

# Falinn fjársjóður

Hvernig get ég hjálpað nemendum mínum að dýpka  
skilning á viðfangsefnum stærðfræðinnar?

Ásta Björg Guðmundsdóttir



Lokaverkefni lagt fram til fullnaðar B.Ed.-gráðu  
í grunnskólakennarafræði við Háskóla Íslands, Menntavísindasviði

Desember 2009

Lokaverkefni til B.Ed. -prófs

# Stærðfræðikennsla

Hvernig get ég hjálpað nemendum mínum að dýpka skilning  
á viðfangsefnum stærðfræðinnar?

Ásta Björg Guðmundsdóttir

170777-5149

Háskóli Íslands

Menntavísindasvið

Kennaradeild

Desember 2009

## Ágrip

Ritgerð þessi er rannsóknaritgerð þar sem skoðaðar eru heimildir um kennslu í stærðfræði til að varpa ljósi á það hvernig námsupplifun höfundar hefur mótað viðhorf hans til kennslu. Höfundur tengir upplifun sína því hvernig æskilegt er að kenna stærðfræði með það að markmiði að nemendur fái tækifæri til að dýpka skilning sinn á viðfangsefnum stærðfræðinnar. Helstu niðurstöður eru að kennari þarf að huga að mörgum atriðum eigi kennslan að styðja nemendur í þekkingaleit sinni. Nemendamiðaðir kennsluhættir sem miða kennslu að þörfum nemenda hverju sinni eru vel til þess fallnir að nemendur öðlist góðan skilning og finni falda fjársjóði stærðfræðinnar.

## Formáli

Ritgerð þessi er lokaverkefni til B.Ed. gráðu í grunnskólakennarafræði frá Menntavísindasviði Háskóla Íslands. Efnisval ritgerðarinnar má rekja til námskeiðsins stærðfræðinám, rannsóknir og þróun sem kennt var á vorönn 2007. Þar greindi ég viðhorfsmun milli mín og margra samnemenda minna. Í framhaldinu langaði mig að skoða hvað hefði mótað skoðanir mínar og styrkja eigin sannfæringu áður en ég hæfi störf sem kennari.

Jónínu Völu Kristinsdóttur umsjónarmanni námskeiðsins og leiðbeinanda mínum við skrif á lokaritgerð minni, færi ég mínar bestu þakkir fyrir stuðninginn, gagnlegar samræður og yfirlestur.

Einnig langar mig að þakka eiginmanni mínum, dætrum og fjölskyldu fyrir styrkinn og stuðninginn sem þau hafa veitt mér í námi mínu.

Reykjavík, desember 2009

---

Ásta Björg Guðmundsdóttir

# Efnisyfirlit

Inngangur .....	5
Áhrif eigin náms á hugmyndir mínar varðandi kennslu.....	7
Fram að kennaranámi .....	7
Í kennaranámi .....	10
Vettvangsnám.....	12
Nemendamiðaðir kennsluhættir .....	18
Námsumhverfi .....	18
Kennslugögn.....	19
Opnar spurningar .....	20
Verðug verkefni.....	22
Samstarf nemenda, umræða og hópstarf.....	24
Hlutverk kennara .....	26
Rannsóknir í starfi .....	26
Samstarf um kennslu .....	27
Námsgögn.....	29
Námsmat.....	30
Niðurstöður .....	32
Heimildaskrá.....	34

## Inngangur

Þróun síðustu árhundruð hefur verið sú að þjóðfélög eru sífellt að verða flóknari. Þetta hefur þær afleiðingar að stærðfræði verður stærri hluti af því að móta og skilja þá þróun (Garfunkel, 2006, bls. xiii). Það er því hagur allra þjóðfélagsþegna að skilja stærðfræði til þess að geta tekið upplýstar ákvarðanir um það í hvaða átt þeir vilja að þjóðfélag þeirra stefni (Aðalnámskrá grunnskóla: Stærðfræði, 2007, bls. 5). Raunveruleikinn á Íslandi í lok árs 2009 er því miður þannig að efnahagskerfi okkar Íslendinga hefur orðið fyrir miklu áfalli og alþjóðleg fjármálakreppa stendur yfir. Hér hefur átt sér stað bankahrun og þúsundir fyrirtækja og fjölskyldna sjá fram á að þurfa að lýsa sig gjaldþrota. Í aðstæðum sem þessum eru það eiginleikar stærðfræðinnar sem reynast okkur vel og eru í raun okkar eina von til að meta og skilja það sem gerst hefur. Stærðfræðimenntun nemenda þarf því að veita þeim tækifæri til að takast á við síbreytilegar aðstæður eins og þær sem við upplifum í dag.

Til þess að nemendur geti nýtt stærðfræðimenntun sína við slíkar aðstæður þurfa þeir að öðlast djúpan skilning á viðfangsefnum stærðfræðinnar. Djúpur skilningur eða tengslaskilningur byggist á fjölda tenginga milli grunnhugmynda í stærðfræði (Van de Walle, 2007, bls. 25 og 33). Slíkur skilningur nýtist nemendum á fjölbreyttan hátt við bæði þekktar og ekki síður óþekktar aðstæður. Við óþekktar aðstæður skilgreinir viðkomandi vandann og finnur stærðfræðilega lausn hans sem felst jafnvel í því að þróa nýjar aðferðir (Hiebert o.fl., 1997, bls. 1). Til þess að nemendur öðlist djúpan skilning þurfa þeir að fá tækifæri til að byggja skilning sinn upp jafnt og þétt á löngum tíma. Djúpur skilningur byggist á styrkleika nemanda og þarf að hefja slíka uppbyggingu strax í fyrstu bekkjum grunnskóla (Carpenter, Franke og Levi, 2003, bls. xii,xiii,1). Stærðfræðinám nemenda þarf því að vera samfellt fyrir hvern og einn allt frá leikskóla og upp framhaldsskóla (Aðalnámskrá grunnskóla: Stærðfræði, 2007, bls. 7).

Kennslan þarf að veita nemendum tækifæri til að útskýra og réttlæta stærðfræðilegar hugmyndir sínar og nota útskýringar sínar og annarra nemenda til að mynda skynsamlegar hugmyndir. Þannig fá allir nemendur tækifæri til að dýpka skilning sinn og getur slík námsreynsla svo aftur ráðið úrslitum um það hvernig nemendum

gengur að læra stærðfræði og tengdar greinar (Carpenter, Franke og Levi, 2003, bls. 6). Ástæðan er væntanlega sú að það er óneitanlega gefandi og skemmtilegt að finna að maður getur leyst erfið verkefni. Stærðfræðikennsla ætti að stefna að því að allir nemendur öðlist djúpan skilning á þeim viðfangsefnum sem þeir kljást við. Skilningurinn og gleðin sem hann getur veitt ætti að vera það sem drífur stærðfræðikennsluna áfram. Viðfangsefnin þurfa að vera sniðin að þörfum hvers og eins, þannig að allir nemendur bekkjarins finni að þeir geti lagt sitt af mörkum.

Flestum þykir gaman af sögum um sjóræningja og fjársjóðsleit þeirra. Námsbókar-kennsla með það að markmiði að þjálfa nemendur í reikningi og nemendamiðuð kennsla sem miðar að því að nemendur dýpki skilning sinn má líkja við fjársjóðsleit. Fyrri leiðinni er eins og að kennari rétti nemendum skóflu og segi þeim að grafa þegar þeir þjálfa sig í reikningi með því að reikna fjöldann allan af sambærilegum dæmum. Nemendur sem aftur á móti fá tækifæri til að byggja upp skilning á eigin forsendum fá fjársjóðskort í hönd og eiga að finna fjársjóðinn sjálfir eftir eigin leiðum. Fyrri leiðin er nánast eins og ánaud á meðan sú seinni hljómar ævintýrlega spennandi.

Ástæða þess að ég skrifa þessa ritgerða er fyrsta og fremst sú að mig langar að verða góður kennari. Ég velti því fyrir mér undir lok kennaranáms míns hvað þurfi til og skoða hvernig ég get skapað þær námsaðstæður að kennsla mín verði eins og spennandi fjársjóðsleit. Mig langar að rétta nemendum mínum fjársjóðskort og styðja þá við að finna falinn fjársjóð stærðfræðinnar á eigin forsendum. Í eftirfarandi köflum leitast ég við að svara því hvernig ég get hjálpað nemendum mínum að dýpka skilning sinn á viðfangsefnum stærðfræðinnar.

Ég skipti ritgerðinni í tvo kafla í fyrri kaflanum skoða ég hvernig eigið nám hefur haft áhrif á hugmyndir mínar um kennslu. Í seinni kaflanum greini ég hvernig þær hugmyndir og lestur minn á rannsóknum á stærðfræðikennslu eiga samleið. Þar skoða ég hvernig ég get miðað kennslu mína að þörfum nemenda, með það að markmiði að þeir nái að dýpka skilning sinn. Ég lýsi nemendamiðuðum kennsluháttum og þeim atriðum sem ég tel vera mikilvæg til að allir nemendur fái sanngjarnt tækifæri í við nám sitt. Því ég tel að þeir nemendur sem ná að öðlast djúpan skilning á stærðfræðinni muni eiga fleiri valmöguleika í síbreytilegri framtíð.

## **Áhrif eigin náms á hugmyndir mínar varðandi kennslu**

Við lestur heimilda fann ég mig knúna til að skoða viðfangsefni ritgerðar minnar. Ég var nokkurn veginn búin að gera mér starfskenningu þ.e. hver markmið mín með kennslu minni væru. Mér fannst ég þurfa að taka saman hvað ég þyrfti að gera til að geta kennt eftir þeim markmiðum sem ég vildi ná fram. Ég fann þörf fyrir að skilgreina og skoða enn betur hvernig hugmyndir mínar til kennslu hafa mótast á skólagöngu minni. Í raun má segja að ég hafi þurft að sökkva mér enn betur ofan í þróun starfskenningar minnar til að fínþússa hana og greina svo ég geti svarað rannsóknarspurningu ritgerðarinnar. Í þessum kafla fer ég yfir það sem hefur mótað og þroskað starfskenningu mína bæði áður en ég hóf nám við Kennaraháskóla Íslands og í kennaranámi mínu.

### **Fram að kennaranámi**

Mikilvæg augnablik í námi mínu sem hafa haft áhrif á og markað leið mína til þess að verða kennari ná allt aftur til leikskólaaldurs. Á hverjum jólum set ég á góðan stað á heimili mínu grjónadúkku sem ég gerði í leikskóla. Mér þykir alltaf vænt um þessa dúkku og man ég þann dag eins og hann hafi gerst í gær þegar við vorum að búa þær til. Ég var frekar óþolinmóð því allir áttu að halda sama hraða við verkefnið en ég vildi halda áfram. Það var vegna þess að mér fannst gaman að vinna í höndunum og var nokkuð fær í því. Ég tók því af skarið og treysti eigin verkviti. Ég kláraði að sauma búkinn og klippti svo á þráðinn svo hægt væri að festa höfuðið ofan frá og niður að búk. Ég var búin að sjá verkið fyrir mér og skipuleggja í huga mér. Stúlkan sem sat við hlið mér tók eftir því að ég var komin lengra og bað mig að hjálpa sér. Mér fannst ekkert sjálfsgaðara því ég var viss um það að klippa á þráðinn væri rökrétt næsta skref. Kennarinn vildi hins vegar að allir nemendur festu höfuðið neðan frá en var ekki kominn svo langt í kennslu sinni. Rétt í þann mund sem ég klippti á þráðinn fyrir stúlkuna kom leikskólakennarinn og skammaði mig, hún sagði að ég væri búin að eyðileggja dúkkuna. Grjónadúkkan lifir enn þann dag í dag en það gera jafnframt fleiri minningar mínar úr leiksskóla.

Eftir að ég hóf kennaranám mitt kann ég enn betur að meta aðra minningu sem er frá svipuðu tímabili í lífi mínu. Forstöðukona leikskólans míns var dugleg að nýta það



sem til féll til að búa til leikföng og fleira fyrir nemendur skólans. Hún bjó meðal annars til mjög raunverulegar grímur af Grýlu og Leppalúða sem notaðar voru til að leika þau hjónakorn á hverjum jólum. Þá bjó hún til dúkkuhús og dúkkur sem nemendur skólans léku sér að daglega. Minningin sem stendur upp úr er þegar hún bað nemendur og foreldra að safna mjólkurfernum til að búa til hús í hentugri stærð fyrir nemendur skólans. Húsið var svo málað, settar gardínur fyrir gluggana, sett inn í það húsgöng, eldavél o.fl. Allt þetta hafði þau áhrif að leikumhverfi okkar varð áhugavert, skemmtilegt og ekki síst eftirminnilegt.

Eftirminnilegustu atburðir 10 ára náms míns í grunnskóla eiga það sameiginlegt að vera tengdir því sem var ólíkt annars fremur tilbreytingasnauðu námsumhverfi. Ég átti í nokkrum erfiðleikum með að læra að lesa og þurfi að fá aðstoð við það. Aðstæður mínar breyttust þó mikið þegar nýr kennari tók við bekknum þegar ég var 9 ára. Bekkurinn minn hafði fram að því ekki haft fastan kennara frá ári til árs og var frekar erfiður. Þessi tiltekni kennari hafði verið fenginn af unglingastigi til þess að taka á agavandamálum innan bekkjarins. Frá fyrstu tíð var ljóst til hvers hann ætlaðist af okkur. Hann setti ákveðnar reglur um það hvernig við ættum að haga okkur í tímum og hvernig við gætum hagað námi okkar utan skóla. Þessi kennari hafði gríðarleg áhrif á mig og tók ég miklum framförum í öllum greinum, sérstaklega í lestri. Þessi kennari hafði tvímælalaust áhrif á að mig langaði til að verða kennari.

Að mestu leyti var nám mitt í grunnskóla fremur hefðbundið og án teljandi vandkvæða. Ég eignaðist góða vini og leið yfirleitt nokkuð vel í skólanum. Ég hafði marga kennara og má margt læra af þeim um það hvernig á að kenna sem og hvernig síður á að kenna. Gott dæmi um það sem læra má af kennslunni í grunnskóla er frá unglingastigi en þar hafði ég nokkra kennara sem áttu það til að spjalla við okkur um sjálfa sig og daginn og veginn. Þessu hafði ég gleymt þangað til það rifjaðist upp fyrir mér í vettvangsnáminu. Þar talaði viðtökukennarinn okkar um mikilvægi þess að ræða við nemendur á jafningjagrundvelli. Hann sagði að það gæfi nemendum mikið og aðstoðaði kennarann við að mynda tengsl við nemendahópinn. Þetta hafði ég ekki hugsað út í og fann að það sem hann sagði var í samræmi við reynslu mína úr grunnskóla.

Þegar ég var að verða 17 ára og byrjuð í framhaldsskóla gjörbreyttust námsaðstæður mínar. Um það bil sem ég var að ljúka fyrsta ári mínu í framhaldsskóla fékk ég vírus sem hafði þau áhrif að þegar ég mætti til náms aftur um haustið þá gekk mér illa að læra ákveðna hluti. Þetta lýsti sér þannig að í tímum var eins og það slokkaði á mér og ég gat ekki fyrir nokkra muni fylgst með því sem var að gerast. Það var eins og ég, þessi samviskusama stúlka, væri sofandi en samt vakandi. Þegar ég varð þreytt sagði líkami minn hingað og ekki lengra og ég gat ekki þínt mig til að muna meira. Það endaði með því að ég neyddist til að hætta tímabundið í skóla. Þegar ég sneri aftur til náms þurfti ég að beita við það annarri tækni en áður og þiggja þar að auki utanaðkomandi aðstoð.

Ég varð að læra að vera kærulausari því ef samviskusemin fór að segja til sín þá lenti ég í vandræðum með líkamlegt þrek. Andlegi hlutinn vildi hins vegar leggja heiminn að fótum sér. Í raun má segja að misræmis hafi gætt milli líkamlegrar og andlegrar getu. Í byrjun hverrar annar ætlaði ég að sigra heiminn og nánast undantekningalaust varð ég að segja mig úr að minnsta kosti einum áfanga og taka námið hægar. Íslenska reyndist mér erfiðust. Ef ég var að lesa langan texta þá var eins og slokkaði á mér og ég mundi ekki hvað ég var að lesa. Mér var bent á að fá hljóðbækur lánaðar á Blindrabókasafninu og hlusta á þær í stað þess að lesa sjálf. Við það að virkja og nýta önnur skynfæri þá tókst mér að muna það sem ég gat ekki munað ef ég beitti hefðbundnu leiðinni og las sjálf. Með aðstoð og þrautseigju tókst mér að ljúka stúdentsprófi.

Tveimur árum eftir að ég lauk stúdentsprófi sótti ég um nám bæði í Kennaraháskóla Íslands og Tannsmiðaskóla Íslands. Ég fékk inngöngu í báðum skólum en valdi að leggja fyrir mig tannsmíði þar sem meiri áhersla var lögð á verklegt nám. Ég taldi það henta mér betur í ljósi þeirra erfiðleika sem ég mætti við að ljúka stúdentsprófi. Þar lærði ég að nota teikningar og hluti til að aðstoða mig við að vinna verkefni og til að útskýra betur vinnu mína í orðum. Verkefnin voru fyrst skipulögð á blaði áður en handverkið tók við. Í formfræði áttum við til að mynda að tálga úr vaxi 13 tennur með rótum í fullri stærð, út frá teikningum og uppgefnum málum. Tannsmíðin var skemmtilegt nám en því miður stóð vinnan sjálf ekki undir væntingum mínum. Ég greip því tækifærið þegar það gafst, til að sannreyna hvort ég ætti að láta reyna á draum minn um að verða kennari.

Veturinn 2005-2006 fékk ég tækifæri til að vera stuðningsfulltrúi nemanda í 10. bekk sem átti við fötlun að stríða. Vegna fötlunar átti nemandinn í erfiðleikum með nám. Hann var ekki fær um að fylgja samnemendum sínum eftir í stærðfræðitímum og því má segja að ég hafi verið einkakennari hans í stærðfræði. Flesta daga átti hann auðvelt með að skilja það sem við vorum að vinna að. Aðra daga var hann sem lokuð bók. Þá reyndi ég allt hvað ég gat til að opna hug hans, til dæmis með því að fara aðrar leiðir að námsefninu. Stundum var það þó ekki nóg og þá var ekkert annað í stöðunni en að slaka svolítið á, spjalla og hvíla sig. Þarna nýtti ég mér reynslu mína frá því í framhaldsskóla og úr Tannsmiðaskóla Íslands, þegar ég sjálf þurfti að nýta mér aðrar heilastöðvar til að muna. Ég notaði meðal annars teikningar og ápreifanlega hluti. Einnig reyndi ég ávallt að gæta þess að nemandinn hefði orku til að takast á við það sem við vorum að vinna að hverju sinni. Með lagni náðum við ótrúlegum árangri og þakka ég meðal annars fyrri reynslu minni hvað við unnum vel saman.

Reynsla mín af því að vinna með þessum nemanda varð til þess að ég þakkaði ofan í skólatösku og hélt aftur í nám í þetta sinn til að verða kennari. Þetta hafði blundað í mér lengi en ég hafði ekki verið tilbúin að viðurkenna það eða leggja út í. Það hefur án vafa haft mikil áhrif á mig að faðir minn er stærðfræðikennari, bæði á nám mitt og löngunina til að feta í fótspor hans. Hann hefur oftast en ekki sagt að þetta sé fjölbreytt starf en jafnframt mjög erfitt. Sjálfur er hann kennari af lífi og sál og leggur gríðarlega mikið á sig til að aðstoða nemendur sína. Til gamans má geta að ég fékk sjálf að sitja í tímum hjá honum sem nemandi hans í framhaldsskóla en hélt því jafnframt út af fyrir mig að mestu svo samnemendur mínir vissu fæstir að hann væri faðir minn. Þessi reynsla var mér mjög gefandi og hefði ég ekki viljað missa af henni því hún veitti mér sýn á föður minn í hlutverki kennarans.

### **Í kennaranámi**

Í næsta kafla fer ég yfir þau atriði sem mestu máli skiptu eftir að ég hóf kennaranám mitt með tilliti til þess að þroska og þróa starfskenningu mína. Eftir að ég hóf kennaranám fór ég að gera mér grein fyrir því hvernig þau atriði sem ég tel upp í kaflanum hér að framan höfðu áhrif á viðhorf mín til þess hvernig kennari ég vil verða. Fyrri upplifun mín úr námi var að mörgu leyti í rökréttu samhengi við áherslur í kennslu við Kennaraháskólann. Ég fann þar mikinn samhljóm við reynslu mína og

skoðanir um hvernig bæri að kenna en ég varð þar jafnframt fyrir miklum áhrifum. Í þessum kafla rek ég helstu áhrifavalda á starfskenningu mína úr kennaranáminu sjálfu.

Þegar ég var á annarri önn í skólanum áttaði ég mig á því að ég hafði sjálf fremur takmarkaðan skilning á einu af mikilvægustu grunnatriðum stærðfræðinnar, jafnaðarmerkinu. Á fyrstu önninni, í áfanganum stærðfræði og stærðfræðinemandinn, sagði Guðbjörg stærðfræðikennari að í dag hefði kennsla á jafnaðarmerkinu að öllum líkindum breyst frá því við vorum í skóla. Hún sagði að ekki væri lengur talað um að breyta formerkjum þegar flutt væri yfir jafnaðarmerkið heldur væri sama aðgerð framkvæmd báðum megin. Ég verð að viðurkenna að það sem hún sagði skyldi ég ekki fyrr en á annarri önn. Þá áttaði ég mig á að um sömu aðgerð væri að ræða. Fyrri leiðin var mér miklu kunnuglegri því hana hafði ég lært og notað.

Ég hafði farið á mis við fleira í grunnskóla. Áður en ég hóf nám við Kennaraháskólann hafði ég til dæmis aldrei unnið hópverkefni í stærðfræði. Ég verð að viðurkenna að stundum var hópavinna í Kennaraháskólanum þrúgandi en ég komst þó að því hve mikið má græða á því að vinna í hóp. Ef vel gengur að vinna í hóp er hægt að komast yfir mun meira efni en í einstaklingsvinnu. Hins vegar getur tekið á að vinna með öðrum en þá er mikilvægt að læra hvernig bregðast má við því. Í gegnum hópastarf komst ég að ótrúlegustu hlutum um sjálfa mig sem ég vissi ekki áður. Til dæmis hafði ég góða yfirsýn yfir verkefni og leituðu samnemendur mínir oft til mín þegar kom að því að skipuleggja hópverkefni.

Í lok fyrsta árs í Kennaraháskólanum bauðst mér að fara ásamt öðrum nemendum á stærðfræðikjörsviði til. Farið var á vísindasafnið Experimentarium í Kaupmannahöfn. Einnig var farið í Statens Pædagogiske Forsøgcenter en það er stofnun sem sérhæfir sig í þróun á kennsluháttum í stærðfræði. Við heimsóttum einnig nokkra grunnskóla í Kaupmannahöfn og fylgdumst þar með kennslu. Við fórum í heimsókn í bókaútgáfu sem sérhæfir sig í útgáfu kennslubóka, stærðfræðigöngutúr um Kaupmannahöfn og með kennaranum okkar í uppáhalds spilabúðina hennar á Strikinu. Þessi ferð var ógleymanleg og hjálpaði mér að sjá að stærðfræði er að finna alls staðar í umhverfi okkar. Ég hafði oft heyrt talað um stærðfræði í umhverfinu í skólanum en ekki alveg gert mér grein fyrir því hvað við var átt fyrr en einmitt þarna.

Áður en farið var í stærðfræðiferðina vann hópurinn að því að safna sér fyrir ferðinni t.d. með því að halda krakkanámskeið og vinna verkefni um leiki og þrautir í stærðfræði fyrir námsgagnastofnun (Guðbjörg Pálsdóttir, 2008). Ásamt kennara okkar undirbjuggum við, skipulögðum og kenndum á námskeiði fyrir krakka á aldrinum 6-13 ára. Lagt var upp með að bjóða upp á stærðfræðinámskeið þar sem krökkum var boðið að kynnst skemmtilegum hliðum stærðfræðinnar í gegnum tilraunir, leiki og rannsóknir. Alls voru þetta fjórir dagar þar sem fengist var við stærðfræðispil, tölfræði og líkindi, útstærðfræði og páskastærðfræði. Við undirbúning tölfræði og líkindahlutans veltum við fyrir okkur hvernig mætti útskýra og kynna stærðfræðilíkön. Við þurftum að finna góða leið til að allir nemendur á þessum aldri gætu tekið þátt í að átta sig á hvað gröf væru og hvernig mætti túlka tölulegar upplýsingar út frá þeim. Mér datt í hug að fá nemendur til að láta annan skó sinn af hendi. Nemendurnir röðuðu skónum í súlurit og skífurrit eftir skónúmerum. Teknar voru myndir af skógjörningnum og notaðar til að skoða hvernig skónúmer hópsins skiptust.

Það skipti mig miklu máli að finna að ég hefði hugvit til að láta mér detta slíkt í hug. Fleiri tækifæri komu í náminu sem gerðu mér kleift að nota hugmyndir mínar til að finna fjölbreytt verkefni fyrir nemendur. Ég sá að þarna gat ég fundið skemmtileg og verðug viðfangsefni. Nemendum námskeiðsins fannst þetta ögrandi og skemmtilegt verkefni. Ég er sannfærð um að við kennaranemarnir lærðum líka mikið af því að kenna á námskeiðinu og skoða hvað væri skemmtilegt að gera með þessum áhugasama hópi nemenda. Við komust jafnframt að því að stærðfræðinámskeið í frítíma sækja einungis áhugasamir nemendur um stærðfræði og börn kennara.

### **Vettvangsnám**

Vettvangshluti kennaranámsins reyndist mér mjög gagnlegur. Í vettvangsnáminu fékk ég tækifæri til að kenna nemendum á öllum stigum grunnskólans. Fylgjast með kennslu reyndra kennara og kynnst því hvað nokkrir mismunandi skólar lögðu áherslu á. Einnig var ómetanlegt að fá tækifæri til að sjá og reyna það sem ég hafði verið að læra og lesa um í skólanum. Hér rek ég það helsta sem hafði áhrif á kennsluhugmyndir mínar.

Í einum skólanum fékk ég að sjá stórt og glæsilegt stærðfræðikennslugagnasafn sem nokkrir kennarar höfðu komið upp. Keypt höfðu verið hlutbundin kennslugögn og tæki fyrir hundruð þúsunda. Þar var meðal annars að finna litla verslun þar sem hægt að var kaupa með kennsluþeningum ýmiss konar vörur sem voru umbúðir sem fallið höfðu til á heimilum. Einnig voru þar pinnabretti og speglar til að vinna með nemendum verkefni í hnitakerfinu. Þar var líka að finna málbönd, metrastikur, talnabönd, kubba af ýmsum stærðum og gerðum s.s. kaplakubba, legókubba og margar aðrar tegundir af kubbum. Þarna voru ýmiss konar spil, vogir, smáhlutir af mörgum litum og gerðum og margt fleira. Gaman var að sjá hve mikil rækt hafði verið lögð í að safna saman mismunandi kennslugögnum sem gætu reynst nemendum gagnleg við þekkingaleit þeirra.

Ég tel rétt að ég skilgreini hér hugtakið kennslugögn þar sem skilgreining þess virðist enn nokkuð á reiki meðal kennara. Kennslugögn eru í mínum huga hlutbundin gögn eða tæki sem geta nýst nemendum vel til að sjá fyrir sér og mynda skilning á hugtökum stærðfræðinnar. Gögnin nota nemendur til að framkvæma aðgerðir í stærðfræði og sjá þannig betur með aðstoð hjálpargagna hvað þeir eru að gera. Hægt og rólega sjá nemendur meira en bara kennslugögnin og fara að sjá stærðfræðina sem falin er í myndformi þeirra (Van de Walle, 2007, bls. 30-31). Hlutbundin gögn geta verið allt sem hönd á festir, kubbar, steinar, form o.fl. Einnig geta kennslugögn náð yfir teikningar, myndrit, spil og tæki svo sem vasareikna og tölvur.

Í vettvangsnáminu velti ég því fyrir mér hvernig nota mætti mismunandi kennslugögn með ákveðinn skilning að markmiði. Ég hafði orðið vör við að nemendur höfðu takmarkaðan skilning á tugakerfinu og torvelaði það þeim töluvert útreikninga með háum tölum. Væru nemendur að vinna með háar tölur á borð við 45 hefðu þeir talið upp að tölunni í einingum með hjálpargögnum en ekki talið fjóra tugi og fimm einingar. Mér virtist sem nemendur væru ókunnugir hugtakinu tugakerfi og að ekki hefði verið unnið markvisst að því að nemendur byggðu skilning sinn á hugtakinu í gegnum kennslugögn.

Í annarri kennslustund fylgdist ég með nemendahópi sem var að taka próf. Nemendurnir virtust eiga í vandræðum með að leysa dæmin á prófinu. Í gegnum raunir þeirra upplifði ég að prófið væri nokkuð þungt fyrir þá og að próftími væri

heldur naumur. Flestir nemendanna strönduðu á fyrstu blaðsíðu prófsins og komust í raun ekki lengra. Þegar ég skoðaði prófið fann ég að uppsetningu þess en þyngstu dæmunum var öllum raðað á fyrstu síðu. Þá var nemendum meinað að taka prófið í þeirri röð sem þeir kusu og fannst mér það miður því það geri ég gjarnan sjálf og hefur það oft gagnast mér vel.

Eitt sinn fengum ég og samnemandi minn að kenna nemendum í öðrum bekk eina kennslustund í stærðfræði í vettvangsnáminu. Það var liður í því að prófa leið við kennslu sem við kynntumst í lesefni námskeiðsins stærðfræðináms, rannsóknir og þróun. Við höfðum grun um að skilningur á jafnaðarmerkinu væri fremur takmarkaður innan hópsins og ákváðum að kenna jafnaðarmerkið eins og kynnt er í bókinni *Thinking Mathematically* (Carpenter, Franke og Levi, 2003, bls. 24-22). Við hófum kennsluna á því að spyrja nemendur hvað stærðfræðitáknið = væri kallað. Þar strax var grunur okkar að hluta til staðfestur því þau kölluðu stærðfræðitáknið „sama sem merkið“. Orðalag þetta var eitt af því sem mikið var rætt um á námskeiðinu að forðast, þar sem allt bendir til þess að betri skilningur myndist hjá nemendum ef lýsandi orðalag er notað um hugtök. Því er æskilegra að nota orðið jafnaðarmerki því merking stærðfræðitáknsins felst í því að leita jafnvægis, það er að niðurstaðan sé jöfn beggja vegna.

Í gegnum kennsluna komust við að því að nemendur voru vanir að leysa einungis eina tegund dæma sem reyna frekar takmarkað á skilning þeirra á jafnaðarmerkinu. Þetta eru dæmi á forminu  $a + b = c$ . Þegar kennslan var komin í hnút, brugðum við á það ráð að teikna vog og segja nemendum að við vildum kalla stærðfræðitáknið „jafnaðarmerkið“. Þá fór kennslan loks að ganga og nemendur að sjá tilgang með óhefðbundnum spurningum kennaranemanna. Nemendur hristu af sér óöryggi og hófu virkari þátttöku í umræðunni. Flestir voru þeir ánægðir í lok kennslunnar og hafði einn þeirra margoft á orði við okkur að þetta hefði verið skemmtilegast stærðfræðitími sem hann hefði upplifað. Í rannsóknem kemur fram að ein megin hindrun nemenda fyrir því að læra og skilja algebru er meðal annars fólgin í takmörkuðum skilning þeirra á jafnaðarmerkinu (Carpenter, Franke og Levi, 2003, bls. 22). Því þarf að tryggja að nemendur fái tækifæri til að leysa dæmi af mismunandi gerð.

Í síðasta vettvangsnáminu mínu kenndi ég einungis stærðfræði þar sem sú grein tilheyrir mínu kjörsviði. Vettvangsnámið stóð yfir í 5 vikur og kenndum við tvær saman á unglíngastigi. Frá því ég var stuðningsfulltrúi hef ég í raun stefnt að því að kenna nemendum á þessu aldurstigi en í gegnum fyrra vettvangsnám fann ég að áhugi á að kenna yngri nemendum hafði kviknað. Ég hef ekkert útilokað ennþá, en finn að ég hef sterkar taugar til unglínganna. Mig langar að hjálpa þeim að takast á við stærðfræði á þann hátt að hún nýtist þeim sem best að loknu grunnskólanámi þeirra.

Í kennslu yngri barna treysta nemendur kennara sínum meira sjálfkrafa en í unglíngadeild. Það kom mér helst á óvart í unglíngakennslu hvað félagslegi þátturinn skiptir miklu máli til að vinna traust þeirra. Þá þarf að nálgast á annan hátt, gefa þeim tækifæri til að kynnast þér og finna að þér standi ekki á sama um þau. Annar viðtökukennari minn sagðist telja félagslega þáttinn í unglíngakennslu vega um 80% kennslunnar en námshluta hennar einungis 20% (Stefán Helgi Stefánsson, munnleg heimild, október 2009). Hér ætla ég ekki að leggja mat á þessa skiptingu en engu að síður sýnir þetta hvað hann telur félagslega þáttinn skipti gríðarlega miklu máli til þess að námið gangi vel.

Viðtökukennari þessi er sá eini sem hefur sest niður og gefið sér tíma til að skrifa upp nokkur heilræði til okkar sem verðandi kennara og kann ég honum mínar bestu þakkir fyrir það. Þetta eru heilræði sem hann notaðist sjálfur við til að koma kennslu sinni í þann farveg að honum og nemendum hans liði sem best saman. Mig langar að setja hér fram helstu heilræði hans.

- Hafa ákveðna reglu á upphafi og lokum kennslustunda.
- Kennari getur styrkt tengsl sín við nemendur með því að ræða við þá um málefni líðandi stundar og gefa þeim innsýn í eigið líf.
- Vera óspar á hrós til nemenda, bæði fyrir vinnuframlag og hluti sem ekki tengjast skólastarfinu með beinum hætti.



- Vera vinalegur við nemendur á göngum skólans t.d. brosa, heilsa og ræða við þá. Gott getur verið að ræða við þá um persónulega hluti á borð við fjölskyldu þeirra og áhugamál.
- Ávallt ræða einslega við nemendur þegar upp koma vandamál.
- Aldrei að skamma allan hópinn, þar eru nemendur sem ekki eiga skömmina skilið.
- Gefa sér tíma til að ganga á milli, fylgjast með vinnuframlagi, veita aðstoð þegar hennar er þörf, og hrósa góðum vinnubrögðum
- Svvara ávalt spurningum nemenda.

(Stefán Helgi Stefánsson, munnleg heimild, október 2009).

Í fyrri vettvangsheimsóknnum mínum varð ég fyrir sérkennilegri upplifun. Komið var til okkar kennaranemanna nánast í hverjum einasta skóla og við spurð út í hvað við værum að hugsa með því að leggja kennslu fyrir okkur, þetta væri svo vanþakklátt og illa launað starf. Samkennari föður míns lýsti ástandinu varðandi ráðningar í störf kennara í góðærinu þannig að ef umsækjandi væri með lífsmörkum var hann ráðinn. Í dag segir hann þetta hins vegar hafa snúist við því nú er hægt að velja úr tugum manna. Fyrir síðustu vettvangsheimsóknina velti ég því fyrir mér hvort þetta viðhorf hafði breyst eftir að fjármálakreppan skall á. Mér finnst ég greina á viðhorfum að fólk meti örugg störf hjá hinu opinbera meir en áður. Þær fimm vikur sem ég var í vettvangsnámi varð ég aldrei vör við þetta fyrra viðhorf. Ég vona að þetta kreppuástand hafi þau áhrif að kennarastarfið nái þeirri virðingu sem það á skilið innan þjóðfélagsins.

Ég geri mér grein fyrir því að þrátt fyrir að ég hafi fengið frábær tækifæri til að þróa og þroska starfskenningu mína hingað til þá komi ég til með að halda þeirri þróun áfram í starfi mínu. Ég velti því jafnframt fyrir mér hvort það sé ekki nauðsynlegt í kennslu, að ígrunda og þróa sig í starfi. Sjá má áherslur á þessa leið bæði í reglu númer sex og tólf í siðareglum Kennarasambands Íslands. Í reglu númer sex er talað um að kennari þurfi að viðhalda og auka starfshæfni sína og fylgjast með umbótum og nýjunum í skólamálu. Í reglu númer tólf er lögð áhersla á faglegt samstarf kennara og að þeir þurfi að taka þátt í að marka og móta stefnu daglegs skólastarf

(Siðareglur Kennarasambands Íslands, 2005). Ég hlakka til að sjá hvernig viðhorf og kennsluuppbygging verður í þeim skóla sem ég kem til með að vinna við. Einnig verður forvitnilegt að sjá hvernig áhrif það kemur til með að hafa á mig sem kennara.

## Nemendamiðaðir kennsluhættir

Í þessum kafla kem ég til með að skoða út frá kennslufræðilegum sjónarmiðum hvaða lærdóm má draga af þeirri námsreynslu sem ég hef öðlast hingað til og hvernig það tengist nemendamiðuðum kennsluháttum. Hvernig sú reynsla hefur sannfært mig um að með nemendamiðuðum kennsluháttum geti ég betur skapað námsaðstæður sem hjálpa nemendum mínum að dýpka skilning sinn á stærðfræði og gera þá sjálfstæðari í þekkingaleit sinni. Nemendamiðaðir kennsluhættir miða að því að mæta þörfum nemenda og stýra kennslunni þannig að þekkingaleit þeirra stefni í átt að settu markmiði. Í mínum huga er það markmið að nemendur öðlist djúpan skilning á stærðfræðinni. Ég geri tilraun til að útskýra hvað felst í nemendamiðuðum kennsluháttum og ræði nánar ákveðna hluti sem eiga það sameiginlegt að tengjast eigin námsupplifun.

## Námsumhverfi

Hús fyrir nemendur í hentugri stærð er gott dæmi um það hvað hægt er að gera til þess að nemendum líði vel í námsumhverfi sínu og að það sé sniðið út frá þörfum þeirra. Skólastofan er vinnustaður þeirra og við vitum flest að okkur líður vel á vinnustað þar sem hugsað er um velferð starfsmanna. Námsumhverfið þarf jafnframt að styðja vel við það nám sem ætlast er til að þar fari fram (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 81). Því er eðlilegt að umhverfið sýni glögglega merki þess að þar sé unnið að því að skilja og dýpka skilning sinn á stærðfræði.

Í sumum skólum hafa verið útbúnar sérstakar stærðfræðistofur þar er mikið lagt upp úr því að gera umhverfið þannig að stærðfræði viðfangsefni sé að finna hvert sem litið er. Umhverfið á að vera spennandi og veita fjölmörg tækifæri til að gera rannsóknir og athuganir í stærðfræði. Þannig mætti hugsa sér að þar væri að finna námsgögn, ýmiss konar hlutbundin gögn, skáldsögur með stærðfræðilegu ívafi, listaverk sem sýna stærðfræðina í listinni og hreinlega allt sem nemendum og kennurum dettur í hug að tengist stærðfræði. Einnig er eðlilegt að hafa verk nemenda sýnileg í slíkum stofum því umhverfið er útbúið með þarfir þeirra í hug.

Ég hef komið inn í margar skólastofur í gegnum tíðina og finnst alltaf jafnleiðinlegt þegar ekki er hugsað um að umhverfi nemenda sé snyrtilegt. Í stærðfræðistofum er

mikið um að vera og er því mikilvægt að snyrtilega gengið frá öllu. Það kennir líka nemendum að bera virðingu fyrir þeim gögnum og þeirri vinnu sem þarf fer fram. Það að læra stærðfræði felur í sér þekkingaleit, tengslamyndun, umræðu, stærðfræðitákn og réttlætingu (Carpenter, Franke og Levi, 2003, bls. v). Umhverfi nemenda ætti því að styðja við og sýna alla þessa þætti.

### **Kennslugögn**

Hér framar lýsi ég glæsilegu kennslugagnasafni í einum af þeim skólum sem ég heimsótti í vettvangsnámi mínu. Ég komst að því að fáir kennarar skólans vissu um tilvist þessa magnaða kennslugagnasafns og að þess vegna var það ekki nógu mikið notað af nemendum. Ég velti því líka fyrir mér hvort sum kennslugögn eigi frekar heima inni í skólastofunni sjálfri en í sérstöku kennslugagnasafni. Til þess að nemendur geti notað kennslugögn til að dýpka skilning sinn á þeim viðfangsefnum sem þeir eru að kljást við hverju sinni þá verða þeir að geta haft gögnin við höndina (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 44). Í raun má segja að það er ekki nóg að eiga hlutina, kennarinn verður að þekkja notagildi þeirra og nemendur að nota þá svo þeir komi að gagni.

Þegar hér er komið við sögu langar mig að benda á að höfundar bókarinnar *Making Sense* telja rétt að horfa á hugtakið kennslugögn út frá mun víðara sjónarhorni en hingað til hefur tíðkast. Þeir telja að umræðu, hlutbundin gögn, stærðfræðitákn og þá hæfileikar sem nemendur búa þegar yfir megi allt telja til kennslugagna (Hiebert o.fl., 1997, bls. 53). Hér á undan notaði ég hugtakið kennslugögn eingöngu um hlutbundin gögn og tæki og sýnir það glögglega hvernig mér sjálfri er tamt að hugsa um kennslugögn. Mér finnst skilgreining þeirra á kennslugögnum merkileg að því leyti að ég held að fæstir hafi hugsað um hugtakið á jafnvíðu sviði og þessir ágætu fræðimenn gera. Ég held að það sé okkur líka hollt að skoða kennslugögn út frá þessu sjónarhorni. Það sýnir vel mikilvægi þess að lögð sé rækt við umræðu í kennslu og að hæfileikar nemenda séu virkjaðir.

Kennarar þurfa að gera sér grein fyrir því að skilningur sem myndast í gegnum vinnu með kennslugögn og fyrir möguleikum á notkun þeirra er hvort tveggja árangur þess að nemendur noti þau við vinnu sína. Þá er ekki sjálfgefið að sami skilningur myndist hjá tveimur nemendum sem jafnvel sitja hlið við hlið og vinna saman. Það getur verið

að annar þeirra nái alls ekki að mynda skilning í gegnum tiltekin kennslugögn á meðan samnemandi hans nær að dýpka skilning sinn. Kennarar verða að gera sér grein fyrir að kennslugögn eru engan veginn óbrigðul hjálpartæki í kennslu því nemendur geta gert sömu villur með og án þeirra (Hiebert o.fl., 1997, bls. 54-56). Því er mikilvægt að kennarar skilji hvenær gögn hjálpa nemendum og hvenær ekki (Van de Walle, 2007, bls. 30). Nái nemendur að skilja notkunarmöguleika kennslugagna geta þeir jafnvel leyst verkefni sem eru utan getusviðs þeirra. Þannig geta þeir t.d. teiknað svar við verkefni þrátt fyrir að hafa ekki skilning á fjöldanum sem fram kemur á myndinni né hugtak til að tjá hann (Jónína Vala Kristinsdóttir, 2003, bls. 107). Kennslugögn geta þannig auðveldað nemendum að hafa stjórn á hugsunum sínum, ræða um stærðfræði og útskýra lausnir sínar.

Hér á undan sést að ekki má gleyma því að vel má hugsa sér myndir og teikningar sem kennslugögn. Ég hef sjálf reynslu af því að nota teikningar í námi mínu og veit að góð mynd segir oft meira en mörg orð. Þetta á ekki síður við í stærðfræðinámi en tannsmíðanámi. Í stærðfræði eru tölulegar upplýsingar oft settar fram með myndriti. Nemendur verða að læra að nota slík myndrit til að geta lesið úr þeim þær tölulegu upplýsingar sem þau hafa að geyma. Það er í raun alveg sama hvaða þætti stærðfræðinnar er fengist við, oftast er hægt að tákna það á myndrænan hátt. Ég hafði til að mynda ekki gert mér grein fyrir því fyrr en í Kennaraháskólanum hve algebra og mynstur eru tengd órjúfanlegum böndum. Ég tel að kennarar megi ekki gleyma kraftinum sem liggur í myndum. Því get ég vel hugsað mér að nemendur noti teikningar sem skráningarform fyrir þá hugsun sem skapast með aðstoð kennslugagna. Með teikningum er líka hægt að færa upplýsingar um notkun kennslugagna yfir á myndrænt form þannig að nemendur þurfi ekki alltaf að hafa hlutbundin gögn við höndina.

### **Opnar spurningar**

Í grjónadúkkudæmi mínu frá því í leikskóla sést mjög greinilega hvað það skiptir miklu máli að kennari stoppi við og hugsi út í það hvernig best er að nálgast nemendur út frá forsendum þeirra. Í mínu tilfelli skammaði leikskólakennarinn mig ekki fyrir að fara á undan hinum í hópnum og óhlýðnast þannig heldur skammaði hann mig fyrir að eyðileggja eitthvað sem virkar vel enn þann dag í dag. Með þessu

setti hann mig út af laginu og sýndi mér í raun vanvirðingu, væntanlega án þess að hafa gert sér grein fyrir því. Áhrifin voru engu að síður þau að ég fór að efast um að ég hefði gert þetta rétt, fékk samviskubit og leið illa yfir þessu lengi á eftir. Ef hann hefði stoppað við og spurt opinnar spurningar eins og „*hvers vegna gerir þú þetta svona?*“, þá hefði hann eflaust komist að því að ég hélt áfram af því að ég vissi hvernig ég vildi framkvæma næsta skref. Ég var búin að skipuleggja það í huga mér og hefði þar af leiðandi getað rökstutt það.

Samkvæmt Ingvari Sigurgeirssyni hafa opnar spurningar ákveðna kosti fram yfir þær lokuðu og eru þeir meðal annars fólgnir í því að þær gefa færi á fleiru en einu „réttu“ svari og jafnvel mjög fjölbreyttum svörum. Svör við þeim krefjast hugmyndaflugs, rökhugsunar og ekki síst innsæis (Ingvar Sigurgeirsson, 1998, bls. 14). Eitt af einkennum námsbókastýrðrar kennslu má segja að séu lokaðar spurningar, spurningar sem gefa einungis færi á einu réttu. Ingvar komst að því í doktorsverkefni sínu að einungis var spurt rúmlega einnar opinnar spurningar í hverri kennslustund (Ingvar Sigurgeirsson, 1992, 275). Þá má benda á að huganlega getur talist óeðlilegt að flokka svör sem annað hvort rétt eða röng en þau geta svo sannarlega talist misgóð (Ingvar Sigurgeirsson, 1998, bls. 14). Í siðareglum Kennarasambands Íslands, reglu númer tvö, kemur fram að kennara beri að sýna sérhverjum einstaklingi virðingu, áhuga og umhyggju (Siðareglur Kennarasambands Íslands, 2005). Opin spurning eins og „*hvers vegna gerir þú þetta svona?*“ sýnir hvernig opnar spurningar geta hugsanlega haft áhrif á það andrúmsloft sem skapast í skólastofunni og það hvort nemendur fái tækifæri til að láta ljós sitt skína út frá forsendum sínum. Þá eiga opnar spurningar ekki síst rétt á sér ef markmið kennslunnar er að þjálfa rökhugsun, hugmyndarflug og innsæi.

Að nokkru leyti má segja að þarna hafi mér verið gert ljóst að sjálfstæði í skóla væri ekki leyfilegt nema innan ákveðinna marka. Ég tel að við ættum frekar að fagna sjálfstæði nemenda og virkja þá til að sýna það sem oftast í verki sínu. Því sjálfstæði hjálpar þeim í áframhaldandi námi og í lífinu sjálfu. Einnig mætti lesa úr viðbrögðum leikskólakennarans að hún var að vanmeta hæfni mína og getu til þess að skipuleggja framkvæmd verkefnisins. Þetta er kannski ekki skrytið þar sem ég var bara í leikskóla, en slíkt viðhorf er varasamt. Má í því sambandi benda á að Mozart samdi sitt fyrsta tónverk aðeins 5 ára að aldri (Sadie, 2009, bls. 2). Ég vil taka það fram að

ég er ekki að líkja hæfileikum mínum við hæfileika Mozarts heldur benda á að við getum ekki útilokað fyrirfram að nemendur hafi það sem til þarf. Þetta er hægt að koma í veg fyrir með því að temja sér það að spyrja opinna spurninga.

Til þess að nemendur læri að fara rétt með táknmál stærðfræðinnar. Langar mig að benda á þá leið að kennari kynni nemendum táknmál stærðfræðinnar sem leið til að tákna á einfaldan og auðveldan hátt þá niðurstöðu sem þeir komust að í gegnum hlutbundna vinnu. Þannig getur kennarinn betur tryggt að nemendur skilji og geti notað táknmál stærðfræðinnar rétt (Hiebert o.fl., 1997, bls. 57). Skilningur á táknmálinu verður þá eins og viðbót við það sem nemendur hafa þegar komist að með notkun kennslugagna. Þetta er æskilegri leið en að nemendur sé kynntir fyrir stærðfræðitáknum án þess að hafa fyrirmynd úr verkefnum sem þeir hafa þegar leyst. Þá leið telja Hiebert og félagar erfiðari fyrir nemendur og að líklegra sé að nemendur myndi sér ranga þýðingu á stærðfræðitáknum.

### **Verðug verkefni**

Viðfangsefni í stærðfræðikennslu þurfa að vera einhvers virði og vera þannig úr garði gerð að nemendur okkar sjái tilgang í því að leysa þau (Hiebert o.fl., 1997, bls. 19). Kennari sem þekkir nemendur sína og áhugamál þeirra getur tengt viðfangsefni kennslunnar við áhuga þeirra. Verkefni sem eru áhugaverð eru vel til þess fallin að gæða kennsluna og stærðfræðina lífi. Þau þurfa að reyna á mismunandi hæfileika allra nemenda í nemendahópnum og opna augu þeirra fyrir notagildi stærðfræðinnar (Armstrong, 2000/2001, bls. 14). Í síðasta vettvangsnámi mínu gerði ég mér grein fyrir mikilvægi þess að virkja og leggja rækt við félagslega þátt kennslunnar, því það gæti hjálpað mér til að velja verðug verkefni fyrir nemendur mína. Verðug verkefni og áhrifin sem þau hafa til að opna augu nemenda fyrir möguleikum og notagildum stærðfræðinnar ættu að reynast kennurum gagnleg í baráttunni fyrir jákvæðu viðhorfi til stærðfræðináms.

Opin verkefni eru viðfangsefni sem mismunandi nemendur geta leyst á eigin forsendum. Því meira sem nemendur kunna í stærðfræði því flóknari aðferðir nota þeir til að leysa viðfangsefnið (Van de Walle, 2007, bls. 104). Eitt helsta markmið nemendamiðaðrar kennslu er að nemendur vinni út frá eigin forsendum við að dýpka skiling á viðfangsefnum stærðfræðinnar. Nemendur þurfa því alltaf að velja þá leið

sem hentar þeim hverju sinni. Við getum haft áhrif á þá leið sem valin er en þá þarf að fara varlega því nemendur mega ekki fá þá tilfinningu að sú leið sé æskilegri en aðrar (Hiebert o.fl., 1997, bls. 9). Með því að hafa verkefnin opin og leyfa nemendum að velja þær lausnaleyðir sem henta þeim hverju sinni er tryggt að nemendur vinni á eigin forsendum.

Þegar ég var í áfanganum stærðfræðinám, rannsóknir og þróun var þetta dæmi lagt fyrir. Sigga á 10 hunda, íslenska fjárhunda og „Labrador“ hunda. Á sunnudögum fá þeir hundakex. Labradorinn étur 6 hundakex í einu en íslenski hundurinn lætur sér nægja 5 kex. Í lok veislunnar eru þeir búnir með 56 kex samtals. Hve marga íslenska hunda á Sigga og hve marga Labrador hunda? Í fyrstu vorum við látin leysa þetta verkefni á forsendum okkar að því loknu ræddum við þær lausnaleyðir sem fram komu í hópnum. Kennari námskeiðisins sýndi hvernig nemendur í 2. bekk höfðu leyst sama verkefni á forsendum sínum. Lausnaleyðir þessar hópa voru mjög ólíkar en allar góðar og gildar og gáfu sömu niðurstöðuna. Sjálf leysti ég verkefnið með því að setja upp jöfnu með tveimur óþekktum stærðum. Mér fannst skemmtilegt að sjá hve einfaldar leiðir grunnskólanemendanna voru og hvað þær voru ólíkar minni. Ein þeirra var á þessa leið; þeir tóku fimmtíu kex og röðuðu á 10 hunda þá voru 6 kex eftir. Röðuðu nemendurnir þá því sem eftir var á hundana. Þannig fundu þeir að Labrador hundarnir voru 6 talsins og þeir íslensku 4.

Ég set dæmið hér að ofan inn til að sýna fram á hvað ég á við þegar ég tala um opið verkefni. Þannig er hægt að hugsa sér að nemendur sem telja mætti góða í stærðfræði væru látnir kafa dýpra í verkefni heldur en slakir nemendur. Ég tel nauðsynlegt að kennarar geri nemendum grein fyrir því að það má alltaf læra meira og gera betur. Í nemendamiðaðri kennslu er mikilvægt að allir nemendur læri hvernig þeir geta nálgast viðfangsefni stærðfræðinnar eins og stærðfræðingar. Í fyrsta lagi þurfa nemendur að skilja það vandamál sem verkefnið felur í sér. Í öðru lagi þurfa þeir að láta sér detta einhverja leið í hug til að leysa vandann. Í þriðja lagi nota þeir þá leið sem fyrir valinu varð til að leysa verkefnið. Í fjórða og síðasta lagi þurfa þeir að líta til baka og athuga hvort niðurstaða þeirra eigi við rök að styðjast, þ.e. prófa niðurstöðuna (Mason, 1999, upphafssíða). Vinnuaðferð sem þessi getur svo nýst þeim til að leysa hvaða vandamál sem er hvort sem það tengist stærðfræði eða einhverju öðru.



## Samstarf nemenda, umræða og hópastarf

Til þess að kennari sé í stakk búinn til að átta sig á hvernig nemendur skilja viðfangsefni sín og hvað þeir þurfa til að halda sig á réttri leið í átt að settum markmiðum getur kennari meðal annars ýtt undir samstarf og umræðu nemenda. Ráðlegging sem viðtökukennari minn gaf nemendum sínum „spyrja einn, spyrja tvo, spyrja mig svo“, á vel við (Stefán Helgi Stefánsson, munnleg heimild, 2009). Hún felur í sér að kennarinn vill helst að nemendur leysi vandann sín á milli. Ef það gengur ekki þá mega þeir að sjálfsögðu ráðfæra sig við hann. Þetta ýtir undir að nemendur leiti ráða hver hjá öðrum í stað þess að leita beint til kennarans. Með því að gera nemendur meira sjálfbjarga gefst kennaranum færi á að hlusta eftir því sem skiptir máli við þær ákvarðanir sem hann þarf að taka til að geta stýrt kennslunni.

Í stærðfræðinámi mínu hvort sem það var í grunnskóla eða framhaldsskóla tók ég oft að mér það hlutverk að útskýra dæmi sem ég skildi fyrir samnemendum mínum sem ekki skildu. Hins vegar var það ekki alltaf auðvelt og man ég eftir því að hafa rætt það við föður minn. Þá sagði hann nokkuð sem hefur verið mér ofarlega í huga í gegnum kennaranám mitt. Hann sagði að ég lærði ekki síður af því að þurfa að útskýra fyrir öðrum. Ég fann að hann hafði nokkuð til síns máls og eftir þetta hætti ég að færast undan því að útskýra fyrir öðrum. Þegar það var erfitt minntist ég orða hans og gaf mig ekki fyrr en ég hafði útskýrt á viðunandi hátt. Mig langar að nemendur mínir kynnist því hvað það skiptir miklu máli að útskýra það sem þú skilur fyrir öðrum. Oft tekst nemendum líka betur upp en kennaranum að útskýra fyrir samnemendum sínum. (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 136). Ég er jafnframt viss um það að ég á eftir að endurskoða margt um eigin þekkingu á stærðfræði og þróa hana enn frekar þegar ég fer að kenna í framtíðinni.

Allir nemendur geta lært hver af öðrum um það hvernig þeir hugsa, skilja og leysa verkefni sín. Í samstarfi læra nemendur að bera virðingu hver fyrir öðrum og koma fram af virðingu (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 136). Ég veit af eigin reynslu að hægt er að læra heilmikið af samstarfi um eigið ágæti, hvernig hæfileikar mínir eru líkir og hvernig þeir eru frábrugðnir hæfileikum samnemenda minna. Einnig þarf að gera nemendum það ljóst að engin spurning er svo vitlaus að hún eigi ekki rétt á sér. Það gefur líka nemendum meira að koma fram með snjallar lausnir sem samnemendur

þeirra samþykkinga heldur en að kennarinn samþykki þær (Jónína Vala Kristinsdóttir, 2003, bls. 77). Þannig er ég sannfærð um að samvinna er gagnleg í baráttu við ýmis félagsleg vandamál í skólum (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 136).

Hlutverk kennara í umræðu er að stjórna henni og taka saman það helsta að henni lokinni. Hann þarf að gæta þess að nota orð nemenda því umræðan er og á fyrst og fremst að vera þeirra. Í öllu sem kennarinn gerir skiptir mestu máli að nemendur upplifi aldrei að þeir eigi að víkja frá eigin leiðum (Hiebert o.fl., 1997, bls. 9). Nemendamiðuð kennsla snýst um að styðja við þekkingaleit nemenda sem byggist á fyrri þekkingu og styrkleikum þeirra. Slík kennsla býður upp á mörg tækifæri til að nemendur þroskist í félagi við aðra og ætti því að veita fleirum tækifæri til að dýpka skilning sinn á stærðfræði (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 138).

Villur í stærðfræði á að nýta í kennslu, skoða hvað fór úrskeiðis og hvernig hægt er að læra af þeim. Kennari þarf að stýra kennslu sinni þannig að nemendur fái tækifæri til að sjá hvað þeir geta lært af þeim villum sem þeir eða samnemendur þeirra gera og sjá leiðir til að nota þær til að bæta þekkingu sína. Þá þarf líka að benda nemendum á að þegar maður er algerlega fastur í vinnu sinni getur verið gott að líta aðeins upp. Gera jafnvel eitthvað annað stutta stund því að í millitíðinni heldur hugurinn áfram að vinna og oftast en ekki gengur dæmið upp næst þegar litið er á það. Gott er fyrir kennara að benda nemendum sínum á að slíkt þekkja stærðfræðingar og nýta oft í vinnu sinni. Að lokum má benda á að það að giska á lausn viðfangsefnis getur talist aðferð. Slíkt ferli krefst hugmyndarflugs og rökhugsunar. Ágiskun má svo nota til að vinna út frá og prófa sig áfram í átt að rökréttri niðurstöðu.

Hópastarf á heima í stærðfræðikennslu sem og allri kennslu. Í hópvinnu læra nemendur samvinnu og þannig er hægt að styrkja þá til þátttöku á vinnumarkaðnum (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 136). Nemendum gefst færi á að læra heilmikið um sjálfa sig og eigin hæfileika í gegnum hópavinnu. Þeir læra að nota styrkleika sína og vinna með veikleika sína. Einnig læra þeir hvernig þeir geta komið skoðunum sínum á framfæri innan hópsins. Stundum getur verið erfitt að vinna í hóp en slíka erfiðleika þarf að nota til að læra af þeim. Hafa ber í huga að kennari getur þurft að kenna nemendum að leggja sitt af mörkum í hóp og starfrækja það hlutverk sem þeim er ætlað innan hópsins. Einnig getur skipt máli að nemendur fái að prófa sig áfram í

mismunandi hlutverkum innan hópsins (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 136. Í gegnum samvinnu, hópastarf og umræðu læra nemendur að sameina krafta sína til að finna sameiginlegar lausnir.

## **Hlutverk kennara**

Fagleg ábyrgð kennara í starfi er stór hluti starfs þeirra. Kennari þarf stöðugt að taka mið af mismunandi þörfum nemenda sinna, geta greint hverjar þær eru og hvernig hægt er að bregðast við þeim á faglegan hátt. Hann þarf jafnframt að hafa heilmikið vald á því efni sem hann kennir og búa yfir árangursríkum leiðum til að kenna það. Hann þarf sífellt að þróa sig og bæta í starfi til að vera sem best í stakk búinn til að mæta þörfum nemenda (Rúnar Sigþórsson, 2005, bls. 117). Í eftirfarandi kafla tek ég fyrir nokkur þau atriði sem ég tel skipta máli til að kennari geti starfrækt hlutverk sitt með sóma. Ég ræði hvernig kennari getur rannsakað eigið starf í þágu nemenda, samstarf við aðra kennara, afstöðu kennara til námsgagna og að lokum námsmat.

## **Rannsóknir í starfi**

Á síðustu árum hafa verið gerðar margar rannsóknir á því hvernig best er að kenna nemendum stærðfræði á árangursríkan hátt. Kennarar þurfa að vera kunnugir því sem fram kemur í þessum rannsóknum og sjá leiðir til að nýta þær til að bæta starf sitt í þágu nemenda. Kennari sem vinnur að því að breyta kennslu sinni þarf að vinna faglega að slíkum breytingum og því er ekki nóg að vita hvað rannsóknir á sviði stærðfræðikennslu hafa leitt í ljós. Kennari verður að skoða hvaða áhrif kennsla, kennslugögn og verkefni hafa á nám nemenda, hvort námið skili settum markmiðum og hvernig er æskilegt að stýra því á faglegan hátt.

Kennari verður líka að skoða eigin kennslu með gagnrýnum augum. Í bókinni *Researching Your Own Practice* talar höfundurinn John Mason um það að til þess að kennarar séu í stakk búnir til að taka eftir mikilvægum þáttum sem auðvelda honum að leiðrétta kennslu sína jafnóðum, þarf hann fyrst og fremst að læra að auka meðvitund sína í starfi. Hann þarf að hafa augu og eyru opin fyrir þeim möguleikum sem upp koma í kennslunni og sjá þau tækifæri sem þeir veita fyrir kennsluna (Mason, 2002, bls. I). Við þurfum að læra að halda ofarlega í meðvitund okkar því sem getur nýst okkur hverju sinni. Öll munum við eftir að hafa framkvæmt hluti á

annan hátt en við upphaflega ætluðum af því við mundum ekki hvað það var sem við vorum búin að hugsa fyrir. Kennarar þurfa því að halda meðvitund sinni opinni til að geta brugðist við á æskilegan hátt hverju sinni.

Ekki er nóg að vera meðvitaður um stund og stað í kennslu. Í raun má segja að til þess að ná því markmiði að nemandi öðlist djúpan skilning, þarf kennarinn stöðugt að skoða kennslu sína og það hvernig nemendur skilja það sem unnið er að hverju sinni. Hann þarf að hlúa að og styðja við stærðfræðilega hugsun nemenda (Mason, 2002, bls. I). Það er auðvelt að vinna með nemendum sem finnst gaman að vinna að og læra stærðfræði. Nemendum sem gengur illa að læra stærðfræði hafa samt sama rétt og hinir. Þegar kennarar rannsaka starf sitt auðveldar það þeim að tryggja að kennslan nýtist öllum nemendum til að dýpka skilning sinn.

Það getur verið gott fyrir kennara að taka kennslu sína upp á myndband. Þannig getur hann og skoðað þá hluti sem honum er ómögulegt að meðtaka í kennslunni sjálfri. Myndbönd geta gefið gagnlegar upplýsingar sem annars hefði ekki verið unnt að afla (Stigler og Hibert, 1999, bls, 9). Þá getur verið gott að fá samkennara til liðs við sig til að skoða kennsluna. Þannig getur kennari fengið annað og væntanlega óháð álit fagaðila. Brot úr kennslumyndböndum getur kennari svo notað til að rökstyðja fyrir sér og öðrum kennslu sína og áhrif hennar.

Í raun má segja að tilgangur rannsókna í starfi sé að skoða hvernig nemendur öðlast þekkingu, hvað felst í þekkingu þeirra og hvað ýtti undir þekkingu þeirra? Hvernig kennarinn hefur áhrif á þá þekkingu sem nemendur öðlast í kennslu og þá sérstaklega hvernig viðhorf hans og eigin þekking skipta máli (Jaworki, 1994, bls. 12)? Allt eru þetta mikilvægar spurningar sem kennari þarf að leita svara við til að styðja þekkingaleit nemenda sinna svo hún skili þeim markmiðum sem hann hefur sett hverju sinni.

### **Samstarf um kennslu**

Erfitt er fyrir kennara að breyta kennsluháttum sínum úr því sem þeir þekkja og kunna og yfir í nemendamiðaða kennslu sem þeir hafa takmarkaða reynslu af. Æskilegt er að skólustjórnendur, samkennarar og foreldrar séu hafðir með í ráðum þegar slíkt er gert. Þegar miklar breytingar eiga sér stað er óhjákvæmilegt að upp komi stundir þar sem

kennari efast um að kennslan skili þeim markmiðum sem henni hafa verið sett (Carpenter, Fennema, Franke, Levi og Empson, 2003, bls. x). Þá gildir það sama og um samstarf nemenda og kennara, betur sjá augu en auga og því er gagnlegt að fá faglegt álit annars kennara. Umræða þeirra getur líka hjálpað báðum aðilum við að bæta faglega þekkingu sína og þróa starf sitt.

Kennslan virðist stundum ganga hægt fyrir sig þar sem kennsluhættir eru nemendamiðaðir og stundum getur liðið drjúg stund áður en nemendur ná að skilja viðfangsefnið. Þegar nemendur eru vinna að því að þroska skilning sinn og dýpka er ekki hægt að flýta því ferli. Kennari verða að tryggja að nemendur fái þann tíma sem þeir þurfa hverju sinni (Boaler, 1999, bls. 270). Líta má svo á að þessi tími vegi upp á móti þeim gríðarlega tíma sem fer í að endurtaka útreikninga margra dæma af sömu gerð í kennslu sem miðar að því að nemendur þjálfri reikning. Ef það markmið að nemendur dýpki skilning sinn næst með því að gefa þeim þann tíma sem þeir þurfa og þeir öðlist betri þekkingu heldur en með því að þjálfra reikning. Hvað liggur okkur þá á?

Ég hef tekið þátt í umræðu við kennara og aðstandendur nemenda sem finnst þeir verða að kenna nemendum ákveðnar aðferðir til að þeir geti hjálpað þeim í stærðfræði. Þeir upplifa kennslu í skólum þannig nemendur læri ekkert. Þess vegna tel ég mikilvægt að kennarar fái alla aðila í lið með sér þegar kennsluháttum er breytt. Telji kennarar og aðstandendur að kenna þurfi nemendum einhverja tiltekna aðferðir vil ég benda á að ekki er sama hvernig að því er staðið. Nemendur sem eru að byggja upp skilning sinn eru viðkvæmir fyrir áreiti og því er auðvelt að hafa áhrif á og jafnvel eyðileggja þekkingaleit þeirra (Jónína Vala Kristinsdóttir, 2003, bls. 78-79). Nemendur mega ekki fá þá tilfinningu að leiðir þeirra séu síðri en þær sem þeim eru kynntar. Þetta þarf kennari að gera aðstandendum ljóst svo þeir trufla ekki það ferli sem nemendur þurfa að ganga í gegnum til að dýpka skilning sinn.

Ávallt er hægt að bæta árangur í skólastarfi með samvinnu þeirra aðila sem að skólastarfinu koma (Rúnar Sigþórsson, 2005, bls. 54). Í því sambandi langar mig að benda á leið sem Japanir hafa notað með góðum árangri. *Lesson study* er rannsókn á kennslu eða rannsóknarhringur þar sem kennarar hjálpast að við að ákveða kennslu á tilteknu viðfangsefni, rannsaka kennsluna, greina hana og endurskoða (Lewis, 2002,

bls.1). Þetta er gert með það fyrir augum að kennslan skili settum markmiðum og nýtist nemendum sem best. Þannig sameinast kennarar um að skapa sér starfsþróunarumhverfi sem þeir nota til að bæta kennsluhætti sína og þróa sig í starfi. Í Japan er *Lesson study* framkvæmd á skólatíma með nemendum og kennurum skólans. Þar eru reyndar nýjar kennsluaðferðir, túlkað í sameiningu, hvernig þeim skuli beitt og við hvaða aðstæður. *Lesson Study* getur styrkt kennara og rofið einangrun þá sem margir kennarar upplifa í starfi sínu (Ideas for Establishing Lesson-Study Communities, 2004, bls. 438).

Gott samstarf er eitt af grundvallaratriðum nemendamiðaðrar kennslu. Kennari þarf að útskýra fyrir aðstandendur og fá þá til að treysta því að nemendamiðuð kennsla sé raunhæf leið til þess að nemendur öðlist dýpri skilning á viðfangsefnum stærðfræðinnar. Kennari þarf að nota félagsfærni sína til að nálgast nemendur og kynnast þeim. Þannig sýnir kennari nemendum að honum sé annt um velferð þeirra og fær þá til að treysta því að hann sé að aðstoða þá á þann hátt sem hann telur að komi til með að nýtast þeim best í framtíðinni.

### **Námsgögn**

Í meistaraverkefni Lasse Savola lýsir hann íslenskum kennslustundum þannig að í um það bil helmingi þeirra virðist kennslan vera kennarastýrð með áherslu á þátttöku nemenda. Í hinum helmingi kennslustundanna vanti algerlega að kennari kenni nemandahópnum í staðin vinna nemendur í kennslubókum sínum og kennslan fer fram milli kennara og hvers nemanda fyrir sig (Savola, 2008, bls. 185-186). Merkilegt er að skoða að lýsing Savola á kennslubókarnotkun í stærðfræðikennslu á Íslandi er mjög í takt við það sem fram kemur í nærri 20 ára doktorsverkefni Ingvars Sigurgeirssonar. Þar lýsir hann kennslu íslenskra kennara sem kennslubókarkennslu þar sem kennari er í hlutverki þess sem spyr spurninga og útteilir verkefnum. Hann telur kennara treysta óhóflega á námsgögn hvað varðar kennsluaðferðir og innihald kennslunnar (Ingvar Sigurgeirsson, 1992, bls 274).

Ef tekið er mið af rannsóknum Lasse Savola og Ingvars Sigurgeirssonar virðist íslenskum kennurum hætta til að láta námsbækur stjórna kennslu sinni. Því tel ég gríðarlega mikilvægt að kennarar taki faglegar ákvarðanir þegar kemur að námsgögnum og falli ekki í þá gryfju að láta námsgögn stjórna kennslu sinni. Í

doktorsverkefni Ingvars Sigurgeirssonar kemur einnig fram að ákveðin krafa sé um að námsbækur stjórnari kennslu sérstaklega í stærðfræði. Slíkur þrýstingur getur komið frá samkennurum, foreldrum og jafnvel nemendum (Ingvar Sigurgeirsson, 1992, bls. 276-277). Námsfni eru nauðsynleg í kennslu en það er jafnframt nauðsynlegt að kennarar nýti það á skynsamlegan hátt fyrir nemendur sína.

Eðlilegt er að kennari skoði námsefni og kennsluleiðbeiningar gaumgæfilega með markmið aðalnámskrár grunnskóla og það markmið að nemendur öðlist djúpan skilning á viðfangsefnum stærðfræðinnar að leiðarljósi. Benda má á að oft er námsefni samið sérstaklega með ákveðin markmið í huga, t.d. markmið aðalnámskrár. Kennari verður samt alltaf að skoða gildi þess fyrir eigin kennslu. Mikið er til af útgefnum námsefni á veraldarvefnum, bókasöfnum og hjá námsgagnastofnun. Æskilegt er að kennarar séu vel meðvitaðir um flest það efni sem gefið hefur verið út í stærðfræði á Íslandi. Kennarar þurfa að gera sér grein fyrir að mistök geta fundist í námsefni og er rétt að leiðrétta það við nemendur (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, Bls. 35). Þegar teknar eru ákvarðanir um hvaða námsefni skuli keypt í skólum er æskilegt að kennarar hafi kynnt sér það efni sem stendur til boða og láti faglegt álit sitt í ljós (Ingvar Sigurgeirsson, 1999, Bls. 34).

## **Námsmat**

Í aðalnámskrá grunnskóla í stærðfræði segir að jákvætt viðhorf til stærðfræði sé eitt af markmiðum stærðfræðikennslu og tilgangur námsmats sé meðal annars að fylgjast með hvernig nemendum gengur að ná því markmiði. Einnig skal byggja námsmat á þeim kröfum sem koma fram í markmiðum aðalnámskrár og þá sér í lagi áfangamarkmiðum (Aðalnámskrá grunnskóla: Stærðfræði, 2007, bls. 10). Námsmat þarf jafnframt að vera í takt við kennsluhætti og markmið kennara með kennslu sinni. Það þarf að gefa kennurum, foreldrum og nemendum upplýsingar um hvernig skuli haga áframhaldandi kennslu til að hægt sé að ná settum markmiðum.

Námsmat þarf að vera í takt við kennsluhætti, styðja nemendur í þekkingaleit sinni og veita kennara tækifæri til að skoða það sem hann þarf að vita til að hann geti skipulagt kennsluna út frá niðurstöðum námsmatsins. Kennari þarf þess vegna að nota fjölbreyttari leiðir en einungis skrifleg próf til að meta kennsluna. Hingað til hefur námsmat verið nokkuð bundið skriflegum prófum. Í nemendamiðari kennslu þar sem

kennsla kennara miðast að því að styðja nemendur í þekkingaleit sinni er ekki nóg meta kennsluna einungis út frá skriflegum prófum. Það veitir hvorki kennara né nemendum nægjanlegar upplýsingar til að styðja við þekkingaleit nemenda.

Námsmat þarf að gefa nemendum færi á að njóta sín og í námskránni er lögð áhersla á að þar komi fram hvað hann getur en síður það sem hann getur ekki. Nemendum eiga einnig að vera ljósar forsendur námsmats og segir þetta kennurum að þeir þurfa ávalt að gera nemendum markmið kennslunnar ljós. Þá þarf námsmat að vera nægilega fjölbreytt til að skoða mismunandi hæfni nemenda, s.s. eins og kunnáttu, færni, skilning, getu til að greina og tengja ólíka þætti, frumleika, frumkvæði, vinnubrögð og síðast en ekki síst þrautseigju. Í aðalnámskránni er jafnframt talað um markmið í inntakspáttum og aðferðapáttum og að prófa þurfi hvort nemendur hafi náð þeim. Að lokum er kveðið á um að prófa þurfi stærðfræði í sem eðlilegustu samhengi og á sem fjölbreyttustu formi (Aðalnámskrá grunnskóla, Stærðfræði: 2007, bls. 10).

Námsmat getur því verið á mismunandi formi svo sem æfingar, munnlegar kannanir, próf, vinnuframlag, athuganir, vinnumöppur, sjálfsmat, jafningjamat, matslistar o.fl (Aðalnámskrá grunnskóla: Stærðfræði, 2007, bls. 10; Ingvar Sigurgeirsson, 1999, bls. 86-87). Segja má að kennari þurfi alltaf að hafa fjölbreytni að leiðarljósi í námsmati sem og öðrum þáttum kennslu sinnar.



## Niðurstöður

Eftir skrif þessarar ritgerðar finnst mér ég vera mun betur undirbúin fyrir kennslu. Ég vissi fyrir að ég vildi hafa kennslu mína skemmtilega og árangursríka með það að markmiði að nemendur öðlist djúpan skilning á viðfangsefnum stærðfræðinnar. Í gegnum nám mitt hafði ég fundið samhljóm við áherslur í kennslu Kennaraháskólans og þær niðurstöður sem komið hafa fram í rannsóknum á stærðfræðikennslu. Mér fannst mig samt vanta að taka saman hvaða atriði það væru í kennslu sem ég þyrfti að leggja áherslu á til að geta stutt við þekkingarleit nemenda minnna.

Ég er sannfærð um að nemendamiðaðir kennsluhættir sem miða kennslu, náms-umhverfi og viðbrögð kennara að því að styðja við þekkingarleit nemenda séu vel til þess fallnir að þeir nái að dýpka skilning sinn á stærðfræðinni. Kennslan þarf að taka mið af áhuga nemenda og þurfa viðfangsefni hennar að vera þannig að nemendur sjái tilgang í því að leggja sig fram við að leysa þau. Í nemendamiðaðri kennslu er lögð áhersla á að nemendur vinni hlutbundið sem gefur þeim færi á að hafa stjórn á hugsunum sínum, ræða um stærðfræði og útskýra lausnir sínar. Kennari ætti að tileinka sér að nota opnar spurningar í kennslu sinni því þannig fær hann nemendur til að sýna frumkvæði og rökhugsun. Ekki má svo gleyma því að í gegnum samskipti sín við samnemendur, hópastarf og umræðu um stærðfræði fá nemendur enn fleiri tækifæri til að dýpki skilning sinn.

Til þess að kennarar geri sér grein fyrir þörfum nemenda þurfa þeir að leggja áherslu á fagleg vinnubrögð í starfi sínu. Kennarar þurfa að þekkja hvað rannsóknir á svið stærðfræðikennslu hafa leitt í ljós og sjá leiðir til að nýta þær í kennslu sinni. Til að kennslan nýtist nemendum sem best er æskilegt að kennarar eigi gott samstarf við alla aðila sem að kennslunni koma með beinum eða óbeinum hætti. Þá þurfa kennarar að taka faglegar ákvarðanir um það hvernig æskilegt er að nota námsgögn í þágu nemenda. Í nemendamiðaðri kennslu þarf námsmat að skýra hvað nemendur og kennarar þurfa að gera til að ná því markmiði að dýpka skilning nemenda á stærðfræðinni.

Góðir hlutir gerast hægt og með breyttum kennsluháttum, faglegum vinnubrögðum, samstöðu kennara og aðstandenda og trú á nemendur getum við hjálpað nemendum að finna falda fjársjóði stærðfræðinnar.

## Heimildaskrá

Aðalnámskrá grunnskóla: Stærðfræði. (2007). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið  
Sótt í júní 2009, af <http://www.menntamalaraduneyti.is/utgefing-efni/namskrar//nr/3953>

Armstrong, T. (2001). *Fjölgreindir í skólastofunni* (Erla Kristjánsdóttir þýddi). Reykjavík: JPV Útgáfa.

Boaler, J. (1999). Participation, knowledge and beliefs: A community perspective on mathematics learning. *Educational studies in mathematics*, 40, 259-281.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., og Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

Carpenter, T. P., Franke, M. L. og Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.

Garfunkel, S. (2006). Preface í Weiss, V. *For all practical purposes: Mathematical literacy in today's world*. (7. útgáfa). New York: W.H. Freeman and Company. (Bls. xiii-xviii).

Guðbjörg Pálsdóttir. (2008). *Leikir og þrautir fyrir grunnskólanemendur*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.  
Sótt 6. ágúst 2009 af <http://nams.is/pantanir-skola/vorunr/3441>

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A. og Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth: Heinemann.

Ingvar Sigurgeirsson. (1992). *The role, use and impact of curriculum materials in intermediate level icelandic classrooms*. Óbirt doktorsritgerð: Sussex (Education).

Ingvar Sigurgeirsson. (1998). *Listin að spyrja: Handbók fyrir kennara*. Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.

Ingvar Sigurgeirsson. (1999). *Að mörgu að hyggja: Handbók um undirbúning kennslu*. Reykjavík: Æskan ehf., blaða- og bókaútgáfa.

Ingvar Sigurgeirsson. (1999). *Litróf kennsluáðferðanna: Handbók fyrir kennara og kennaraefni*. Reykjavík: Æskan ehf., blaða- og bókaútgáfa.

Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. London: Routledge Falmer.

Jónína Vala Kristinsdóttir. (2003). *Þróun kennara í starfi: Rannsókn kennara á eigin stærðfræðikennslu á yngsta stigi grunnskóla*. Óbirt M.ed. ritgerð: Kennaraháskóli Íslands.

Lewis, Catherin C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia: Research for Better Schools, Inc.

Mason, J. (1999). *Learning and doing mathematics*. York: QED.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Rúnar Sigþórsson (ritstjóri). (2005). *Aukin gæði náms: Skólaþróun í þágu nemenda*. Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.

Sadie, S. (2009). In *encyclopaedia britannica*. Sótt 6. desember 2009 af <http://search.eb.com/eb/article-9108745>

Savola, L. T. (2008). *Video-based analysis of mathematics classroom practice: Examples from finland and iceland*. Óbirt doktorsritgerð: Háskólinn í Columbia.

Siðareglur Kennarasambands Íslands.( 2005).

Stefán Helgi Stefánsson (munnleg heimild, október 2009).

Stigler, J. W. og Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.

Takahashi, A. og Yoshida, M. (2004). Ideas for establishing lesson-study communities. *Teaching children mathematics*, 10(9), 436-443.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6. útgáfa). Boston: Pearson International Edition.