvídd α
4	upphafsísþykkt Z_0
...	...
5+N-1	ísþykkt í N-ta tímaskrefi Z_N

Tafla 3.2: Uppbygging íslíkanskráar sem inntaksskrá SELEN [27].

Númer skífu í Tegmark-netinu er tilgreind í fyrsta dálki. Staðsetning miðpunkts skífunnar er tilgreind í öðrum og þriðja dálki. Næst kemur fjórði dálkur sem sýnir hálfa hornsveifluvídd (e. half angular amplitude) α skífunnar, en þessi tala er sú sama fyrir allar skífur í netinu og fæst með sambandinu:

$$cos(\alpha) = 1 - 2/P \tag{3.3}$$

þar sem P er sem fyrr fjöldi punkta í Tegmark-netinu. Fimmti dálkur sýnir upphafsþykkt íss á skífunni, sjötti dálkur sýnir þykkt íssins á skífunni í 1. tímaskrefi, sá sjöundi þykkt-ina í 2. tímaskrefi og svo koll af kolli þannig að aftasti dálkurinn sýni þykktina í N-ta tímaskrefi. Lengd tímaskrefanna er jöfn og er lengdin valin, í kílóárum, í stillingaskránni fyrrnefndu, *config.dat*.

Þegar stillingar og inntaksskrár hafa verið valdar í stillingaskránni *config.dat* er keyrsla sett í gang með því að keyra skelskriptuna *makeselen.sh*.

Úttökum er sem fyrr sagt safnað í geymslumöppu fyrir hverja keyrslu. Á meðal útaksskráa eru gagnaskrárnar *svarmap-n.dat* þar sem í staðinn fyrir n stendur númer tímaskrefs. Þessar skrár innihalda reiknaða sjávarstöðubreytingu S fyrir sérhvern punkt í Tegmark-netinu og ein skrá er búin til fyrir hvert tímaskref af uppsöfnuðu massatapi. Við höfum aðeins áhuga á skránni fyrir 12. tímaskrefið sem sýnir sjávarstöðubreytinguna þegar allt massatapið hefur klárast. Aðrar áhugaverðar útaksskrár sem verða þó ekki skoðaðar í þessu verkefni eru *nvarmap-n.dat* og *uvarmap-n.dat*. Þær sýna annarsvegar reiknaða breytingu yfirborðs sjávar og hins vegar reiknaða breytingu yfirborðs hinnar föstu jarðar fyrir sérhvern punkt í Tegmark-netinu og veita þannig sundurliðun á reiknuðu sjávarstöðubreytingunni S.

3.2 Keyrslur og gögn

3.2.1 Yfirlit keyrslna

Keyrslurnar til skoðunar í þessu verkefni skiptast í þrjá hluta:

1. Svæðatilraun.

2. Metin áhrif massataps Grænlandsísbreiðu 1972-2018.

3. Samanburður á áhrifum jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps á Grænlandsísbreiðu.

Í svæðatilrauninni er Grænlandi skipt upp í svæði og massatap valið sem er gjörvallt látið eiga sér stað á aðeins einu svæði í einu, þ.e. hvergi á ísbreiðunni á sér stað massatap nema á einu svæði hennar. Búin er til ein keyrsla fyrir hvert svæði. Markmiðið með þessum

keyrslum er ekki að skoða raunhæft massatap heldur að skoða með mjög grófum hætti hvaða áhrif staðsetning massataps Grænlandsísbreiðu hefur á sjávarstöðubreytingar við strendur Íslands.

Við mat á massatapi Grænlandsísbreiðu 1972-2018 eru notuð gögn um svæðaskipt massatap ísbreiðunnar á fyrrgreindu tímabili [18]. Fyrir þennan hluta er aðeins ein keyrsla gerð með íslíkanskrá sem lýsir massatapinu samkvæmt gögnunum. Markmiðið með þessari keyrslu er að líkja eftir raunverulegu massatapi ísbreiðunnar yfir ákveðinn tíma og sjá hver áhrifin af því munu hafa verið á sjávarstöðubreytingar við strendur Íslands.

Í samanburði jafnar og svæðaskiptrar dreifingar massataps á Grænlandsísbreiðu eru búnar til tvær keyrslur með framtíðarspá um massatap Grænlandsísbreiðu [10]. Í annari keyrslunni er heildarmassatapi ísbreiðunnar dreift jafnt yfir allar skífurnar en í hinni er skífunum skipt eftir svæðum og heildarmassatapinu skipt á þær samkvæmt hlutföllunum í gögnum Mouginot [18]. Hér notum við spá um massatap fram til ársins 2100 fengna úr 6. matsskýrslu milliríkjanefndar Sameinuðu þjóðanna um loftslagsbreytingar [10]. Markmið þessara keyrslna er að skoða raunverulega spá um massatap ísbreiðunnar út líðandi öld og meta næmni sjávarstöðubreytinga við Ísland fyrir svæðaskiptingu massatapsins.

3.2.2 Gögn um massatap Grænlandsísbreiðu

Grein Jérémie Mouginot o.fl. árið 2019 [18] fjallar um svæðaskipt massatap Grænlandsísbreiðu á árunum 1972-2018 og mynda niðurstöður þeirrar greinar ákveðið hryggjarstykki í þessu verkefni. Í öllum þremur hlutum keyrslna þessa verkefnis notfærum við okkur svæðaskiptingu Grænlandsísbreiðu samkvæmt greininni. Í 2. hluta notum við þar að auki gögnin úr greininni um massatap svæðanna. Í 3. hluta notum við hlutföll massataps hvers svæðis af heildarmassatapi ísbreiðunnar á tímabilinu 1972-2018 og beitum þeim hlutföllum á framtíðarspá um massatap.

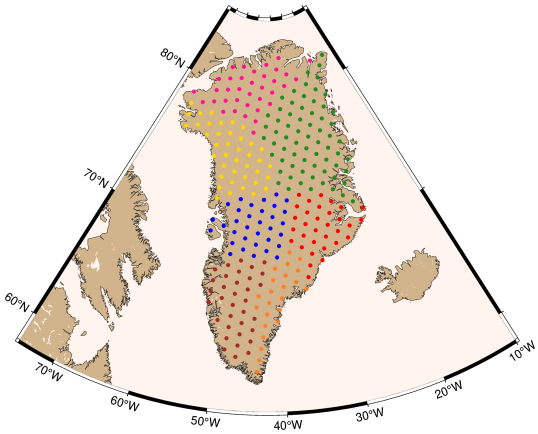
Tafla 3.3 sýnir yfirlit talna sem koma fram í grein [18]. Sem fyrr nefnt er Grænlandsísbreiðu skipt upp í 7 svæði: suðvestur (SV), miðvestur (MV), norðvestur (NV), norður (NO), norðaustur (NA), miðaustur (MA) og suðaustur (SA).

Svæði	A [km^2]	SLE$_{\text{heild}}$ [cm]	Δm [Gt]	Δm/m	m$_{\text{heild}}$ [Gt]
SV	216.207	74	-63 ±98	1,3 %	267.880
MV	236.648	134	-738 ± 75	14,8 %	485.080
NV	283.654	127	-1.578 ± 56	31,7 %	459.740
NO	263.534	93	-474±30	9,5 %	336.660
NA	425.250	180	-532 ± 52	10,7 %	651.600
MA	218.628	72	-508 ± 83	10,1 %	260.640
SA	165.349	55	-1.089 ± 91	21,9%	199.100
samtals:	1.809.270	735	-4.982 ± 485	100 %	2.660.700

Tafla 3.3: Gögn úr grein Mougionot o.fl. [18] fyrir 1972-2018, afleiddar stærðir eru í hægri hluta. Hlutfallið $\Delta m/m$ er reiknað með því að deila massatapi hvers svæðis (Δm) í massatapið sem er summa massataps allra svæðanna sjö (4.982 Gt). Þá er heildarmassi hvers svæðis m$_{\text{heild}}$ reiknaður út frá SLE$_{\text{heild}}$ fyrir hvert svæði með sambandinu 362 mm SLE = 1 Gt ís (sjá jöfnu 3.7).

.

SLE stendur fyrir Sea Level Equivalent og merkir ígildi sjávarstöðu, nánar tiltekið ígildi breytingar í hnattrænni meðalsjávarstöðu. Mynd 3.2 að neðan sýnir hvernig punktarnir í Tegmark-neti með upplausnarstuðul R=44 skiptast á svæðin fyrrnefndu.



Mynd 3.2: Tegmark-net fyrir upplausnarstuðul R=44 (sjá töflu 3.1) með litaskiptingu-punkta eftir svæðum Grænlandsísbreiðu skv. skiptingu úr grein Mouginot o.fl. frá 2019 [18].

Eftirfarandi tafla 3.4 sýnir tölur úr 6. matsskýrslu IPCC um loftslagsbreytingar [10] sem lýsa framlagi Grænlandsísbreiðu til hnattrænna meðalsjávarstöðubreytinga fram til ársins 2100. Þessar tölur notum við fyrir keyrslurnar í 3. hlutanum.

Ísbreiða	SSP1-2.4 SLE [m]	SSP2-4.5 SLE [m]	SSP4-8.5 SLE [m]
Grænlandsísbreiða	0.06 (0.01 til 0.10)	0.08 (0.04 til 0.13)	0.13 (0.09 til 0.18)

Tafla 3.4: Metin miðgildi framlags Grænlandsísbreiðu til hnattrænna meðalsjávarstöðubreytinga fram til ársins 2100 í metrum fyrir þrjár ólíkar sviðsmyndir. Tölurnar í svigunum afmarka 66% dreifisvið [10].

3.2.3 Val á stillingum

Stillingum SELEN var haldið föstum fyrir allar keyrslur að undanskildu vali um íslíkanskrár, það var eini breytilegi þátturinn á milli þeirra tilrauna sem voru gerðar. SELEN gerir ráð fyrir 12 tímaskref af massatapi fyrir það form af íslíkanskrá sem notast er við í þessu verkefni. Eftirfarandi tafla sýnir þær stillingar sem eru valdar fyrir keyrslur þessa verkefnis. Taflan sýnir að valið er að nota 3 ítranir við lausn sjávarstöðujöfnunnar, en Spada og Stocchi [31] sýndu með tölulegum prófunum að 3-5 ítranir dugi til þess að ná samleitri lausn. Gerð lausnar er valin fjaðrandi og þyngdarkraftalega sjálfsamkvæm (elastic gravitationally self-consistent) [31]. Þessi stilling er valin í staðinn fyrir t.d. seigfjöðrun vegna þess að þegar bráðnun á samtíma er skoðuð er tímaskalinn nógu smár til hægt sé að nálga viðbragð jarðarinnar við viðbragð fjaðrandi hlutar [25]. Lengd tímaskrefa hefur ekki áhrif á niðurstöður keyrslna með þessa stillingu um fjaðrandi nálgun, heldur klárast viðbragð yfirborðs hinnar föstu jarðar og yfirborðs sjávar yfir þann tíma sem massatapið á sér stað. Við veljum hæsta stig kúlufalla $l_{\max} = 128$ og upplausnarstuðul Tegmark-nets R = 44. Tölurnar fyrir þessi tvö síðustu atriði eru valdar með það í huga að þær eru efri mörkin fyrir miðlungsupplausnarkeyrslur ($R \leq 44$ og $l_{\max} \leq 128$) en slíkar keyrslur má með góðu móti gera á almennri fartölvu [26].

Lína	**Stillingaratriði**	**Íslenskað stillingaratriði**	**Valin stilling**
000	Iterations	Ítranir	’3’
000	Mode of solution	Gerð lausnar	’2’ (elastic GSC)
001	Maximum harmonic degree	Hæsta stig kúlufalla	’128’
015	Tegmark resolution	Upplausn lausnanets	’44’
005	Evolving coastlines (y/n)	Tímaháðar strandlínur	’n’
025	Type of ice file	Gerð íslíkanskráar	’pm’

Tafla 3.5: Stillingar í stillingaskránni config.dat sem eru valdar fyrir keyrslur gerðar í þessu verkefni. Fyrsti dálkur tilgreinir númeraða línu í stillingaskránni þar sem stilling fyrir viðeigandi atriði er valin. Annar dálkur sýnir stillingaratriði og þriðji dálkur íslenska þýðingu á því stillingaratriði. Fjórði dálkur sýnir þá stillingu sem var notuð fyrir viðeigandi stillingaratriði.

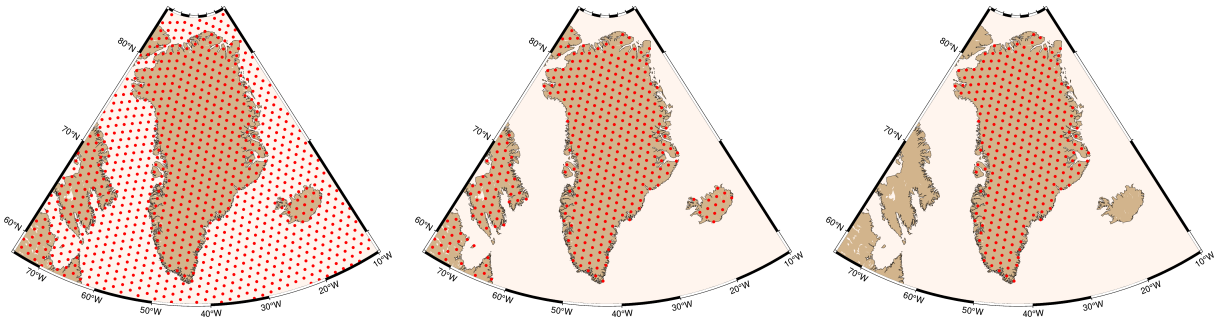
3.2.4 Uppbygging íslíkanskráa

Til að útbúa íslíkanskrár veljum við fyrst svæði þar sem ísmassatap skal eiga sér stað, veljum svo rúmmál íss sem tapast og dreifum því yfir flatarmál svæðisins. Í þessu verkefni veljum við hvaða skífur skuli tákna Grænlandsísbreiðu í líkaninu. Sem einföld nálgun eru valdar skífur þeirra punkta í Tegmark-netinu sem liggja innan strandlína Grænlands. Tegmark-net yfir alla jörðina má fá með því að gera prufukeyrslu í þeirri upplausn sem við höfum áhuga á. SELEN reiknar út hnit punktanna í netinu og tekur saman í skránni *px.dat* sem er að finna í geymslumöppu keyrslunnar.

Margar leiðir mætti fara að því að afmarka punkta úr Tegmark-netinu. Við vinnslu þessa verkefnis er þetta gert með því að henda fyrst út öllum punktum sem eru staðsettir á sjó. Hirtir eru punktar á landi með einföldu falli í PyGMT sem er Python-viðmótið fyrir kortagerðarforritunarmálið GMT (Generic Mapping Tools). Fallið er pygmt.select og er notað með eftirfarandi hætti:

```
df = pygmt.select(data = df, mask='s/k')
```

en fallið les inn gagnatöflu sem hefur lengdargráður í fyrsta dálki og breiddargráður í öðrum dálki. Þegar fallinu er beytt þarf því að passa að færa númer skífanna úr fremsta dálki skráarinnar. 's/k' stendur fyrir 'skipped/kept' eða 'sleppt/haldið' og tilgreinir hvaða punktum skal sleppt og hverjum haldið, í röðinni 'punktar í sjó/punktar á landi'. Úttakið úr fallinu með þessu móti er gagnaskrá sem hefur aðeins punkta á landi. Með því að víxla staðsetningu stafanna væri úttakið því gagnaskrá sem hefði aðeins punkta í sjó. Til að velja punktana á Grænlandi er gagnaskráin lesin inn í QGIS og punktarnir valdir með *select features* tólinu, t.d. með *polygon* eða *freehand*.



(a) (b) (c)

Mynd 3.3: Punktar á Grænlandi einangraðir úr Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44. Mynd (a) sýnir upprunalega Tegmark-netið teiknað á ramma yfir Grænlandi. Mynd (b) sýnir punktanetið eftir að punktum í sjónum hefur verið sleppt. Mynd (c) sýnir punktana í netinu eftir að aðeins þeir punktar sem liggja á Grænlandi hafa verið hirtir.

Næst er reiknuð hálf hornsveifluvíddin sem er hin sama fyrir allar keyrslur þessa verkefnis

og við fáum skv. jöfnu 3.3 með punktafjölda Tegmark-netsins skv. töflu 3.1:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2}{75.692}\right) \approx 0,4165. \tag{3.4}$$

Til að lýsa ísþykktinni í tímaskrefum fyrir hverja skífu er valið rúmmál íss sem við viljum skoða og ísþykktin fæst með því að dreifa rúmmálinu yfir flatarmál svæðisins sem um ræðir, þ.e.

$$\Delta Z = \frac{\Delta V}{A} \tag{3.5}$$

þar sem A er flatarmál svæðis í punktanetinu sem við fáum með því að nota nálgunarflatarmál skífu fyrir valda upplausn netsins sbr. jöfnu 3.2 og margfalda með fjölda punkta á svæðinu, semsagt:

$$A = N \cdot \pi \cdot r^2_{\text{skífa}}. \tag{3.6}$$

Upphafsþykkt hvers svæðis er fengið með ígildi sjávarstöðu - SLE - fyrir hvert svæði úr töflu 3.3. Notum samband ígildi sjávarstöðu og ísmassa [18]:

$$362 \text{ mm SLE} = 1 \text{ Gt ís} \tag{3.7}$$

og notum eðlismassa íss til að reikna rúmmál

$$\rho_{\text{ís}} = 900 \text{ kg/m}^3 = 0,900 \text{ Gt/km}^3. \tag{3.8}$$

Uppbygging íslíkanskráa fyrir svæðatilraun

Sjö keyrslur með SELEN eru framkvæmdar þannig að í sérhverri keyrslu er allt massatap látið eiga sér stað innan aðeins eins svæðis. Sama massatap er notað í öllum sjö keyrslunum. Massatapið er valið þannig að það sé jafnt heildarmassa Suðaustursvæðis sem er það svæði sem hefur minnstan massa eða Δ m = 199.100 Gt eins og sjá má í töflu 3.3. Með því móti er skoðuð mesta mögulega bráðnun án þess að massatapið sé á nokkru svæði orðin neikvæð tala. Íslíkanskrárnar eru útbúnar með því að búa til 7 punktaskrár þannig að ein skrá haldi utan um punkta hvers svæðis. Þetta má t.d. hæglega gera í QGIS. Punktaskrárnar eru lesnar sem gagnatöflur inn með Pandas í Python þannig að fyrstu dálkar sýni númer og staðsetningu. Dálki með gildi hálfrar hornsveifluvíddar er komið fyrir á sinn stað. Næst er reiknað nálgunarflatarmál hvers svæðis með jöfnu 3.6 og upphafsþykkt hvers svæðis fengin með sambandinu 3.7 og eðlismassa íss $0,900$ Gt/km^3. Rúmmálsbreytingin í km^3 er reiknuð út frá massabreytingunni 199.100 Gt og henni dreift jafnt yfir samanlagt flatarmál skífa hvers svæðis og ekkert látið tapast á hinum svæðunum. Þykktarbreytingu hverrar skífu er skipt jafnt niður á 12 tímaskref og að lokum er gagnatöflum fyrir öll svæðin safnað saman í eina.

Uppbygging íslíkanskráar fyrir metin áhrif massataps Grænlandsísbreiðu 1972-2018

Íslíkanskráin fyrir þessa keyrslu er útbúin með sama hætti og íslíkanskrárnar fyrir sérhvert svæði í svæðatilrauninni, að undanskildu valinu á rúmmálstapi. Massatap fyrir hvert svæði

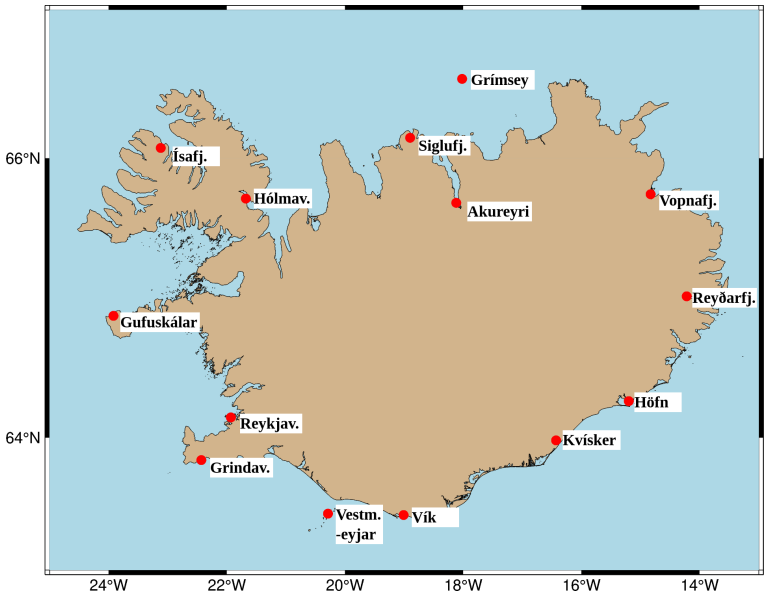
er einfaldlega valið skv. Δm-dálkinum í töflu 3.3 og rúmmálstapið reiknað með eðlismassa $0,900$ Gt/km^3. Rúmmálstapi hvers svæðis [18] dreift jafnt yfir flatarmál hvers svæðis til að fá heildarþykktarbreytingu sem er svo skipt jafnt á 12 tímaskref.

Uppbygging íslíkanskráa fyrir samanburð á áhrifum jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps

Hér eru búnar til tvær keyrslur og því tvær íslíkanskrár. Notuð er spá um massatap Grænlandsísbreiðu [10] fram til ársins 2100 samkvæmt töflu 3.4 sem gefið er í ígildi sjávarstöðu, SLE, og rúmmálstap er reiknað af því með sambandinu 3.7 og eðlismassa $0,900$ Gt/km^3. Fyrir aðra íslíkanskrána er rúmmálstapinu jafndreift yfir samanlagt flatarmál allra skífanna á Grænlandsísbreiðu. Fyrir hina íslíkanskrána notum við hlutföllin í hægri hlið töflu 3.3, margföldum heildarrúmmálstapið með þeim hlutföllum til að ákvarða rúmmálstap hvers svæðis. Í báðum íslíkanskránum er heildarþykktartapi hverrar skífu skipt jafnt á 12 tímaskref.

3.2.5 Gagnapunktar við strendur Íslands

Eftirfarandi mynd sýnir punkta, 14 talsins, sem eru staðsettir við strendur Íslands með tiltölulega jöfnu millibili umhverfis landið, en súluritin sem á eftir koma byggja á reiknaðri sjávarstöðubreytingu í þessum tilteknu punktum. Niðurstöður verða bæði skoðaðar í slíkum súluritum og á formi jafnhæðarlínumynda á ramma umhverfis Ísland.



Mynd 3.4: Valdir punktar umhverfis Ísland sem súlurit á myndum 4.8, 4.10, 4.12 í niðurstöðukafla byggja á.

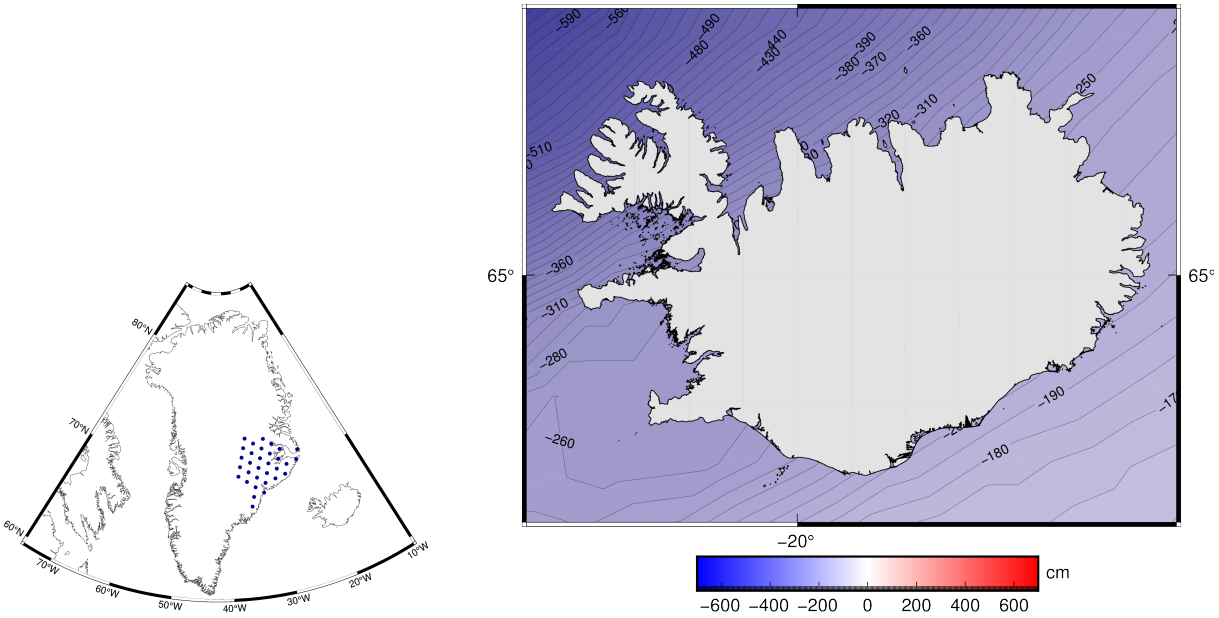
4 Niðurstöður

4.1 Svæðatilraun

Eftirfarandi eru niðurstöður svæðatilraunarinnar. Svæðatilraunin gengur út á að skoða afar ýkt tilvik massataps, bæði hvað varðar magn þess og staðsetningu. Tölurnar um sjávarstöðubreytingar sem niðurstöðurnar sýna eru því óraunhæfar og aðeins hugsaðar til samanburðar svæðanna á milli, ekki til að gefa mynd af líklegum sjávarstöðubreytingum. Myndir 4.1 - 4.7 sýna jafnhæðarlínur reiknaðra sjávarstöðubreytinga á ramma umhverfis Ísland auk staðsetninga miðpunkta þeirra skífa sem massatapið verður í hverri svæðatilraun.

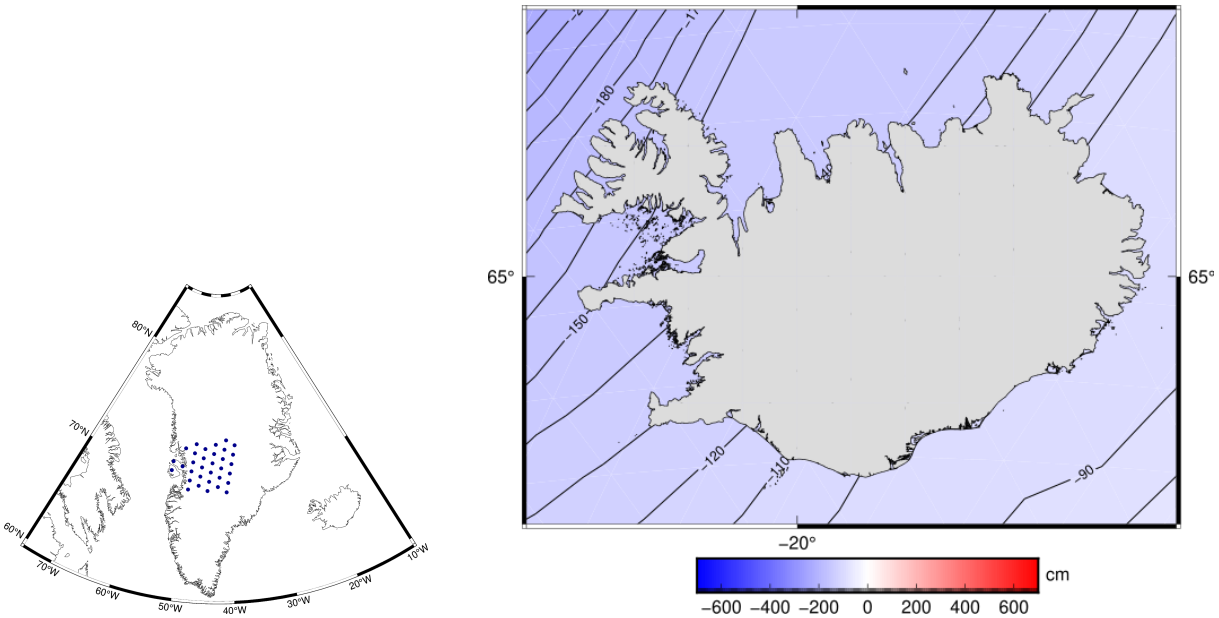
Fyrir þær tilraunir sem hafa allt massatap á miðaustur- miðvestur og norðvestursvæðum liggja jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga yfir Ísland þannig að mesta lækkun er norðvestan við land og minnst suðaustan til. Fyrir massatapið á miðaustursvæði liggur lækkun sjávarstöðu yfir Ísland á bilinu um [-510 cm; -190 cm], fyrir miðvestursvæði er lækkunin á bilinu um [-180 cm; -90 cm] og fyrir norðvestursvæði er lækkunin á bilinu um [-90; 50]. Fyrir massatap á norðaustur- og norðursvæði liggja jafnhæðarlínurnar þannig að mesta dýpt er norðan við land og grynnkar er sunnar er farið, lækkunin er á bilinu um [-160 cm; -90 cm] fyrir massatap á norðaustursvæði en á bilinu um [-55 cm; -35 cm] fyrir massatap á norðursvæði. Fyrir massatap á suðaustur- og suðvestursvæðum liggja jafnhæðarlínurnar yfir Ísland þannig að lækkuns sé dýpst vestan við land og grynnist til austurs. Fyrir suðaustursvæði liggur Ísland innan jafnhæðarlínabils um [-280 cm; -120 cm] og fyrir suðvestursvæði um [-160 cm; -80 cm].

Súluritið á mynd 4.8 sýnir upplýsingarnar úr sömu keyrslum og jafnhæðarlínurnar byggja á. Þ.e. súluritið sýnir reiknaða sjávarstöðubreytingu vegna massataps á hverju svæði fyrir sig á fjórum punktum umhverfis Ísland: við Reykjavík, Ísafjörð, Akureyri og Höfn í Hornafirði. Mynd 3.4 sýnir staðsetningu m.a. þessara fjögurra punkta á Íslandskorti, en þessir tilteknu punktar voru valdir svo súluritið væri ekki of þétt af upplýsingum en sýndi niðurstöður sem dreifðastar um landið. Súluritið sýnir skv. niðurstöðum SELEN að af þessum punktum er lækkun alltaf minnst í sjónum við Höfn og alltaf mest í sjónum við Ísafjörð, en mikill munur er á stærðargráðu lækkunarinnar fyrir massatap á hinum ólíku svæðum. Fyrir massatapið á miðaustursvæði er áberandi mestur landfræðilegur breytileiki sjávarstöðulækkunarinnar milli staðanna á Íslandi. Í því tilfelli er sjávarstöðulækkunin við Ísafjörð meira en tvöföld sjávarstöðulækkunin við Höfn.



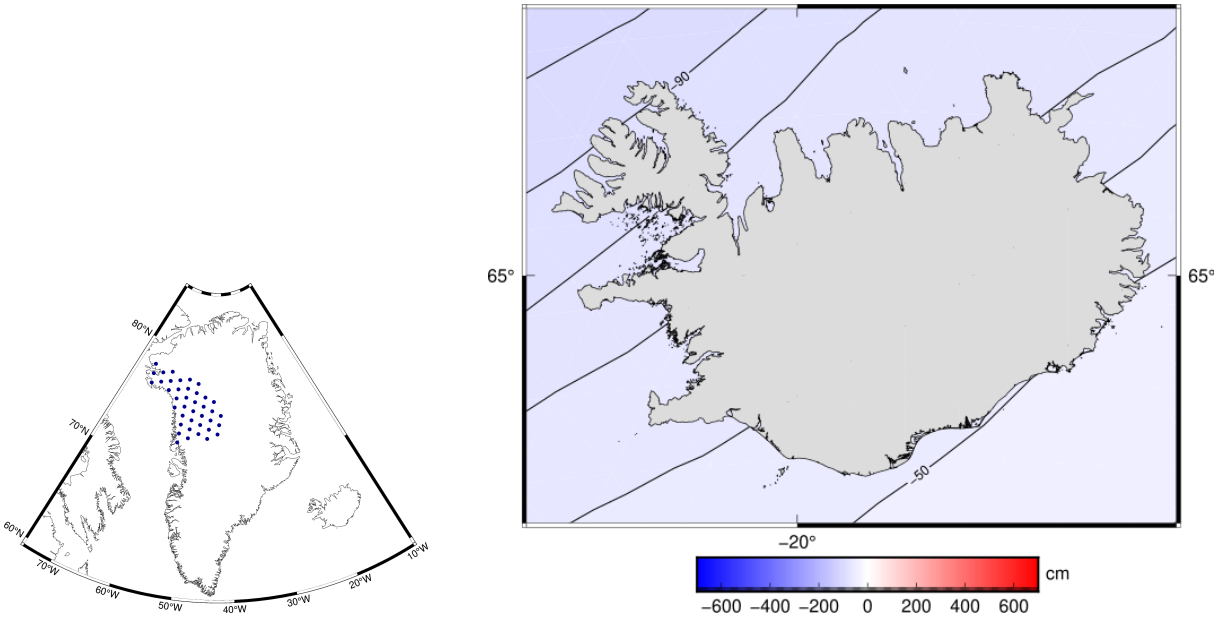
(a) (b)

Mynd 4.1: Svæðatilraun fyrir miðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra miðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á miðaustursvæði Grænlandsísbreiðu.



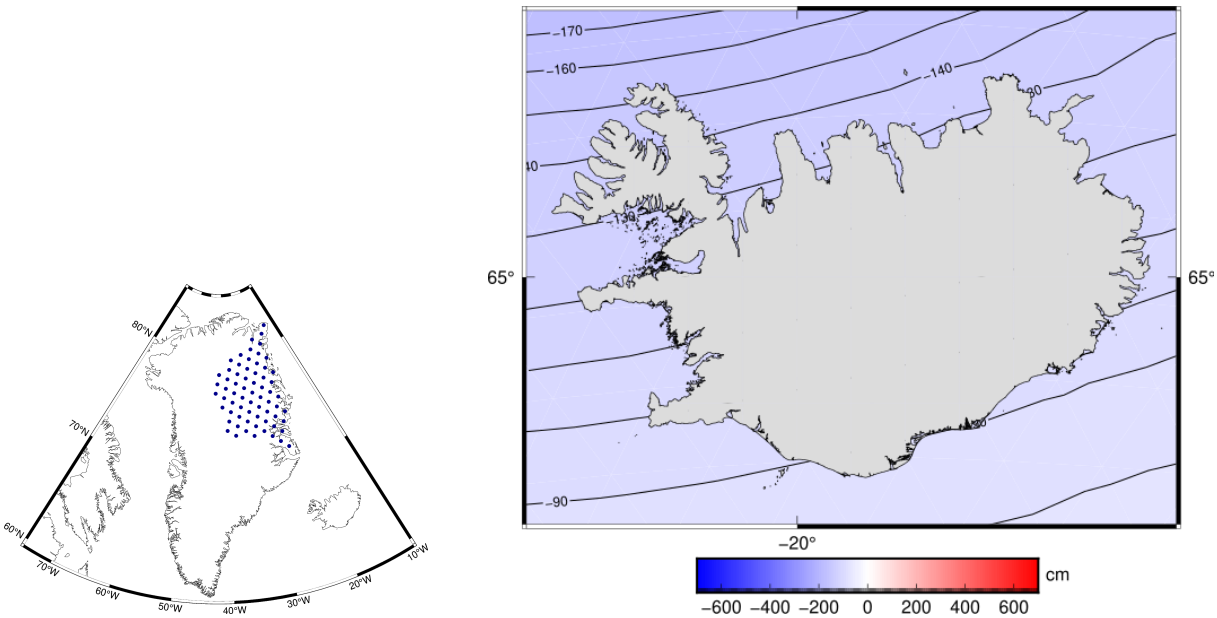
(a) (b)

Mynd 4.2: Svæðatilraun fyrir miðvestursvæði. Mynd(a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra miðvestursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á miðvestursvæði Grænlandsísbreiðu.



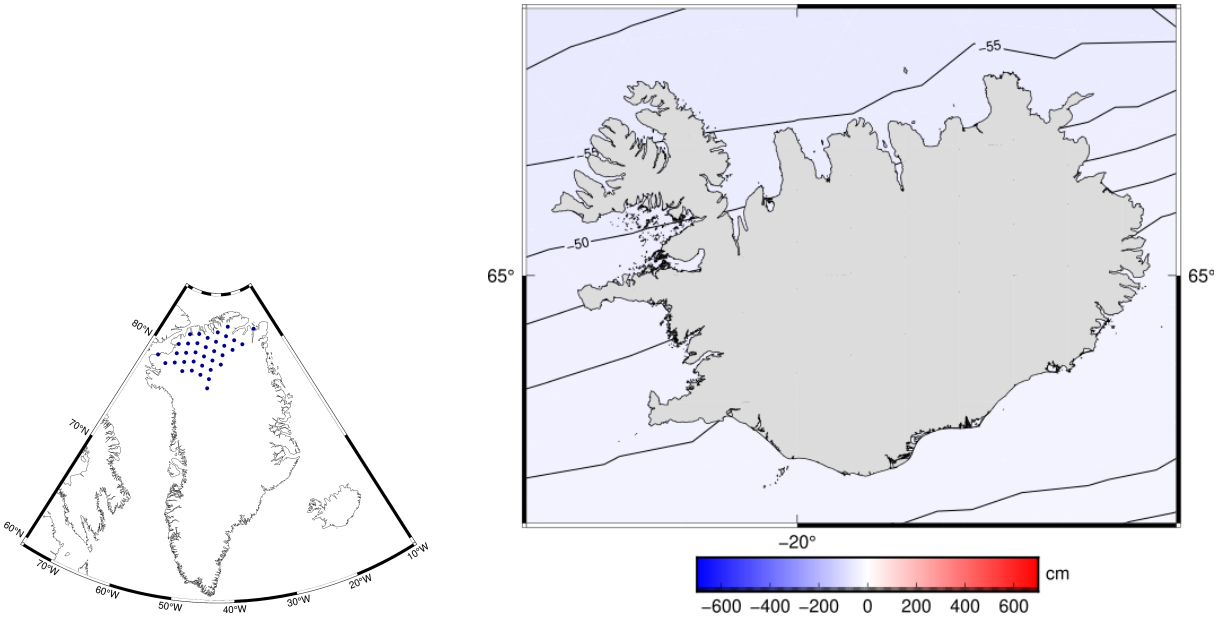
(a) (b)

Mynd 4.3: Svæðatilraun fyrir norðvestursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðvestursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á norðvestursvæði Grænlandsísbreiðu.



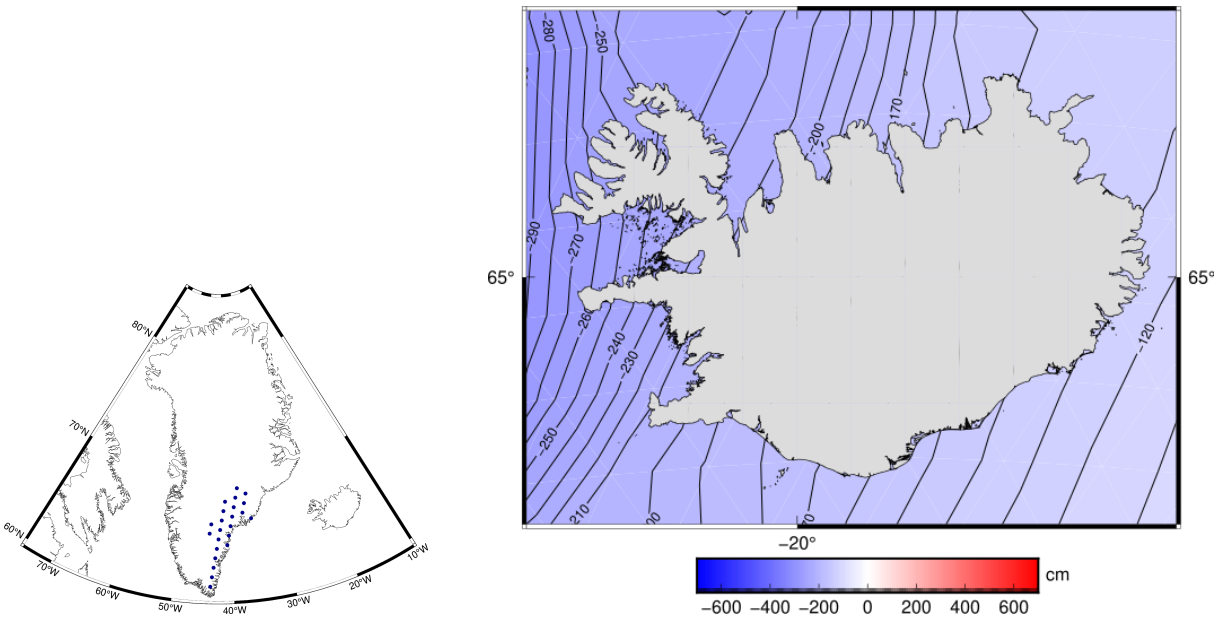
(a) (b)

Mynd 4.4: Svæðatilraun fyrir norðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmarknetinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á norðaustursvæði Grænlandsísbreiðu.



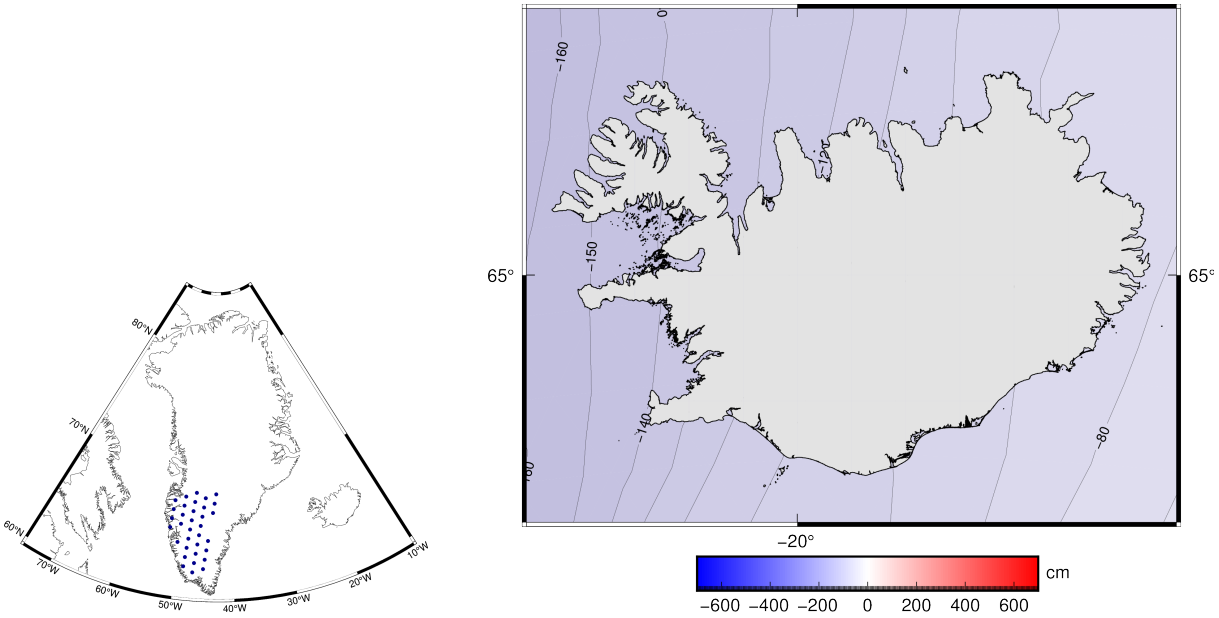
(a) (b)

Mynd 4.5: Svæðatilraun fyrir norðursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra norðursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga umhverfis Ísland í sentímetrum fyrir allt massatap á norðursvæði Grænlandsísbreiðu.



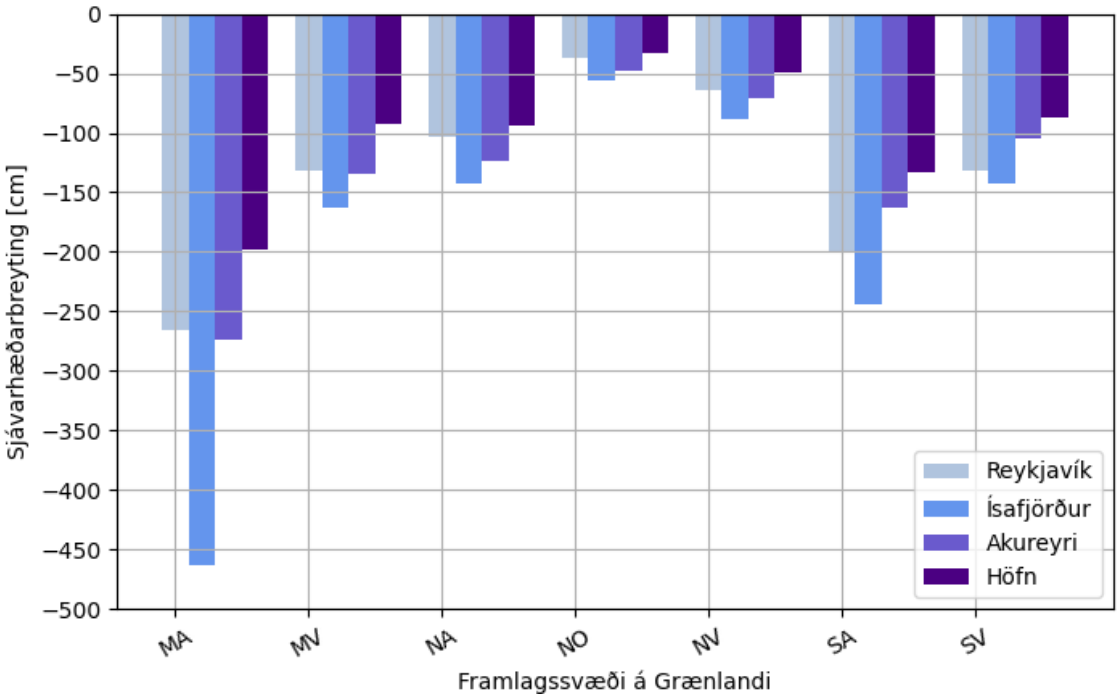
(a) (b)

Mynd 4.6: Svæðatilraun fyrir suðaustursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra suðaustursvæði. Mynd (b) sýnir niðurstöður um jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á suðaustursvæði Grænlandsísbreiðu.



(a) (b)

Mynd 4.7: Svæðatilraun fyrir suðvestursvæði. Mynd (a) sýnir þá punkta í Tegmark-netinu með upplausnarstuðul R=44 sem tilheyra suðvestursvæði. Mynd (b) sýnir jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland fyrir allt massatap á suðvestursvæði Grænlandsísbreiðu.



Mynd 4.8: Súlurit sem sýnir niðurstöður um sjávarstöðubreytingar vegna massataps á ólíkum svæðum Grænlandsísbreiðu: miðaustur-, miðvestur-, norðaustur-, norður-, norðvestur-, suðaustur- og suðvesturs svæði. Sjá jafnhæðarlínuframsetningar og svæðaskiptingu punkta á myndum 4.1 - 4.7. Fyrir massatapið á sérhverju svæði eru sýndar sjávarstöðubreytingar fyrir Reykjavík, Ísafjörð, Akureyri og Höfn í Hornafirði. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir.

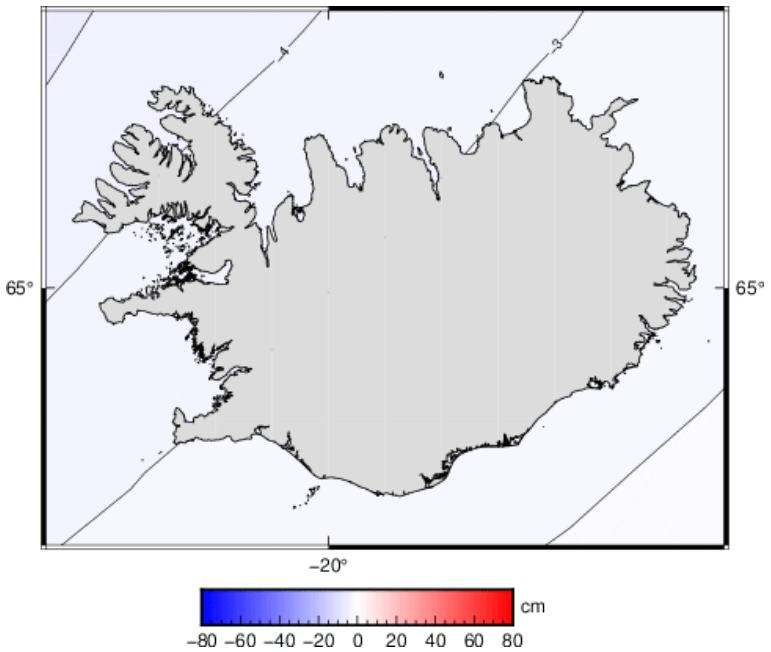
4.2 Metin áhrif massataps Grænlandsísbreiðu 1972-2018

Eftirfarandi eru niðurstöður fyrir þá keyrslu sem er gerð með því að nota gögn um mælt massatap Grænlandsísbreiðu á árunum 1972-2018 [18]. Þessi keyrsla er því hugsuð til að sýna raunhæfa mynd af áhrifum massataps Grænlandsísbreiðu á Sjávarstöðu umhverfis Ísland á þessum tíma.

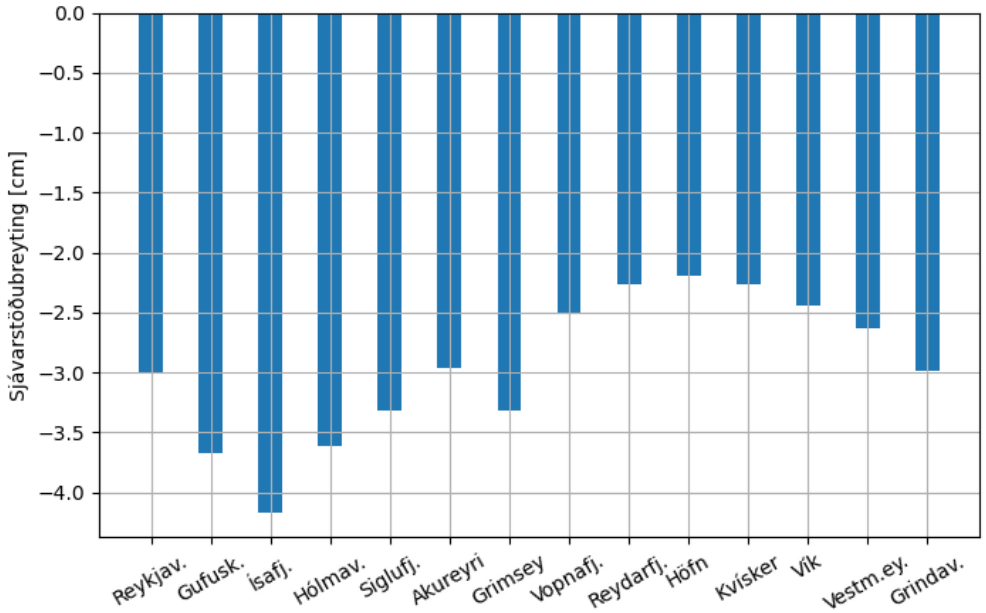
Mynd 4.9 að neðan sýnir að jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga yfir Ísland vegna massataps Grænlandsísbreiðu liggja á bilinu um [-4 cm; -2 cm].

Mynd 4.10 sýnir upplýsingar úr sömu keyrslunni en settar upp í súluriti fyrir sjávarstöðubreytingu í punktum umhverfis Ísland sbr. mynd 3.4. Súluritið sýnir að sjávarstöðulækkun vegna massataps Grænlandsísbreiðu hafi samkvæmt útreikningum SELEN verið mest

í Ísafirði og minnst í sjónum við Höfn, Kvísker og Reyðarfjörð.



Mynd 4.9: Jafnhæðarlínur reiknaðra sjávarstöðubreytinga í sentímetrum umhverfis Ísland að gefnum gögnum um massatap Grænlandsísbreiðu 1972-2018 [18].

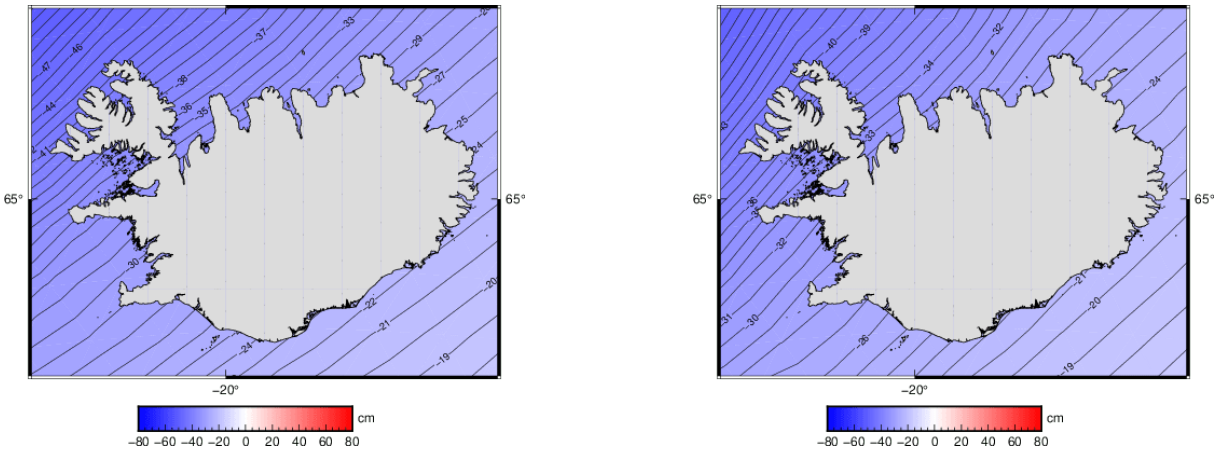


Mynd 4.10: Súlurit sem sýnir niðurstöður um sjávarstöðubreytingar í völdum punktum umhverfis Ísland, reiknaðar með gögnum um massatap Grænlandsísbreiðu 1972-2018 [18]. Sjá jafnhæðarlínuframsetningu sömu niðurstaðna í mynd 4.9 að ofan. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir.

4.3 Samanburður á áhrifum jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps

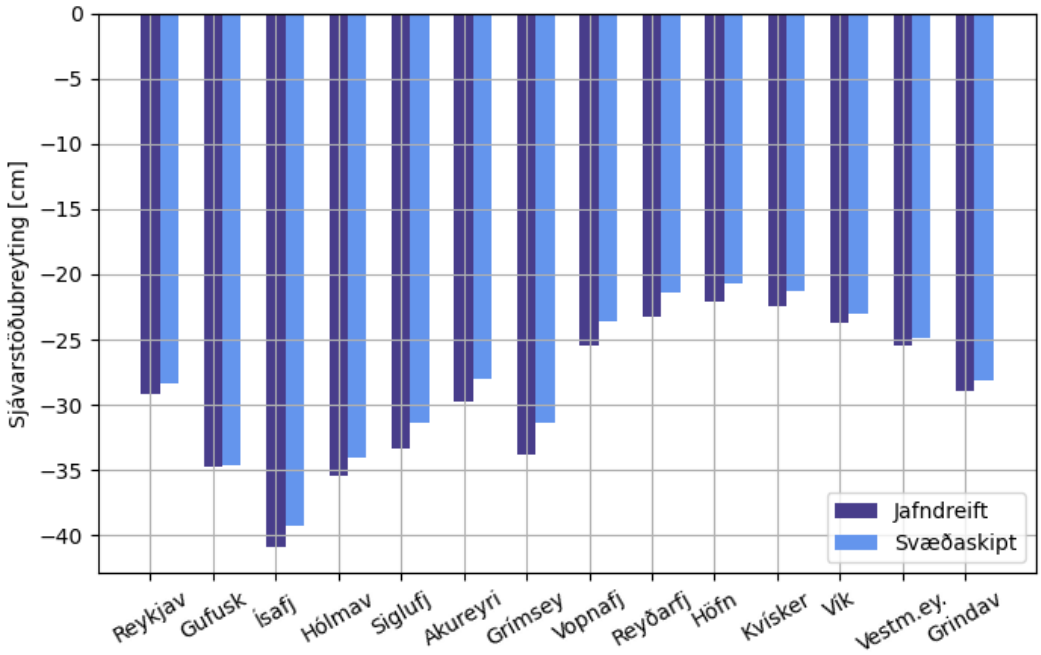
Myndir 4.11a og 4.11b að neðan sýna jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga fyrir tvær ólíkar keyrslur þar sem sama heildarmassatap er notað en því er dreift með ólíkum hætti yfir Tegmark-skífurnar sem tákna Grænlandsísbreiðu. Massatapið er samkvæmt framtíðarspá úr 6. matsskýrslu IPCC [10] og er í þessari keyrslu notast við massatapsspána fyrir sviðsmynd loftslagasbreytinga sem heitir SSP5-8.5. Tafla 3.4 sýnir spár IPCC um massatap Grænlandsísbreiðu undir þremur sviðsmyndum. Annars vegar er massatapinu dreift jafnt og hinsvegar með svæðaskiptingu þannig að hlutfalli massataps hvers svæðis af heildarmassatapinu er haldið því sama og skv. gögnum Mouginot o.fl. [18]. Tafla 3.3 sýnir hlutföllin sem notuð eru við að ávarða massatap hvers svæðis. Jafnhæðarlínumyndirnar 4.11a og 4.11b sýna að fyrir jafndreifða massatapið liggur Ísland innan jafnhæðarlína sjávarstöðubreytinga á bilinu um [-43 cm; -22 cm] en fyrir svæðaskipta massatapið á bilinu um [-41 cm; 20 cm].

Á mynd 4.12 má sjá þessar sömu niðurstöður saman á formi súlurits. Við sjáum að lækkunin er alltaf dýpri fyrir jafndreifða massatapið heldur en það svæðaskipta. Mismunurinn hefur þó markverðan breytileika eftir staðsetningu við strendur Íslands og er mestur norður í Grímsey en minnstur vestur í Gufuskálum.



(a) jafndreift (b) svæðaskipt

Mynd 4.11: Jafnhæðarlínur sjávarstöðubreytinga í sentímetrum fyrir annars vegar jafna dreifingu og hins vegar svæðaskipta dreifingu massataps Grænlandsísbreiðu fram til ársins 2100, reiknað með massatapi samkvæmt spá fyrir sviðsmynd SSP5-8.5 [10].

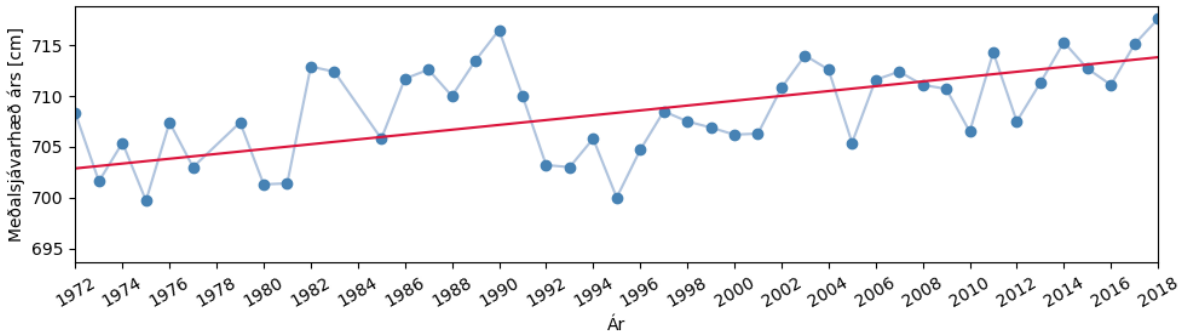


Mynd 4.12: Súlurit til samanburðar niðurstaðna um áhrif jafnrar og svæðaskiptrar dreifingar massataps á sjávarstöðu í völdum punktum umhverfis Ísland, reiknað með massatapi Grænlandsísbreiðu fram til ársins 2100 samkvæmt spá fyrir sviðsmynd SSP5-8.5 [10]. Dökkbláar súlur sýna áhrif jafndreifðs massataps og ljósbláar súlur sýna áhrif svæðaskiptrar dreifingar massataps. Sjá jafnhæðarlínuframsetningu þessara niðurstaðna á myndum 4.11a og 4.11b að ofan. Mynd 3.4 sýnir á Íslandskorti staðsetningar punktanna sem súlurnar standa fyrir.

5 Umræða og ályktun

Svæðatilraunin (sjá niðurstöður í kafla 4.1) sýnir með ýktum tilvikum að sjávarstöðubreyting umhverfis Ísland er mjög breytileg hvað varðar dýpt og dreifingu eftir því á hvaða svæði Grænlandsísbreiðu sama massatapið er látið eiga sér stað. Bráðnun á miðaustursvæði hefur mest áhrif á sjávarstöðubreytingu við strendur Íslands og bráðnun á norðursvæði hefur minnst áhrif. Af þeim fjórum punktum sem skoðaðir eru í súluritinu á mynd 4.8, þá er lækkunin ávallt mest í Ísafirði og ávallt minnst í hafinu við Höfn. Hlutföllin milli þessara punkta eru þó langt frá því að haldast jöfn á milli keyrslna. T.d. er sjávarstöðubreyting grynnri í Reykjavík heldur en við Akureyri fyrir massatap á öllum svæðum nema suðaustur og suðvestur, en fyrir massatap á þeim svæðum er þessu öfugt farið. Mesti landfræðilegi breytileikinn í sjávarstöðubreytingu milli punkta á Íslandi er fyrir massatapið á miðaustursvæði, en þá er sjávarstöðulækkunin í Ísafirði meira en tvöföld sú lækkun sem er við Höfn í Hornafirði.

Keyrslan sem notar gögn um massatap Grænlandsísbreiðu á árabilinu 1972 - 2018 [18] (sjá niðurstöður í kafla 4.2) gefur til kynna að yfir tímabilið hafi sjávarstaða við strendur Íslands lækkað um sem nemur 2 - 4 cm, eftir stöðum á landinu. Mest lækkar sjávarstaða samkvæmt reikningunum í Ísafirði og minnst á við Höfn í Hornafirði. Niðurstöður SELEN sýna t.d. að í Reykjavík hafi lækkunin vegna massataps Grænlandsísbreiðu verið 3 cm. Lítum á raungögn um sjávarstöðubreytingar í Reykjavík fyrir þetta sama tímabil sem má sækja á heimasíðu PSMSL (Permanent Service for Mean Sea Level) (`https://psmsl.org/data/obtaining/stations/638.php`):



Mynd 5.1: Tímaröð mældrar meðalsjávarstöðu í Reykjavík fyrir árin 1972-2018.

Skv. jöfnu bestu línu gegnum gögnin sem ná aftur til 1957, þá hefur árleg meðalsjávarstaða í Reykjavík hækkað um $\sim$ 11 cm á bilinu 1972-2018. Vert er að nefna samhliða

þessum gögnum að niðurstöður úr 6. matsskýrslu IPCC [10] sýna að hnattræn meðalsjávarstöðubreyting á árabilinu 1971-2018 hafi verið 10.96 cm [7.28 cm til 14.64 cm] þar sem tölurnar í hornklofanum tákna mjög líklegt bil [10]. Niðurstöður SELEN gefa því til kynna að summa annara framlaga heldur en Grænlandsísbreiðu til sjávarstöðubreytinga í hafinu við Reykjavík hafi verið 14 cm. Aðeins í Reykjavík er til nógu löng tímaröð sjávarstöðumælinga til að gera athugun með þessu móti.

Lítum á niðurstöður fyrir tvenns konar dreifingu massataps út þessa öld, annars vegar jafndreift og hins vegar svæðaskipt (sjá kafla 4.3). Súluritið á mynd 4.12 sýnir að svæðaskipta massatapið hefur minni áhrif við strendur Íslands heldur en hið jafndreifða. Mismunurinn er þó hverfandi vestur í Gufuskálum og hann er mestur norður í Grímsey. Þessi mesti mismunur er um 2.5 cm sem er um 8 % af lækkuninni í Grímsey vegna jafndreifða massatapsins.

SELEN er spennandi tæki. Mikið frelsi býðst með því að notendur búi til sínar eigin íslíkanskrár og geti stillt keyrslurnar til eins og hentar líkt og gert var í þessu verkefni. Atriði sem gætu verið mikilvæg en voru ekki útfærð í þessu verkefni má helst nefna að nota seigfjaðrandi jarðlagalíkan í stað hins fjaðarandi auk þess að nota tímaháðar strandlínur. Hér var sem fyrr nefnt ákveðið að nálga jörðina við fjaðrandi skrokk vegna þess smáa tímaskala sem er til skoðunar en áhugavert væri að skoða einnig seigfjaðrandi jörð og bera saman þær niðurstöður við þessar. Til að nota tímaháðar strandlínur þarf að brúa landhæðarlíkan yfir á Tegmark-netið sem notað er og ljóst er að slíkt gæfi raunverulegri niðurstöður. Aðrir áhugaverðir hlutir til að skoða er að reikna á hærri upplausnum og að búa einnig til keyrslur fyrir önnur svæði sem bera ís og má ætla að hafi marktæk áhrif á sjávarstöðu hér, svo sem íslenska jökla og Suðurskautslandsísbreiðu. Þess má geta að tilraun með SELEN hefur verið gerð um framlög Grænlandsísbreiðu, Suðurskautslandsísbreiðu og íslenskra jökla til sjávarstöðubreytinga við strendur Íslands fram til ársins 2100 undir þremur ólíkum sviðsmyndum. Niðurstöðurnar voru að framlag Suðurskautslands sé hækkun á bilinu 14-16 cm, framlag Grænlandsísbreiðu lækkun á bilinu 10 - 40 cm og framlag íslenskra jökla lækkun á bilinu 4 - 44 cm.

Til samantektar ofangreindra niðurstaðna má segja að massatap Grænlandsísbreiðu valdi lækkun sjávarstöðu hér við land. Mest eru áhrif massataps sem verður á miðaustursvæði ísbreiðunnar og minnst þess sem verður á norðursvæði. Landfræðilegur breytileiki lækkunarinnar umhverfis Ísland er töluverður, en fyrir þá punkta sem hér voru skoðaðir má sjá að lækkunin er mest í Ísafirði og minnst í Hornafirði. Niðurstöður sýna að á árunum 1972 - 2018 hafi massatap ísbreiðunnar valdið um 2 cm - 4 cm lækkun við strendur Íslands. Fyrir Reykjavík er til löng tímaröð sjávarstöðumælinga og samanburður niðurstaðna SELEN við þær sýna að framlag Grænlandsísbreiðu hafi verið 3 cm lækkun til móts við um 14 cm hækkun sem er summa annara framlaga. Ef hlutföll massataps milli svæða á Grænlandsísbreiðu haldast jöfn út öldina, þá verður lækkunin við strendur Íslands um 0 cm - 2.5 cm minni heldur en ef massatapið dreifðist jafnt yfir ísbreiðuna. Með SELEN er spennandi að skoða fleiri framlagssvæði ísmassataps. Þar að auki mætti nýta möguleika forritsins mun betur en gert hefur verið í þessu verkefni t.d. með því að útfæra seigfjaðrandi viðbragð hinnar föstu jarðar og tímaháðar strandlínur.

Heimildaskrá

[1] S. Adhikari og E.R. Ivins. „Climate-driven polar motion: 2003-2015“. Í: *Science Advances* 2.4 (2016). DOI: 10.1126/sciadv.1501693. URL: https://www.science.org/doi/abs/10.1126/sciadv.1501693.

[2] G.B. Arfken og H.J. Weber. *Mathematical methods for physicists; 6th ed.* Burlington, Massachusetts: Elsevier Academic Press, 2005.

[3] A. Auriac, K. H. Spaans, F. Sigmundsson, A. Hooper, P. Schmidt og B. Lund. „Iceland rising: Solid Earth response to ice retreat inferred from satellite radar interferometry and visocelastic modeling“. Í: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 118.4 (2013), bls. 1331–1344. DOI: https://doi.org/10.1002/jgrb.50082. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/jgrb.50082.

[4] V.R. Barletta, M. Bevis, B.E. Smith, T. Wilson, A. Brown, A. Bordoni, M. Willis, S.A. Khan, M. Rovira-Navarro, I. Dalziel, R. Smalley, E. Kendrick, S. Konfal, D.J. Caccamise, R.C. Aster, A. Nyblade og D.A. Wiens. „Observed rapid bedrock uplift in Amundsen Sea Embayment promotes ice-sheet stability“. Í: *Science* 360.6395 (2018), bls. 1335–1339. DOI: 10.1126/science.aao1447. URL: https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.aao1447.

[5] H. Björnsson, F. Pálsson, S. Gudmundsson, E. Magnússon, G. Adalgeirsdottir, T. Jóhannesson, E. Berthier, O. Sigurðsson og T. Thorsteinsson. „Contribution of Icelandic ice caps to sea level rise: Trends and variability since the Little Ice Age“. Í: *Geophysical Research Letters* 40 (2013), bls. 1546–1550. DOI: 10.1002/grl.50278.

[6] P.U. Clark og A.C. Mix. „Ice sheets and sea level of the Last Glacial Maximum“. Í: *Quaternary Science Reviews* 21.1 (2002), bls. 1–7. DOI: https://doi.org/10.1016/S0277-3791(01)00118-4. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0277379101001184.

[7] D. Crossley, J. Hinderer og U. Riccardi. „The measurement of surface gravity“. Í: *Reports on Progress in Physics* 76.4 (2013). DOI: 10.1088/0034-4885/76/4/046101. URL: https://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/76/4/046101.

[8] W.E. Farrel og J.A. Clark. „On Postglacial Sea Level“. Í: *Geophysical Journal International* 46.3 (1976).

[9] W. E. Farrell. „Deformation of the Earth by surface loads“. Í: *Reviews of Geophysics* 10.3 (1972), bls. 761–797. DOI: https://doi.org/10.1029/RG010i003p00761. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/RG010i003p00761.

[10] B. Fox-Kemper, H.T. Hewitt, C. Xiao, G. Aðalgeirsdóttir, S.S. Drijfhout, T.L. Edwards, N.R. Golledge, M. Hemer, R.E. Kopp, G. Krinner, A. Mix, D. Notz, S. Nowicki, I.S. Nurhati, L. Ruiz, J.-B. Sallée, A.B.A Slangen og Y. Yu. „Ocean, Cryosphere and Sea Level Change“. Í: *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Gefið út af Masson-Delmotte V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu og B. Zhou. Cambridge, UK og New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2021. K. 9. DOI: 10.1017/9781009157896.011. URL: https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC_AR6_WGI_Chapter09.pdf.

[11] S.K. Gulev, P.W. Thorne, J. Ahn, F.J. Dentener, C.M. Domingues, S. Gerland, D. Gong, D.S. Kaufman, H.C. Nnamchi, J. Quaas, J.A. Rivera, S. Sathyendranath, S.L. Smith, B. Trewin, K. von Schuckmann og R.S. Vose. „Changing State of the Climate System“. Í: *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Gefið út af Masson-Delmotte V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu og B. Zhou. Cambridge, UK og New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2021. K. 2. DOI: 10.1017/9781009157896.004. URL: https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC_AR6_WGI_Chapter02.pdf.

[12] T.F. Jamieson. „On the History of the Last Geological Changes in Scotland“. Í: *Quarterly Journal of the Geological Society of London* 21.1-2 (1865), bls. 161–204. DOI: 10.1144/GSL.JGS.1865.021.01-02.24. URL: https://www.lyellcollection.org/doi/abs/10.1144/GSL.JGS.1865.021.01-02.24.

[13] Z. Kang, S. Bettadpur, P. Nagel, H. Save, S. Poole og N. Pie. „GRACE-FO precise orbit determination and gravity recovery“. Í: *Journal of Geodesy* 94.9 (2020), bls. 1432–1394. DOI: 10.1007/s00190-020-01414-3.

[14] S.A. Khan, I. Sasgen, M. Bevis, T. van Dam, J.L. Bamber, J. Wahr, M. Willis, K.H. Kjær, B. Wouters, V. Helm, B. Csatho, K. Fleming, A.A. Bjørk, A. Aschwanden, P. Knudsen og P.K. Munneke. „Geodetic measurements reveal similarities between post–Last Glacial Maximum and present-day mass loss from the Greenland ice sheet“. Í: *Science Advances* 2.9 (2016). DOI: 10.1126/sciadv.1600931. URL: https://www.science.org/doi/abs/10.1126/sciadv.1600931.

[15] J. Kuchar og G.A. Milne. „The influence of viscosity structure in the lithosphere on predictions from models of glacial isostatic adjustment“. Í: *Journal of Geodynamics* 86 (2015), bls. 1–9. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jog.2015.01.002. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264370715000125.

[16] H. Lange, G. Casassa, E. R. Ivins, L. Schröder, M. Fritsche, A. Richter, A. Groh og R. Dietrich. „Observed crustal uplift near the Southern Patagonian Icefield constrains improved viscoelastic Earth models“. Í: *Geophysical Research Letters* 41.3 (2014), bls. 805–812. DOI: https://doi.org/10.1002/2013GL058419. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2013GL058419.

[17] G.A. Milne og J.X. Mitrovica. „Postglacial sea-level change on a rotating Earth“. Í: *Geophysical Journal International* 133.1 (1998), bls. 1–19. DOI: 10.1046/j.1365-246X.1998.1331455.x. URL: https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1998.1331455.x.

[18] J. Mouginot, E. Rignot, A.A. Bjørk, M. van den Broeke, R. Millan, M. Morlighem, B. Noël, B. Scheuchl og M. Wood. „Forty-six years of Greenland Ice Sheet mass balance from 1972 to 2018“. Í: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 116.19 (2019), bls. 9239–9244. DOI: 10.1073/pnas.1904242116. URL: https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.1904242116.

[19] S. M. Nakiboglu og Kurt Lambeck. „Deglaciation effects on the rotation of the Earth“. Í: *Geophysical Journal International* 62.1 (1980), bls. 49–58. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1980.tb04843.x. URL: https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1980.tb04843.x.

[20] I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.* London, 1686.

[21] G.A. Nield, P.L. Whitehouse, W. van der Wal, B. Blank, J.P. O'Donnell og G.W. Stuart. „The impact of lateral variations in lithospheric thickness on glacial isostatic adjustment in West Antarctica“. Í: *Geophysical Journal International* 214.2 (2018), bls. 811–824. URL: https://doi.org/10.1093/gji/ggy158.

[22] W.R. Peltier. „The Impulse Response of a Maxwell Earth“. Í: *Reviews of Geophysics and Space Physics* 12.4 (1974), bls. 649–669.

[23] C.A. Rychert, N. Harmon, S. Constable og S. Wang. „The Nature of the Lithosphere-Asthenosphere Boundary“. Í: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 125.10 (2020). DOI: https://doi.org/10.1029/2018JB016463. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2018JB016463.

[24] T. Sato, C.F. Larsen, S. Miura, Y. Ohta, H. Fujimoto, W. Sun, R.J. Motyka og J.T. Freymueller. „Reevaluation of the viscoelastic and elastic responses to the past and present-day ice changes in Southeast Alaska“. Í: *Tectonophysics* 511.3 (2011). Special Section on Observation and Modeling of Glacial Isostatic Adjustment, bls. 79–88. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2010.05.009. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0040195110002131.

[25] G. Spada. „Glacial Isostatic Adjustment and Contemporary Sea Level Rise: An Overview“. Í: *Surveys in Geophysics* 38 (2017), bls. 153–185. DOI: 10.1007/s10712-016-9379-x. URL: https://doi.org/10.1007/s10712-016-9379-x.

[26] G. Spada. *Selen User manual for version 4.0.* 2019.

[27] G. Spada og D. Melini. *SELEN: a program for solving the "Sea Level Equation". User Manual for version 2.9.* Computational Infrastructure for Geodynamics (CIG). 2015.

[28] G. Spada og D. Melini. „On Some Properties of the Glacial Isostatic Adjustment Fingerprints“. Í: *Water* 11.9 (2019). ISSN: 2073-4441. DOI: 10.3390/w11091844. URL: https://www.mdpi.com/2073-4441/11/9/1844.

[29] G. Spada og D. Melini. „SELEN[4] (SELEN version 4.0): a Fortran program for solving the gravitationally and topographically self-consistent sea-level equation in glacial isostatic adjustment modeling“. Í: *Geoscientific Model Development* 12.12 (2019), bls. 5055–5075. DOI: 10.5194/gmd-12-5055-2019. URL: https://gmd.copernicus.org/articles/12/5055/2019/.

[30] G. Spada og D. Melini. „Supplement of SELEN[4] (SELEN version 4.0): a Fortran program for solving the gravitationally and topographically self-consistent sea-level equation in glacial isostatic adjustment modeling“. Í: *Geoscientific Model Development* 12.12 (2019), bls. 5055–5075. DOI: https://doi.org/10.5194/gmd-12-5055-2019-supplement.

[31] G. Spada og P. Stocchi. „SELEN: A Fortran 90 program for solving the “sea-level equation”“. Í: *Computers & Geosciences* 33.4 (2007), bls. 538–562. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cageo.2006.08.006. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098300406001786.

[32] H. Steffen og P. Wu. „Glacial isostatic adjustment in Fennoscandia—A review of data and modeling“. Í: *Journal of Geodynamics* 52.3 (2011), bls. 169–204. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jog.2011.03.002. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264370711000445.

[33] B.D. Tapley, M.M. Watkins, F. Flechtner, C. Reigber, S. Bettadpur, M. Rodell, I. Sasgen, J.S. Famiglietti, F.W. Landerer, D.P. Chambers, J.T. Reager, A.S. Gardner, H. Save, E.R. Ivins, S.C. Swenson, C. Boening, C. Dahle, D.N. Wiese, H. Dobslaw, M.E. Tamisiea og I. Velicogna. „Contributions of GRACE to understanding climate change“. Í: *Nature Climate Change* 9.5 (2019), bls. 358–369. DOI: 10.1038/s41558-019-0456-2. URL: https://doi.org/10.1038/s41558-019-0456-2.

[34] M. Tegmark. „An Icosahedron-based Method for Pixelizing the Celestial Sphere“. Í: *The Astrophysical Journal* 470 (1996), bls. L81–L84. DOI: 10.1086/310310. URL: https://dx.doi.org/10.1086/310310.

[35] M.F.M. Weerdesteijn, J.B. Naliboff, C.P. Conrad, J.M. Reusen, R. Steffen, T. Heister og J. Zhang. „Modeling Viscoelastic Solid Earth Deformation Due To Ice Age and Contemporary Glacial Mass Changes in ASPECT“. Í: *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 24.3 (2023). DOI: https://doi.org/10.1029/2022GC010813. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2022GC010813.

[36] P.L. Whitehouse. „Glacial isostatic adjustment modelling: historical perspectives, recent advances, and future directions“. Í: *Earth Surface Dynamics* 6.2 (2018), bls. 401–429. DOI: 10.5194/esurf-6-401-2018. URL: https://esurf.copernicus.org/articles/6/401/2018/.

[37] M.A. Wieczorek og M. Meschede. „SHTools: Tools for Working with Spherical Harmonics“. Í: *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 19.8 (2018), bls. 2574–2592. DOI: https://doi.org/10.1029/2018GC007529. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2018GC007529.

[38] R.S. Woodward. „On the form and position of mean sea level“. Í: *United States Geological Survey Bulletin* 48 (1888), bls. 87–170.

[39] B. Wouters, J.A. Bonin, D.P. Chambers, R.E.M. Riva, I. Sasgen og J. Wahr. „GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change“. Í: *Reports on Progress in Physics* 77.11 (2014). DOI: 10.1088/0034-4885/77/11/116801. URL: https://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/77/11/116801.

[40] C.Y. Xu og B.F. Chao. „Seismic Effects on the Secular Drift of the Earth's Rotational Pole“. Í: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 124.6 (2019), bls. 6092–6100. DOI: https://doi.org/10.1029/2018JB017164. URL: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2018JB017164.