



**Fagmenntun og viðhorf  
grunnskólakennara á Akureyri til  
stærðfræði og stærðfræðikennslu**

Anna Bergros Arnarsdóttir

**Lokaverkefni til M.Ed.-gráðu  
Háskóli Íslands  
Menntavísindasvið**

# **Fagmenntun og viðhorf grunnskólakennara á Akureyri til stærðfræði og stærðfræðikennslu**

Anna Bergrós Arnarsdóttir

Lokaverkefni til M.Ed.-gráðu í náms- og kennslufræði  
(stærðfræðimenntun)

Leiðsögukennari: Kristín Bjarnadóttir

Kennaradeild

Menntavísindasvið Háskóla Íslands

Júní 2010

Ritgerð þessi er lokaverkefni til M.Ed.-gráðu í náms- og kennslufræði (stærðfræðimenntun) og er óheimilt að afrita ritgerðina á nokkurn hátt nema með leyfi réttihafa.

© Anna Bergrós Arnarsdóttir 2010

Prentun: Háskólaprent  
Reykjavík, Ísland 2010

## Formáli

Ritgerðin er meistaraþrófsverkefni til fullnaðar M.Ed. gráðu í náms- og kennslufræði (stærðfræðimenntun) við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Vægi ritgerðarinnar er 20 ECTS einingar. Kveikjan að þessu verkefni voru hugleiðingar mínar um fagmenntun og fagþekkingu kennara sem kenna börnum í grunnskóla stærðfræði. Ég hafði kennt stærðfræði á öllum stigum grunnskólans í tæplega 10 ár þegar ég ákvað að fara í viðbótarnám í stærðfræði, sem boðið var upp á í Kennaraháskóla Íslands haustið 2005. Þá var í boði að taka 30 einingar (60 ECTS) á tveimur árum í fjarnámi sem hentaði vel með vinnu. Í framhaldi af því hélt ég í meistaranám í náms- og kennslufræði með stærðfræðimenntun sem sérsvið. Ég lærði mikið á þessum tíma en fór um leið að efast um hæfni mína. Í framhaldi af því fór ég að velta fyrir mér hvaða menntun kennarar hafa í stærðfræði, hvernig kennarar líta á sig sem stærðfræðikennara og hvert viðhorf þeirra til greinarinnar væri.

Stærðfræðin er sú fræði- og kennslugrein innan grunnskólans sem maður heyrir mest talað um úti í samfélaginu og oft á neikvæðum nótum. Áherslur í stærðfræðikennslu hafa breyst mikið síðustu ár og foreldrar og kennarar eru margir óöruggir gagnvart þessum breytingum sem samræmast ekki alltaf hugmyndum þeirra um hvað stærðfræði er og hvað og hvernig eigi að kenna hana. Það sem áður taldist stærðfræðileg hæfni, s.s. að vera snöggur að reikna, hefur vikið fyrir nýjum þáttum, með tilkomu vasareikna sem reikna út á augabragði og eru flestum aðgengilegir. Nú skipta aðrir þættir máli, s.s. að tjá sig um og með stærðfræði, læsi og skilningur á tölum og að fara með stærðfræðileg viðfangsefni á fjölbreyttan hátt.

Leiðsagnarkennari minn er Kristín Bjarnadóttir og færi ég henni mínar bestu þakkir fyrir góðan stuðning og gagnlegar ábendingar við skrif og heimildaleit. Þá þakka ég Guðbjörgu Andreu Jónsdóttur sérfræðingi fyrir ábendingar varðandi aðferðafræðileg atriði. Skólastjórar þeir er veittu heimild og aðstoðuðu við framkvæmd rannsóknarinnar fá einnig kærar þakkir sem og kennararnir sem svöruðu spurningalistanum og gerðu þessa rannsókn að veruleika.



## Ágrip

Í lokaverkefni þessu til meistaraáráðu við Menntavísindasvið HÍ er fjallað um fagmenntun kennara í námsgreininni stærðfræði og viðhorf kennara til greinarinnar. Markmið verkefnisins er að vekja athygli á og færa rök fyrir, með því að vísa í fyrirliggjandi heimildir, að traust og góð undirstaða í stærðfræði sé mikilvæg fyrir þá sem kenna stærðfræði sem og þekking á kennslufræðilegum þáttum stærðfræðinnar sem námsgreinar. Einnig er markmið að skoða menntun grunnskólakennara í stærðfræði og kanna viðhorf þeirra til eigin stærðfræðináms og -kennslu. Það var gert með meginðlegri rannsókn, þar sem spurningalisti var lagður fyrir hóp kennara sem kenna stærðfræði í 1. – 10. bekk á Akureyri. Rannsóknarspurningin sem lagt var upp með er: „Hver er fagmenntun þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar og hver eru viðhorf þeirra og væntingar til kennslunnar“.

Niðurstöður rannsóknarinnar benda til þess að meirihluti grunnskólakennara á Akureyri hafi meiri menntun í stærðfræði en lágmarkskröfur í kennaranámi segja til um. Fleiri kennarar höfðu jákvætt viðhorf til stærðfræðinnar, heldur en neikvætt, á meðan þeir voru sjálfir í námi í framhaldsskóla og háskóla. Stór hluti kennara notar fjölbreyttar kennsluáðferðir og leggur áherslu á skilning nemenda á viðfangsefninu. Meira en helmingur kennaranna segist hafa góða þekkingu á faginu stærðfræði sem og kennslufræði stærðfræðinnar og þeim finnst skemmtilegra að kenna stærðfræði en aðrar greinar.

Það er von höfundar að þeir sem lesa verk þetta verði meðvitaðri um mikilvægi þess að kennarar sem kenna stærðfræði séu vel menntaðir í stærðfræði og stærðfræðimenntun. Niðurstöður rannsóknarinnar gefa vísbendingar um stöðu mála í þessum efnum hjá kennurum á Akureyri og ættu að vera hvatning fyrir þá að halda áfram á sömu braut og fyrir kennara almennt að leggja metnað sinn í góða kennslu í stærðfræði.



## **Abstract**

This thesis for a master's degree in mathematics education at the University of Iceland is about teacher's education in mathematics and the teachers' attitude towards the subject. The aim of this project is to draw attention to and rationalize the importance of substantial basis in mathematics, both content knowledge and knowledge in mathematical pedagogy, for every teacher who teaches mathematics. It is also an aim to research the level of education in mathematics of primary and lower secondary school teachers and analyze their outlook on their own studies in mathematics and mathematics teaching. This was done with a questionnaire in a quantitative research where the participants were teachers who teach mathematics in 1<sup>st</sup> to 10<sup>th</sup> grade in Akureyri.

The findings suggest that the majority of the teachers that responded had completed more ECTS units in mathematics than the basic standards require. The majority of teachers had a positive attitude towards mathematics during their own studies in mathematics, both in upper secondary school and at university, while they were training to become teachers. Also, the majority of the teachers claim they use diverse approaches when teaching mathematics and their main emphasis is on their students' understanding. More than half of the group claims that they have a wide content knowledge and knowledge in mathematical pedagogy and they think it's more enjoyable to teach mathematics than other subjects.

Hopefully, the ones who read this thesis will become conscious of the importance of well-informed mathematics teachers in regard to the subject and its didactics. The findings give us indications of the status in this matter in Akureyri and should be an encouragement for the teachers to continue their good work in the teaching of mathematics and an inspiration for teachers in general.





## Efnisyfirlit

Formáli.....	3
Ágrip.....	5
Abstract.....	7
Efnisyfirlit.....	9
Myndaskrá.....	11
Töfluskrá.....	12
1 Inngangur.....	13
2 Stærðfræðileg hæfni.....	19
2.1 Nemendur og stærðfræðihæfni.....	19
2.2 Mat á frammistöðu nemenda.....	21
3 Stærðfræðikennarinn.....	23
3.1 Stærðfræðikennsla.....	23
3.2 Áherslur í menntun stærðfræðikennara.....	24
3.3 Hæfir stærðfræðikennarar.....	26
3.4 Námsefni í stærðfræði.....	27
4 Undirbúningur kennara í stærðfræði.....	31
4.1 Stærðfræðimenntun í framhaldsskóla.....	31
4.2 Stærðfræðimenntun í háskóla.....	32
5 Rannsóknir á stærðfræðimenntun kennara.....	35
5.1 Íslenskar rannsóknir.....	35
5.2 Erlendar rannsóknir.....	37
6 Aðferð.....	39
6.1 Gagnaöflun.....	39
6.2 Þátttakendur.....	40
6.3 Spurningalisti.....	40
6.4 Framkvæmd.....	41
6.5 Siðferðileg atriði.....	41
7 Niðurstöður.....	43
7.1 Menntun kennara í framhaldsskóla.....	44
7.2 Menntun kennara í háskóla.....	46
7.3 Viðhorf til kennslu í stærðfræði.....	50
7.3.1 Endurmenntun.....	50
7.3.2 Tilfinningar til kennslu í stærðfræði.....	51
7.3.3 Þekking á fagi, kennslufræði og námskrá.....	52
7.3.4 Kennsluáðferðir.....	56

7.4	Viðhorf kennara til námsefnis í stærðfræði.....	59
8	Umræða .....	65
8.1	Umræða um menntun kennara í framhaldsskóla .....	65
8.2	Umræða um menntun kennara í háskóla.....	67
8.3	Umræða um viðhorf til kennslu í stærðfræði .....	68
8.3.1	Endurmenntun .....	68
8.3.2	Tilfinningar til stærðfræðikennslu .....	69
8.3.3	Þekking á fagi, kennslufræði og námskrá.....	70
8.3.4	Kennsluaðferðir .....	71
8.4	Umræða um viðhorf kennara til námsefnis í stærðfræði.....	73
9	Lokaorð .....	77
	Heimildaskrá .....	81
	Fylgiskjöl .....	87

## Myndaskrá

Mynd 1. Námsbraut í framhaldsskóla.....	44
Mynd 2. Hversu mörgum einingum kennarar luku í stærðfræði í framhaldsskóla.....	45
Mynd 3. Fannst kennurum stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein í framhaldsskóla.....	46
Mynd 4. Námsveittir réttindi til kennslu.....	47
Mynd 5. Sérsvið í kennaranámi.....	48
Mynd 6. Einingar (gamlar einingar, ekki ECTS einingar) í stærðfræði í kennaranámi.....	49
Mynd 7. Fannst kennurum stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein í háskóla.....	49
Mynd 8. Hafa kennarar sótt endurmenntunarnámskeið í stærðfræði síðastliðin 5 ár.....	51
Mynd 9. Fullyrðing um að kennarar séu ánægðir með árangur sinn af stærðfræðikennslu.....	52
Mynd 10. Finnst kennurum þeir hafa mikla eða litla kunnáttu í stærðfræði.....	53
Mynd 11. Finnst kennurum þeir hafa mikla eða litla þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði.....	53
Mynd 12. Finnst kennurum þeim hafa mikla eða litla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar.....	54
Mynd 13. Gengur kennurum vel eða illa að mæta þörfum þeirra nemenda sem eiga við erfiðleika að stríða í stærðfræðinámi.....	55
Mynd 14. Fullyrðing um að kennarar finni fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda.....	56
Mynd 15. Fullyrðing um að kennarar kenni stærðfræði eins og þeim var kennd stærðfræði.....	57
Mynd 16. Fullyrðing um að kennslan fari að mestu fram með innlögnum til alls nemendahópsins.....	57
Mynd 17. Fullyrðing um að kennarar leggi mikla áherslu á einstaklingsvinnu í bókum.....	58
Mynd 18. Fullyrðing um að kennarar noti mikið umræður þar sem nemendur tjá sig um lausnarleiðir sínar.....	59
Mynd 19. Fullyrðing um að kennslubækur stýri kennslu fremur en ákveðnir efnisþættir.....	60

Mynd 20. Hversu ánægðir eða óánægðir eru kennarar með það grunnámsefni sem í boði er .....	62
Mynd 21. Hversu oft nota kennarar tölvur (ekki verið að meina vasareikna) í stærðfræðikennslu .....	64

## **Töfluskrá**

Tafla 1. Bakgrunnsupplýsingar .....	43
Tafla 2. Námsefni annað en grunnefni.....	61
Tafla 3. Hver er helsta skýringin á óánægju með námsefni .....	63

# 1 Inngangur

Í ritgerð þessari er í fyrstu stutt fræðileg umfjöllun um stærðfræðináám og stærðfræðikennslu en síðan er sagt frá því hvernig kennaramenntun á Íslandi er háttáð með tilliti til stærðfræði. Þá er sagt frá nokkrum rannsóknnum sem snerta fagmenntun og fagþekkingu kennara, bæði innlendum og erlendum. Síðan er umfjöllun um rannsókn sem framkvæmd var þar sem þeir grunnskólakennarar á Akureyri, sem kenna stærðfræði, fengu spurningalista með spurningum um menntun í stærðfræði og viðhorf til námsgreinarinnar. Einnig eru birtar bakgrunnsupplýsingar um kyn, aldur, starfsaldur og hvaðan menn luku sínu kennaranámi.

Markmið verkefnisins er tvíþætt. Annars vegar að vekja athygli á og færa rök fyrir því að traust og góð undirstaða í stærðfræði sé mikilvæg fyrir þá sem kenna greinina sem og þekking á kennslufræðilegum þáttum stærðfræðinnar sem námsgreinar, en það er gert með því að skoða heimildir. Hins vegar að skoða menntun grunnskólakennara í stærðfræði og kanna viðhorf þeirra til eigin stærðfræðináms og -kennslu og hvort fagmenntun kennara hafi áhrif á viðhorf og væntingar kennara í kennslu greinarinnar.

Stærðfræði er kennd í öllum bekkjardeildum grunnskólans en námsgreinin er með 15% af bundnum kennslustundum í 1.-10. bekk og er það sú námsgrein sem hefur næst mest vægi á eftir íslensku sem er með 16% kennslustunda (*Aðalnámskrá grunnskóla - almennur hluti*, 2006:14). Þegar þetta er haft í huga er nokkuð ljóst að mikilvægt er að kennarar hafi góða undirstöðu í greininni. Kennarar verða að hafa góð tæk á þeim námsþáttum sem þeir kenna og einnig því sem tekur við í næstu bekkjum á eftir. Þeir ættu einnig að hafa góða þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði og til hvaða mismunandi kennsluáðferða er hægt að grípa.

Með rannsókn þessari á fagmenntun og viðhorfi þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar, er reynt að varpa ljósi á kennslu í stærðfræði á fjölmennasta þéttbýlissvæði landsins utan höfuðborgarsvæðisins. Akureyri er bæjarfélag með rúmlega 17 þúsund íbúum og telja má nokkuð víst að íbúarnir séu mun fleiri, þar sem margir þeirra sem stunda nám við framhaldsskólana tvo og Háskólann á Akureyri eru ekki með skráð lögheimili í bænum. Grunnskólar Akureyrar voru, vorið 2009,

sex hverfisskólar, en eru orðnir sjö haustið 2009 með Naustaskóla. Þá heyrja einnig undir grunnskóla Akureyrar grunnskólarnir í Hrísey og Grímsey ásamt Hlíðarskóla sem er starfræktur rétt utan við bæinn fyrir börn með erfiðleika af einhverju tagi. Aðeins var leitað í hverfisskólanna með spurningalista í rannsókninni en öðrum sleppt.

Ég tel að þetta sé mikilvæg rannsókn vegna þess að Akureyrarbær kynnir bæinn sem skólabær og þess vegna er nauðsynlegt að skoða innra starf skólanna og skoða faglegan bakgrunn kennara ásamt viðhorfum þeirra til kennslunnar. Rökin fyrir því að velja kennara sem kenna stærðfræði á Akureyri til þátttöku í rannsókn þessari, eru þau að þar er afmarkað svæði með nokkrum grunnskólum þar sem hlutfall réttindakennara er hátt, eða um 99% veturinn 2008-2009 (Akureyrarbær, e.d.). Þar eru tveir öflugir framhaldsskólar og háskóli sem er meðal annars með kennaradeild sem menntar grunnskólakennara.

Akureyrarbær gaf út bækling sem inniheldur *Skólastefnu Akureyrarbæjar* árið 2006, sem unnin var af skólanefnd bæjarins undir handleiðslu sérfræðinga frá skólaþróunarsviði kennaradeildar Háskólans á Akureyri. Þar segir að kennarar verði að geta kennt nemendum á ýmsum aldri með ólík áhugasvið og misjafnlega stöddum í þroska. Þess vegna þurfi kennarar að vera færir um að beita fjölbreyttum kennsluáðferðum. Kennarinn þarf m.a. að reyna að stuðla að frjórri hugsun nemenda, fjölbreyttri tjáningu og skipulögðum vinnubrögðum (*Skólastefna Akureyrarbæjar*, 2006:7). Til að hafa á valdi sínu fjölbreyttar kennsluáðferðir verða kennarar að hafa góðan grunn í greininni sem þeir kenna og góða þekkingu á kennslufræði greinarinnar (Ball og Bass, 2000:83-84). Fjölbreytt tjáning getur falið í sér að leyfa nemendum að ræða um niðurstöður sínar en á það er lögð mikil áhersla í því námsefni sem gefið er út fyrir grunnskólana og um gagnsemi þess vitna margir fræðimenn á sviði stærðfræðimenntunar, s.s. Carpenter, Franke og Levi (2003), Kilpatrick (2002), Boaler og Humpfreys (2005), svo dæmi séu nefnd. Nánar er fjallað um það í 2. og 3. kafla.

Í Programme for International Student Assessment (PISA) könnun sem fram fór 2006, kemur fram að staða Íslands miðað við aðrar þjóðir hefur versnað í öllum greinum sem skoðaðar voru, þ.m.t. stærðfræði og þeim löndum sem standa sig betur en Ísland hefur fjölgað. Á landsvísu sýna nemendur lakari frammistöðu árið 2006 en árin 2000 og 2003 (Almar Halldórsson o.fl., 2007:21-24). Hins vegar sýndu nemendur á

Norðurlandi eystra, en Akureyri er í þeim hópi, betri frammistöðu árið 2006 en árið 2003 (Almar Halldórsson o.fl. 2007:40). Það að önnur lönd séu að fara fram úr íslenskum nemendum varðandi árangur getur gefið vísbindingar um að eitthvað sé í ólagi og hugsanlega gæti ein af skýringunum verið léleg undirstaða kennara í kennslugreinunum eða neikvætt viðhorf kennara til greinarinnar.

Finnar hafa komið vel út í PISA og árið 2006 voru þeir í hópi fjögurra landa sem voru mun betri í stærðfræði að meðaltali en önnur sem þátt tóku (Almar Halldórsson o.fl., 2007:20). Kennarar í Finnlandi þurfa að ljúka meistarágráðu, hvort sem þeir eru bekkjarkennarar eða fagkennarar. Fyrirkomulagið í grunnskólanum þar er svipað og hér á landi, það er bekkjarkennarar kenna nemendum á aldrinum 7-12 ára en fagkennarar 13-15 ára (Pehkonen o. fl., 2007:50). Finnar telja sjálfir að fimm ára kennaramenntun hafi áhrif á þessa góðu útkomu í PISA ásamt því að lögð er sérstök áhersla á stærðfræði og raungreinar í kennaramenntun í Finnlandi þar sem kennararnir eiga að vera sérfræðingar á sviðinu, ásamt því að hafa hæfileika til að þróa sig enn frekar í fræðunum. Mikil áhersla er á fagmenntun og kennslufræði í faginu (Pehkonen o. fl., 2007:65). Teaching and Learning International Study, (TALIS), er alþjóðleg samburðarrannsókn, unnin í samvinnu við Efnahags og framfarastofnunina, Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), fyrir menntamálaráðuneytið. Þar kemur fram að á Íslandi er 61% unglिंगastigskennara og 69% yngsta- og miðstigskenndara með BA, BS eða B.Ed. gráðu en 6% kennara unglिंगastigs og 4% kennara yngsta stigs og miðstigs með meistarágráðu (Ragnar F. Ólafsson og Júlíus K. Björnsson, 2009:10). Rannsóknin náði til grunnskólakennara sem kenna allar námsgreinar, ekki aðeins stærðfræði.

Það er mjög mikilvægt að menntastofnanir sem bera ábyrgð á menntun kennara hugi að stærðfræðinni í skipulagi síns náms. Lágmarkseiningafjöldi í stærðfræði á flestum námsbrautum framhaldsskólans hefur verið skorinn niður í *Aðalnámskrá framhaldsskóla* svo að þeir háskólar sem mennta kennara verða að vera enn betur á varðbergi gagnvart þessu en áður. Nú er fimm ára háskólanám þar sem kennarar útskrifast með meistarágráðu orðið að veruleika svo að svigrúmið til að koma að aukinni stærðfræði í kennaranámi ætti að vera meira.



Rannsóknarspurning þessa verkefnis er: Hver er fagmenntun þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar og hver eru viðhorf þeirra og væntingar til kennslunnar?

Ég hef ákveðnar tilgátur varðandi viðfangsefnið. Ég held að fagmenntun sé lítil og lágt hlutfall kennara með meira en fimm einingar í stærðfræði á háskólastigi. Ég held að margir séu óruggir gagnvart stærðfræðikennslu og finnist þeir vanmáttugir.

Ég held að margir hafi þá upplifun af sinni skólagöngu að stærðfræði hafi verið bæði erfið og leiðinleg og margir hafi reynt að velja sér námsleiðir þar sem ekki er mikil stærðfræði. Niss (1999) talar um að stærðfræðinám í háskólum hafi breyst síðustu ár. Áður fyrr var það þannig að nemendur báru sjálfir ábyrgð á námi sínu. Annað hvort gátu þeir lært stærðfræði eða ekki. Þeir sem lögðu sig fram og unnu af kappi náðu en hinir féllu. Háskólinn bar enga ábyrgð heldur var það algjörlega undir nemendum komið hvort þeir stóðu sig. Engin áhersla var á kennslufræðina eða lærdómsferli nemenda (Niss, 1999:2-3). Ef þetta er haft í huga er kannski ekki skrítið að margir, sem þekkjá þetta viðhorf, veigri sér við að mennta sig í stærðfræði á háskólastigi og velji sig jafnvel frá stærðfræði í framhaldsskólum eins og kostur er.

Ég tel einnig að margir kenni stærðfræði eins og þeim var kennt á sínum tíma þar sem kennsla á aðferðum var ríkjandi en minni áhersla á umræður og að koma til móts við nemandann þar sem hann var staddur.

Kennaradeild Háskólans á Akureyri hefur, frá því deildin var stofnuð árið 1993, verið með námsleið í stærðfræði og náttúrufræði. Það er forvitnilegt að skoða hvort nemendur þaðan skili sér inn í grunnskólana og kenni stærðfræði.

Í TALIS rannsókninni kemur fram að meirihluti kennara hefur gott sjálfstraust í starfinu. Þeir telja sig geta náð góðum árangri með nemendum og líta svo á að þeir hafi mikil áhrif á menntun þeirra. Íslenskir kennarar, sérstaklega á unglingsstigi, hafa mikla trú á eigin getu samanborið við kennara annarra landa (Ragnar F. Ólafsson og Júlíus K. Björnsson, 2009:33). Áhugavert er að skoða hvort þetta eigi einnig við um þá sem kenna stærðfræði þó ekki sé hægt að bera það beint saman við niðurstöður TALIS sem gerir ekki greinarmun á kennurum eftir þeim námsgreinunum sem þeir kenna.

Kennarinn verður að vera vel að sér í greininni og einnig kennslufræðunum og geta nýtt sér þekkingu sína á vettvangi. Hann verður

að þekkjja vel markmið námsskrár og vera tilbúinn að fara ólíkar leiðir að því að ná markmiðunum. Því miður held ég að eftir því sem kunnáttu kennara er minni í stærðfræði og menntunarfræðum stærðfræðinnar, verði kennslan einhæfari og ómarkvissari. Ég held að þeir kennarar haldi dauðahaldi í kennslubókina og geti lítið út af henni brugðið, bæði vegna þess að þeir vita lítið um hvernig börn læra að reikna og einnig eru sumir ekki sterkir stærðfræðingar sjálfir og sjá ekki ólíkar leiðir að lausnum.

Þessi rannsókn gæti haft gagn út í fræðasamfélagið og allt skólasamfélagið þar sem gildi góðrar fagmenntunar verða gerð skil og það ætti að vekja menn til umhugsunar um þau mál. Niðurstöður rannsóknarinnar á Akureyri gætu gefið vísbendingar um fagmenntun og viðhorf grunnskólakennara almennt til stærðfræðikennslu, þó að hér sé ekki um handahófskennt úrtak að ræða á landsvísu, heldur afmarkað svæði skoðað í heild sinni.

Ef mínar tilgátur reynast réttar gætu þær gefið vísbendingar um hvað betur mætti fara, t.d. í skipulagi kennaramenntunar eða yngri stigum skólans. Ef tilgátur mínar reynast rangar bendir það til að á Akureyri starfi grunnskólakennarar með góða undirstöðumenntun í stærðfræði og jákvætt viðhorf til kennslu greinarinnar.



## 2 Stærðfræðileg hæfni

### 2.1 Nemendur og stærðfræðihæfni

Stærðfræðileg hæfni er hugtak sem getur breyst og miðast við stað og stund, eða eftir menningarsamfélögum og sögulegu skeiði. Á fyrri hluta síðustu aldar taldist það stærðfræðileg hæfni að hafa það á valdi sínu að vinna með hin ýmsu reiknirit og vera snöggur að reikna. Við tækni framfarir 20. aldar fór slík færni að verða minna virði og menn fóru að huga að öðrum þáttum sem þóttu eftirsóknarverðir í stærðfræði en þar með talin er notkun tungumálsins (Kilpatrick, Swafford og Finell, 2001:115).

Danir hafa á síðustu árum tekið námsskrár til endurskoðunar og má sjá niðurstöður þeirrar vinnu í *Kompetencer og matematiklæring, Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* eða KOM skýrslunni eins og hún er oft nefnd. Þar var Mogens Niss formaður nefndar sem gaf ráð varðandi endurskipulag stærðfræðikennslu í Danmörku. Stærðfræðileg hæfni var flokkuð í átta flokka. Yfirflokkarnir eru tveir en hvor flokkur hefur fjóra undirflokkana sem hver um sig hefur sína áhersluþætti þó þeir skarist að einhverju leyti. Hæfniflokkarnir eru annars vegar *ad geta spurt og svarað með stærðfræði* þar sem áherslan er á þátt stærðfræðilegrar hugsunar, að leita lausna á stærðfræðilegri þraut, að setja fram stærðfræðileg líkön og hæfni til stærðfræðilegrar röksemdafærslu. Hinn yfirflokkurinn felst í *Ad kunna að fara með tungumál og verkfæri stærðfræðinnar* en þar er átt við hæfni í að setja stærðfræðileg viðfangsefni fram á fjölbreytilega vegu, að fara með tákni stærðfræðinnar og setja hana fram á formlegan hátt, að geta tjáð sig um og með stærðfræði og að nýta hjálpartæki til stærðfræðilegra verka (Niss og Jensen, 2002:193-222; Kristín Bjarnadóttir, 2003).

Jeremy Kilpatrick o. fl. (2001) líkja stærðfræðilegri hæfni við reipi sem samanstendur af fimm þráðum. Hver þráður fyrir sig táknar ákveðinn hæfniflokk og þessir þræðir eru ekki aðskiljanlegir, heldur hluti af órjúfanlegri heild. Þræðirnir fimm eiga ekki aðeins við um hefðbundinn talnareikning heldur einnig ólíka þætti stærðfræðinnar, s.s. algebru, rúmfræði, mælingar, líkindi og tölfraði. Mikilvægt er að efla hæfni í öllum þessum þáttum en ekki aðeins hluta þeirra. Með því ætti nemandinn að öðlast þá hæfni að geta tekist á við stærðfræðileg

viðfangsefni daglegs lífs og hafa góðan undirbúning fyrir frekara nám. Flokkanir fimm sem reipið á að tákna, eru *hugtakaskilningur*, *táknmál stærðfræðinnar*, *líkanagerð*, *röksemdafærsla* og *aðlögun* ásamt *árangurstengdri innrætingu*. Hugtakaskilningur felst í skilningi á stærðfræðilegum hugtökum, aðgerðum og tengslum stærðfræðinnar við daglegt líf. Áhersla er á að kunna meira en einangraðar staðreyndir og aðferðir, hafa skipulag á þekkingu sinni og eiga auðvelt með að bæta við. Vald á táknmáli stærðfræðinnar er hæfileiki til að vinna með og útfæra táknmál stærðfræðinnar á nákvæman og skilvirkan hátt ásamt skilningi á sætisgildum og hæfni til að vinna með reikniadgerðirnar fjórar. Líkanagerð felst í að geta sett fram, táknað og leyst stærðfræðileg viðfangsefni þar sem afla þarf upplýsinga og finna videigandi leiðir til útreikninga við að leysa verkefnið. Röksemdafærsla og aðlögun er hæfileiki til rökréttar hugsunar og útskýringar ásamt réttlætungu sem felur m.a. í sér sannanir á stærðfræðilegum viðfangsefnum. Árangurstengd innræting er það að fá nemendur til að sjá stærðfræði sem skynsamlega, nothæfa og gagnlega. Einnig að nemandinn trúi því að stærðfræðinámið komi til með að skila sér síðar og nemandinn upplifi sig sem öflugan nemanda og notanda stærðfræði (Kilpatrick o.fl., 2001:116-133).

Þessir hæfnipættir hjá Niss, Kilpatrick og samstarfsmönnum þeirra eru að mörgu leyti svipaðir þó fornið sé ólíkt og þeir leggja áherslu á skilning og það að nemendur fái stöðugt við stærðfræði og tjái hana og túlki á fjölbreytilegan hátt.

Umræður ættu að vera mikilvægar í öllum námsgreinum og er stærðfræðin þar ekki undanskilin. Carpenter o.fl. (2003) hafa unnið með hópi grunnskólakennara í um tuttugu ár og rannsakað hvernig börn læra stærðfræði og stærðfræðilega hugsun. Þau hafa komist að því að börn séu býsna fróð og viti ýmislegt um stærðfræði. Niðurstöður þeirra sýna að nemendur þurfi að ræða um lausnirnar og að mikilvægt sé að allir orði hugsanir sínar og noti til þess eigin orð. Þannig verður til góður grunnur til þess að byggja áframhaldandi stærðfræðinámið á. Umræður og spurningar eiga að snúast um það hvernig hlutirnir eru gerðir og nauðsynlegt er að nemendur skilji hvers vegna viðfangsefnið er leyst á tiltekinn hátt. Gengið er út frá því að allir skilji og tengi nýja þekkingu við fyrri þekkingu en læri ekki aðferðirnar sem slíkar ótengdar raunveruleikanum. Með því að taka þátt í stærðfræðilegum umræðum læra nemendur að útskýra stærðfræðilegar hugmyndir, rökræða hugsanir

sínar og annarra og rökstyðja niðurstöður. Þannig þróa þeir með sér djúpan skilning sem er mikilvægur fyrir frekara stærðfræðinám (Carpenter o.fl., 2003:formáli).

Markmið í *Aðalnámskrá grunnskóla* eru flokkuð í aðferðir og inntak. Inntakið segir til um þá ólíku þætti stærðfræðinnar sem nemendur þurfa að kunna skil á, s.s. tölfræði, rúmfræði og algebru, en aðferðirnar segja meira til um þá leikni eða hæfni sem nemendur þurfa að tileinka sér. Þessir flokkar skiptast í: Þátt tungumálsins, lausnir verkefna og þrauta, röksamhengi og röksemdafærslur og tengsl stærðfræðinnar við daglegt líf og önnur svið (*Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði*, 2007:6). Þessir þættir tengjast allir ofangreindri umfjöllun um stærðfræðilega hæfni og eru það sem kennarar þurfa að hafa að leiðarljósi í allri stærðfræðikennslu.

## 2.2 Mat á frammistöðu nemenda

Einn af þeim þáttum sem notaðir eru til að meta hæfni og frammistöðu nemenda, eru próf af ýmsu tagi. Sem dæmi má nefna stöðluð próf sem allir nemendur á landinu í ákveðnum árgangi þreyta. Próf af þessu tagi segja aðeins til um hæfni nemenda að takmörkuðu leyti en þau hafa þá kosti að hægt er að notast við samanburð á tilteknum þekkingaratriðum á landsvísu.

Námsmatsstofnun hefur umsjón með framkvæmd samræmdra prófa. Samræmd könnunarpróf eru lögð fyrir að hausti í 4. bekk, 7. bekk og 10. bekk samkvæmt lögum um grunnskóla númer 91/2008. Frá haustinu 2009 var samræmt könnunarpróf lagt fyrir í 10. bekk en fram að þeim tíma, að undanskildu vori 2009, var samræmt lokapróf lagt fyrir nemendur 10. bekkjar að vori. Niðurstöður úr því voru m.a. notaðar sem inntökuskilyrði í framhaldsskóla þar sem ná þurfti að lágmarki 4,5 í þeim námsgreinum sem prófað var úr í samræmdum prófum til að komast inn á bóknámsbrautir framhaldsskólanna. Ef niðurstöður úr samræmdu prófi í 10. bekk í stærðfræði eru skoðaðar fyrir árið 2008, sést að á landinu öllu voru 28,4% nemenda með einkunnina 4 eða minna samanborið við 6,6% í íslensku. Meðaleinkunn í stærðfræði á landinu öllu var 5,8 en í Norðausturkjördæmi 5,5 (Námsmatsstofnun, e.d.-a).

Markmið með samræmdum könnunarprófum er að niðurstöður skuli nýttar til kennslu, enda gefi þær vísbendingar um hvar nemendur standi höllum fæti og hafi ekki náð að tileinka sér markmið þau er *Aðalnámskrá*

mælir fyrir um (Námsmatsstofnun, e.d.-b). Nýjustu skýrslur um samræmd próf í 4. og 7. bekk eru frá árinu 2006 en þar er meðaleinkunn í stærðfræði í 4. bekk á landsvísu 6,7 en 6,5 í Norðausturkjördæmi, en í 7. bekk 7,3 á landinu öllu en 7.4 í Norðausturkjördæmi. Árið 2005 var Norðausturkjördæmi undir meðallagi á landsvísu í 4. og 7. bekk. (Námsmatsstofnun, e.d.-c). Ástæða þess að Norðausturkjördæmi er skoðað sérstaklega hér er að Akureyri tilheyrir því landssvæði og þessar upplýsingar gefa til kynna að svæðið er oftar en ekki undir landsmeðaltali þegar kemur að einkunn í stærðfræði á samræmdu prófi. Þess ber þó að gæta að Akureyri er ekki tekið sérstaklega út úr svæðinu Norðurland eystra en um 60% nemenda svæðisins er á Akureyri.

### 3 Stærðfræðikennarinn

Þeir sem kunna, gera. Þeir sem skilja, kenna (Shulman, 1986:14).

#### 3.1 Stærðfræðikennsla

Kennsla í stærðfræði er flókið og margþætt fyrirbrigði. Í Aðalnámskrá grunnskóla segir:

Kennsla í stærðfræði þarf að efla rökfasta hugsun en hún þarf einnig að efla hugkvæmni. Hún þarf að laða fram gagnrýna og greinandi hugsun hjá nemandanum en einnig sjálfstraust, forvitni og löngun til að rannsaka og leita lausna á hinu óþekktu. Stærðfræðikennsla í skólum á að endurspeglar hinar fjölbreyttu ásýndir stærðfræðinnar. Hún er vísindi, list, tjáningarmiðill og tæki til að takast á við erfið úrlausnarefni og hlutverk skólans er að sjá til þess að nemendur kynnist sem flestum hliðum hennar.

(Aðalnámskrá grunnskóla: stærðfræði, 2007:8).

Til að geta fylgt þessu eftir er nauðsynlegt að hafa góða innsýn í ólíka þætti stærðfræðinnar þar sem kennari getur auðveldlega brugðist við þankagangi nemenda hverju sinni og haft á valdi sínu fjölbreyttar aðferðir og leiðir til að koma ólíkum þáttum stærðfræðinnar til skila. Kennsla sem felst nánast eingöngu í að kennari talar og nemendur hlusta er ekki líkleg til að ýta undir skilning nemenda. Það á ekki heldur við um endurteknar æfingar nemenda á sama viðfangsefni þar sem dæmi eftir dæmi er af svipuðum toga. Slíkt þjálfar aðeins aðferð en líklegt er að skilningur sé ekki oft fyrir hendi (Hiebert o.fl., 1997:17). Þessar hefðbundnu kennsluáferðir, þ.e. innlög og einstaklingsvinna, geta hentað með öðrum aðferðum, en skv. Kilpatrick og samstarfsmönnum þarf nemandinn að vera þátttakandi í náminu og það þarf að byggja á fyrri þekkingu hans (Kilpatrick o.fl., 2001:316). Þess vegna er ekki nóg að horfa bara og hlusta á kennarann og gera síðan eins og hann segir. Stærðfræðinám felur í sér að skilja stærðfræðilegt samhengi og það þarf hver og einn að gera á eigin forsendum. Stærðfræðikennslan felst svo í að hjálpa nemendum að öðlast þennan skilning (Boaler & Humphreys, 2005:11).

Hafa verður tvennt í huga í allri kennslu í stærðfræði ef viðunandi árangur á að nást. Það á bæði við um nemendur sem eiga auðvelt með að



læra og læra nokkurn veginn af sjálfu sér og nemendur sem eiga í örðugleikum. Í fyrsta lagi megum við ekki vera of fljót á okkur að draga ályktanir um framfarir og niðurstöður nemenda því í stærðfræðináminu geta þeir auðveldlega komist að rangri niðurstöðu eða dregið rangar ályktanir og þannig gert mistök. Í öðru lagi að ef það er eitthvað sem við viljum að nemendur okkar viti, skilji eða geti gert þá verðum við að hafa það þungamiðjuna í vel skipulagðri kennslu (Niss, 1999:21-22).

### 3.2 Áherslur í menntun stærðfræðikennara

Það er ekki augljóst hvernig best er að haga menntun kennara. Fyrir einni öld þurftu kennarar í Bandaríkjunum að taka sérstök próf sem veittu réttindi til kennslu. Shulman tekur í grein sinni um kennaramenntun dæmi af prófi úr fylki í Bandaríkjunum sem gaf 1000 punkta og snerust þeir nánast allir um þekkingaratriði sem kennarinn þurfti að hafa á sínu valdi, s.s. útreikningar á blaði, hugarreikningur, munnleg og skrifleg stafsetning, landafræði, saga, algebra, lífeðlisfræði, heimspeki, eðlisfræði o.fl., en af þessum 1000 punktum snerust 50 um kennslufræðileg atriði. Öld síðar var megináhersla í prófum kennaraefna á kennslufræðina, s.s. skipulag og áætlunargerð, mat, þekkingu á einstaklingsmun og menningarmun, skilningur á æskunni, stjórnun og menntastefnur og aðferðir en engin á þekkingarhliðina (Shulman, 1986:4-5). Í gegnum tíðina hafa ólík sjónarmið togast á um hvaða hæfni kennari þurfi að búa yfir, þ.e. fagþekkingu eða kennslufræðilegri þekkingu.

Kennsla er athöfn sem krefst þekkingar og hæfni. Shulman talar um þrenns konar þekkingu í þessu samhengi: Þekkingu á námsgreininni, þekkingu á námskránni og þekkingu á kennslufræðum (Shulman, 1987:20). Hann talar um þekkingu á fræðunum (e. *subject matter knowledge*) sem felur í sér magn og fyrirkomulag þekkingar í huga kennarans ásamt djúpum skilningi á viðfangsefninu. Kennslufræðileg þekking á viðfangsefninu (e. *pedagogical content knowledge*) sem felur í sér að koma þekkingunni til skila á sem áhrifaríkastan hátt, með líkingu, myndum, dæmum og útskýringum þar sem efnið er sett fram á þann hátt að það sé skiljanlegt öðrum. Þekking á námskrá (e. *curricular knowledge*) er nauðsynleg þar sem hún tengir viðfangsefnið við aðra þætti sem nemendur læra hverju sinni en það er einnig nauðsynlegt fyrir kennara að vita hvað nemendur lærðu um viðfangsefnið árin á undan og hvað þeir eiga eftir að læra síðar (Shulman, 1986:9-10). Undir þetta taka Kilpatrick

og félagar sem segja að stærðfræðikennarinn verði að búa yfir þekkingu á stærðfræði, s.s. staðreyndum, hugtökum aðferðum og leiðum. Hann þarf einnig að búa yfir þekkingu á nemendum, bæði sínum eigin nemendum og hvernig nemendur almennt þróa með sér stærðfræðihugmyndir og vera meðvitaður um algengar ranghugmyndir nemenda sem upp koma við stærðfræðináám. Þá verður kennari að búa yfir þekkingu á kennslu, s.s. námskrá, náms- og kennslugögnum ásamt skipulagi og bekkjarstjórnun (Kilpatrick o.fl., 2001:370-372).

Margar rannsóknir hafa sýnt fram á að mikilvægt er að kennarar búi yfir yfirgripsmikilli þekkingu ef þeir eiga að geta veitt nemendum sínum nauðsynlegan stuðning og hvatningu. Þeir þurfa að hafa getu til að takast á við mismunandi viðfangsefni á marga vegu og hafa breiða þekkingu á sínu fagi þvert á bekk. Ef misbrestur er á þessu er hættu á að nemendur nái ekki að tileinka sér stærðfræðina og má þá kenna um vanhæfi kennarans fremur en námsörðugleikum nemandans (Skott, 2004:242).

Kilpatrick og félagar vísa í rannsókn sem hófst í Bandaríkjunum árið 1961, National Longitudinal Study of Mathematical Abilities (NLSMA), sem er stór rannsókn á því hvort þekking kennara í stærðfræði hafi áhrif á árangur nemenda. Niðurstöður sýna að svo sé upp að vissu marki. Kennarar þurfa að hafa ákveðinn grundvallarskilning til að geta kennt nemendum en þegar ákveðnum þröskuldi er náð hefur meiri þekking ekki áhrif á nám nemenda. Niðurstöður úr rannsókninni Longitudinal Study of American Youth (LSAY) frá árinu 1987, styðja þetta. Þar kemur fram að kennarar sem hafa tekið allt að fimm stærðfræðinámskeið ná betri árangri en þeir sem eru með minni menntun en stærðfræðimenntun umfram þessi fimm námskeið hefur lítil áhrif á árangur nemenda. Hins vegar kemur fram í rannsókninni National Assessment of Educational Progress (NAEP) frá árinu 2000 að kennarar sem menntaðir eru í stærðfræði ná betri árangri í stærðfræðikennslu sinni en kennarar sem ekki hafa sérstaka stærðfræðimenntun (Kilpatrick o.fl., 2001:374-375).

Ball og Bass tala um mikilvægi þekkingar á faginu og þekkingu á kennslufræðinni ásamt yfirfærslu þekkingarinnar í sjálfrí kennslunni. Þau telja nauðsynlegt að skilja vel stærðfræðina sem liggur að baki verkefnum svo hægt sé að átta sig á mismunandi skilningi nemenda á sama viðfangsefni. Þau tala einnig um að mikilvægt sé að brúa bil þekkingarinnar og framkvæmdarinnar á vettvangi svo nám eigi sér stað hjá nemendum (Ball og Bass, 2000:95-101).

### 3.3 Hæfir stærðfræðikennarar

Kristín Bjarnadóttir (2003) gerir áður nefndri KOM skýrslu góð skil í grein sinni í Netlu þar sem fram kemur að stærðfræðikennarar þurfi að hafa hæfni til að vinna eftir námskrá og nýta þau gögn sem henta best hverju sinni. Kennarinn þarf að skilja hvernig nám nemandans fer fram og hann þarf að geta greint framfarir hans og hæfni. Kennarinn þarf að skilja hvernig nám, skilningur og þekking birtist hjá nemendum.

Kennari þarf að vera fær um að leggja mat á nám nemendanna, bæði á meðan námið á sér stað og við lok þess. Kennarinn þarf einnig að geta unnið með öðrum, bæði samkennurum, stjórnendum og foreldrum. Stærðfræðikennarar þurfa að vera vakandi fyrir nýjungum og endurmenntun af ólíkum toga og þeir þurfa að vera færir um að greina kennslu sína og gagnrýna.

Stærðfræðikennari þarf að búa yfir hæfni í faglegum þáttum kennslunnar og hafa góða innsýn í fagið á næsta skólástigi. Nauðsynlegt er að hann hafi á valdi sínu stærðfræðilega hugsun og fjölbreyttar leiðir við að setja fram námsefni. Meðferð tákna máls þarf að vera hnökralaus og röksemdafærsla skiljanleg. Stærðfræðikennari þarf einnig að hafa nauðsynlega hæfni til þrautalausna og líkanagerðar auk þess sem hann þarf að vera fær um að afla og bjóða upp á notkun viðeigandi hjálpargagna (Kristín Bjarnadóttir, 2003).

Kennarar þurfa sífellt að huga að fjölbreyttum kennsluáferðum. Það er þeirra hlutverk að finna leiðir svo allir nemendur þeirra eigi möguleika á því að ná sem bestum árangri. Vygotsky lagði áherslu á tengslin milli náms og þroska. Hann sagði að nám væri ekki bara hæfnin til að hugsa og námið færi ekki fram í beinni línu þar sem eitt tekur við af öðru í rökréttri röð. Námið fælist líka í að ná valdi á mörgum aðferðum til að sjá viðfangsefni frá mörgum hliðum (Vygotsky, 1978:79-84). Nám og kennsla eru samofin fyrirbæri. Kennarar og nemendur verða að dansa sama dansinn, finna rétta taktinn svo að viðunandi árangur náist. Kennarar þurfa að mæta nemendum á þeim stað sem þeir eru staddir hverju sinni. Kennarar þurfa einnig að vera nógu vel að sér í fræðunum og kennslufræðinni til að koma til móts við nemendur með ólíkar þarfir. Grunnskólakennari sem kennir stærðfræði þarf að hafa mjög góð tæk á henni. Kennslufræði í víðum skilningi kemur ekki í staðinn fyrir örugga fagþekkingu og sá sem hefur góðan skilning á stærðfræði hlýtur að standa

betur að vígi en sá sem er óruggur með hæfni sína og skilning í stærðfræði (Kristín Bjarnadóttir, 2005).

Neikvæðar tilfinningar í garð stærðfræði eru algengar meðal kennara yngri barna og tala sumir um stærðfræðifælni eða stærðfræðióttá hjá kennurum sem smitast svo til nemenda (Gresham, 2007:181). Þessa fælni má skilgreina sem hjálparleysi, skelfingu eða taugaveiklun þegar leysa á stærðfræðivandamál eða verkefni. Rannsóknir hafa sýnt að tiltölulega hátt hlutfall kennara yngri barna þjáist af stærðfræðifælni. Það vekur upp efasemdir um hæfni þeirra til að kenna börnum stærðfræði. Sumir fræðimenn telja að kennarar flytji flóttá sinn frá stærðfræði og ótta yfir til nemenda. Neikvætt viðhorf til stærðfræði getur leitt til neikvæðrar útkomu í verkefnum sem leiðir svo af sér stærðfræðifælni. Sumir segja að þetta eigi rót sína að rekja til þess hvernig kennurum sjálfum var kennd stærðfræði en það er einmitt oft þannig að kennarar kenna eins og þeim var kennt á sínum tíma (Gresham, 2007:183).

Þeir sem ætla að kenna stærðfræði þurfa sérhæfða menntun til þess. Ekki er endilega betra að læra meiri og flóknari stærðfræði, heldur þarf að kafa dýpra í þá stærðfræði sem kennd er í grunnskólum, t.d. með því að læra margar ólíkar framsetningar af dæmum og skilja hvað býr að baki hverri aðferð um sig. Það þarf að læra að kenna nemendum að skilja stærðfræði (Kilpatrick o.fl., 2001:375).

### 3.4 Námsefni í stærðfræði

Námsgagnastofnun gefur út ákveðið grunnnáms efni fyrir hvert stig sem samræmist markmiðum Aðalnámskrár grunnskóla. Þar fyrir utan eru gefnar út fjölmargar kennslubækur sem henta nemendum á öllum stigum, ýmist sem ítarefni, þemahefti eða efni sem ætlað er þeim sem einhverra hluta vegna geta ekki fylgt jafnöldrum sínum í námi. Þannig hafa kennarar nú meira úrval kennslubóka en nokkru sinni fyrr. Netið er einnig óþrjótandi uppspretta námsefnis en þar hefur Námsgagnastofnun aukið við úrval gagnvirkra æfinga síðustu ár.

Námsgagnastofnun gefur út *Einingu* fyrir yngsta stig, *Geisla* fyrir miðstig og *Átta-tíu* fyrir unglingsstig. Fram að síðustu aldamótum voru notaðar kennslubækur í stærðfræði sem komu fyrst út á áttunda áratugnum en þær leystu af hólmi kennslubækur kenndar við svonefnda „nýja stærðfræði“. Þetta voru *Stærðfræði 1A-6B* fyrir 1. – 7. bekk og *Almenn stærðfræði I-III* fyrir 8. – 10. bekk. Í nýja kennsluefninu er

áhersla lögð á að samfella sé í náminu allan grunnskólann. Meginviðmið við samningu bókana er *Aðalnámskrá grunnskóla-stærðfræði*. Áhersla er lögð á fjölbreytni, möguleika á að kafa dýpra í tiltekin viðfangsefni, að verkefni af misjöfnu þyngdarstigi séu innan sömu bókar og gert ráð fyrir verkefnum sem ýta undir rannsóknir.

Bókaflokkurinn *Eining* er þýðing á sænska bókaflokknum *Faktor*. Bækurnar samanstanda af átta kennslubókum og kennsluleiðbeiningum, ásamt fylgiefni, s.s. verkefnamöppu og tölvuforritum sem gert er ráð fyrir að nemendur noti. Áhersla er lögð á fjölbreytta kennsluhætti þar sem námsefnið hefur upp á að bjóða ólík viðfangsefni sem nálgast má á mismunandi hátt. Mikilvægt er að byggja ofan á reynslu nemenda og þekkingu og þannig verður kennarinn að velja vinnubrögð sem henta einstaklingum innan nemendahópsins með tilliti til þroska þeirra. Áhersla er lögð á að til staðar séu fjölbreytt námsgögn til að efla talnaskilning. Æskilegt er að umræður séu notaðar þar sem það bæði skerpir eigin skilning að tala um viðfangsefni og útskýra fyrir öðrum og er þeim sem hlusta á mismunandi útskýringar einnig til gagns (Petersen og Mogensen, 1999:7-11).

*Geisli* fyrir 5.-7. bekk hefur að geyma nemendabækur og verkefnamöppur ásamt þemaheftum, kennsluleiðbeiningum og kennsluvef. *Geisla* námsefnið er sjálfstætt framhald af *Einingu* og miðað er við að þar hafi nemendur kynnst vinnubrögðum eins og að rannsaka, ræða, túlka, vinna hlutbundið og skrá og leysa þrautir. Í inngangskafli kennsluleiðbeininga stendur að nemendur þurfi að ræða um viðfangsefnið til að átta sig á skilningi sínum en þurfi einnig að koma hlutum skriflega til skila á skilmerkilegan hátt. Lögð er áhersla á góðan talnaskilning, s.s. að geta námundað tölur að næsta hundraði eða þúsundi og færni í hugarreikningi (Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir, 2002:2-7). Ekki er lögð áhersla á fyrirlestur kennara eða einstaklingsvinnu nemenda í þessu námsefni. Lagt er til að kennsluferlið sé skipulagt á þann hátt að í fyrstu fái nemendur tækifæri til að ígrunda og velta vöngum yfir vandamálum, hver fyrir sig. Síðan deili nemendur sínum hugmyndum með fáum öðrum samnemendum í þorum eða litlum hópum en að lokum deili hver hópur sínum niðurstöðum með öllum bekknum þar sem kennari heldur utan um umræðurnar og hvetur nemendur til dáða (Guðbjörg Pálsdóttir o.fl. 2002:8-9).

Námsefnisflokkurinn *Átta-tíu* er settur saman úr kennsluleiðbeiningum, grunnbók og þemaheftum en einnig fylgir vefsíða. Tekið er mið af markmiðum *Aðalnámskrár grunnskóla* en hæfnipættirnir sem Niss og félagar settu fram í dönsku KOM skýrslunni liggja einnig til grundvallar, enda tengjast þessir þættir markmiðum námskrár. Kennarar eru hvattir til að kynna sér þá og meta hvaða hæfni þeir vilja ná fram hjá nemendum sínum (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný H. Gunnarsdóttir, 2006b:4-6).

Í inngangi að nemendabókum kemur fram að í hverjum kafla sé aðallega fjallað um einn efnisþátt stærðfræðinnar en þó ber að hafa í huga að efnisþættir stærðfræðinnar fléttast saman og styðja hver annan. Þá er einnig gott að hugsa um tengsl stærðfræðinnar við aðrar námsgreinar og daglegt líf. Stór þáttur í stærðfræðinámi felst í að temja sér vinnubrögð stærðfræðinnar svo sem að rannsaka og leita að samhengi, finna mögulegar lausnir og rökstyðja þær. Oft reynir það á úthald og þrautseigju og gott getur verið að vinna saman að lausn verkefna. Námsefninu er ætlað það hlutverk að styðja nemandann í námi. Mikilvægt er að hafa yfirsýn yfir námið og setja sér markmið (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2005 og 2006a).

Í kennsluleiðbeiningum með námsefninu er að finna inngang þar sem fjallað er um stærðfræðinámið og -kennslu. Þar er greint frá þeirri hugmyndafræði sem námsefnið byggir á og þar má lesa sér til um hugmyndir fræðimanna um nám og kennslu í stærðfræði og hlutverk stærðfræðikennarans. Nálgunin að stærðfræðinni í nýja námsefninu er önnur en kennarar hafa vanist. Í eldra námsefni var upphaflega hugmyndin svipuð en með tímanum hafði kennslan þróast í að vera fyrst og fremst að reikna í bækurnar en ekki að nýta allt sem var í kennsluleiðbeiningum. Það má segja um eldri bækurnar að þær voru að mestu notaðar sem dæmasöfn. Í þessu nýja efni er mun meira sett inn í bækurnar og ætlast til að kennari sé í stærðfræðilegum vangaveltum með öllum bekknum og aðlagi verkefni að nemendum sínum. Ekki að þeir vinni á mismunandi hraða heldur á mismunandi dýpt.



## 4 Undirbúningur kennara í stærðfræði

### 4.1 Stærðfræðimenntun í framhaldsskóla

Flestir grunnskólakennarar hafa lokið stúdentsprófi en hluti kennara er þó ekki með þá menntun að baki. Það eru t.d. kennarar sem sóttu nám við Kennaraskólann áður en honum var breytt í háskóla og þeir sem fengið hafa undanþágu til að hefja kennaranám þrátt fyrir að hafa ekki lokið stúdentsprófi. Til stúdentsprófs var frá árinu 1986 til 1999 lágmarkskrafa um 21 stærðfræðieiningu af náttúrufræðibraut en 15 einingar af félagsfræðibraut og 12 einingar af öðrum bóknámsbrautum (*Námskrá handa framhaldsskólum*, 1990:336-337).

Dregið var úr stærðfræði í framhaldsskólum við endurskoðun aðalnámskráa í grunn- og framhaldsskólum á árunum 1996-1999. Þá var hugmyndin að stytta nám til stúdentsprófs úr fjórum árum í þrjú ár og til að mæta því var hugmyndin m.a. að færa fyrstu áfanga framhaldsskólans niður í grunnskóla (Kristín Bjarnadóttir, 2005). Í stærðfræðihluta *Aðalnámskrár framhaldsskóla* frá 1999 má sjá, að á náttúrufræðibraut eru 15 einingar í kjarna ásamt vali um allt að 15 einingum á kjörsviði en á öðrum bóknámsbrautum er kjarninn sex einingar og val um sex einingar eða níu einingar til viðbótar, en það er mismunandi eftir kjörsviðum (*Aðalnámskrá framhaldsskóla - stærðfræði*, 1999:24). Ekki er skylda að taka kjörsviðsnámskeiðin heldur velja nemendur úr fjölda námsgreina innan hverrar námsbrautar þannig að hægt er að ljúka stúdentsprófi með aðeins 6 einingar í stærðfræði af t.d. félagsfræði- og málabrautum.

Kristín Bjarnadóttir dósent í stærðfræðimenntun við Menntavísindasvið Háskóla Íslands telur þennan niðurskurð í stærðfræði framhaldsskólans óheppilegan þar sem frekar þyrfti að auka við kennsluna en hitt. Hún segir mikilvægt að nemendur fái sýfellt við stærðfræðileg viðfangsefni þar sem kafað yrði dýpra í þá þætti stærðfræðinnar sem nemendur hafa áður lært. Stærðfræðinám er þjálfun í hugsun sem þarf endurtekið áreiti svo fyrri þekking gleymist ekki (Kristín Bjarnadóttir, 2005).

Til að mæta aukinni stærðfræði í grunnskóla vegna niðurskurðar í framhaldsskólum átti að auka kennslustundafjölda í stærðfræði úr fimm stundum á viku í sex (Kristín Bjarnadóttir, 2005) en raunin er sú að í viðmiðunarstundaskrá aðalnámskrár grunnskóla frá 1999 er stærðfræði í



1.-10. bekk með 5 stundir á viku (*Aðalnámskrá grunnskóla - almennur hluti*, 1999:29). *Aðalnámskrá grunnskóla* frá árinu 2006 segir í viðmiðunarstundaskrá að mínútur í kennslu í stærðfræði í 8. – 10. bekk eigi að vera 600 á viku (*Aðalnámskrá grunnskóla - almennur hluti*, 2006:14). Það gera fimmtán 40 mínútna kennslustundir svo þar er hver bekkur á unglingsstigi enn með 5 stundir á viku í viðmiðunarstundaskrá þrátt fyrir minni kennslu í stærðfræði í framhaldsskólum. Skólaárið hefur þó í flestum tilfellum lengst. Með *Lögum um grunnskóla* númer 66/1995, 26. grein, er kveðið á um 170 daga skólaskyldu. Hins vegar var sveitarfélögum gefin kostur á að lengja skólaárið úr 170 dögum í 180 daga á ári með kjarasamningum kennara en sú lenging var bundin í lög með *Lögum um grunnskóla* númer 91/2008, 8. grein.

## 4.2 Stærðfræðimenntun í háskóla

Menntun stærðfræðikennara í íslensku skólakerfi er mismunandi eftir skólastigum. Menntun grunnskólakennara er starfsmenntun þar sem megináhersla er lögð á uppeldislið starfsins en ólíkum námsgreinum, s.s. stærðfræði, eru gerð nokkur skil. Menntun framhaldsskólakennara í stærðfræði er hins vegar fagmenntun þar sem megináhersla er á námsgreinina sjálfa (Kristín Bjarnadóttir, 2003). Grunnskólakennar ljúka B.Ed. gráðu með ákveðið sérsvið og eiga síðan kost á framhaldsnámi til M.Ed. gráðu sem verður skilyrði fyrir starfsleyfi til kennslu í grunnskólum árið 2013 eins og kveður á í lögum númer 87/2008, 4. grein.

Framhaldsskólakennarar hafa hingað til sótt menntun í sínu fagi og lokið þar þriggja ára sérhæfðu námi til BA eða BS gráðu og bæta svo við einu ári í uppeldis- og kennslufræðum. Samkvæmt 5. grein laga númer 87/2008 þurfa þeir sem ætla að sækja um leyfisbréf til kennslu í framhaldsskóla að hafa meistaragráðu í sínu fagi ásamt að lágmarki 60 einingum í uppeldis- og kennslufræðum.

Hér á landi eru tvær stofnanir sem leggja áherslu á menntun grunnskólakennara en það eru Háskóli Íslands, Menntavísindasvið, og Háskólinn á Akureyri sem er með kennaradeild innan Hug- og félagsvísindasviðs. Til að ljúka B.Ed. námi þarf að ljúka 180 námseiningum, en þá er átt við ECTS-einingar eða staðlaðar námseiningar en þær hafa tvöfalt vægi miðað við fyrri einingakerfi þar

sem B.Ed. gráðan fól í sér að lágmarki 90 námseiningar. Meistaragráða krefst þess síðan að nemendur ljúki tveimur árum til viðbótar eða 120 einingum. Þeir sem hefja nám við Menntavísindasvið Háskóla Íslands, sem áður var Kennaraháskóli Íslands, haustið 2009 eða síðar eiga kost á að ljúka B.Ed. prófi, með möguleika á framhaldsnámi til M.Ed. gráðu

Í Háskóla Íslands er kennaranámið þannig upp byggt að hluti þess er byggður á sameiginlegum námskeiðum grunnskóla- og leikskólakennara. Þá er ákveðinn kjarni fyrir grunnskólakennara en síðan velja kennaraefni sér 80 ECTS eininga kjörsvið, til dæmis almenna kennslu, yngri barna kennslu, íslensku, tungumál, samfélagsfræði eða stærðfræði. Í skyldunámskeiðum til grunnskólakennara þarf ekki að taka nein námskeið í stærðfræði og stærðfræðimenntun ef kjörsviðið er ekki valið. Þó er hægt að velja sér námskeið í stærðfræði sem hluta af 20 eininga valnámskeiðum. Þeir sem velja kjörsviðið almenna kennslu þurfa að taka 20 einingar í stærðfræði og þeir sem velja yngri barna kennslu sem kjörsvið þurfa að taka eitt 10 eininga námskeið um stærðfræðikennslu ungra barna (Háskóli Íslands, e.d.).

Í kennsluskrá Háskólans á Akureyri, sem tekur gildi fyrir þá sem hefja nám haustið 2009, er engin stærðfræði á fyrsta ári en á öðru ári taka nemendur 6 einingar í stærðfræði og stærðfræðikennslu hver á sínu sérsviði, sem eru yngri barna kennsla, kennsla á miðstigi og kennsla unglunga. Sama námskeið er fyrir þá sem velja kennslu á unglingastigi og miðstigi en sérstök byrjendastærðfræði er fyrir yngsta stigið. Miðstigið tekur þann hluta einnig sem skyldu svo þeir kennarar ljúka a.m.k. 12 einingum í stærðfræði. Kennaraefni velja sér síðan 60 eininga kjörsvið sem hægt er að taka innan annarra deilda Háskólans á Akureyri eða í öðrum háskólum (Háskólinn á Akureyri, e.d.). Í eldri kennsluskram er stærðfræði á fyrsta ári, sem kennd er bæði á haust og vormisseri, 4 og 6 ECTS einingar (sama heimild).

Þegar kennaradeildin hóf starfsemi sína árið 2003 var eitt 8 ECTS eininga námskeið í stærðfræði í boði á fyrsta ári. Það skilyrði var sett að nemendur þurftu að ljúka öllum námskeiðum fyrsta árs áður en þeir gátu hafið nám á þriðja ári og varð raunin sú að stærðfræðin kom í veg fyrir eða tafði að hluti nemenda lyki námi.

Friðrik Diego lektor í stærðfræði við Menntavísindasvið Háskóla Íslands, áður Kennaraháskóla Íslands, lætur í ljós þá skoðun sína í grein í *Tímariti um raunvísindi og stærðfræði*, að kennaraefni vanti betri

undirbúning fyrir kennslu í grunnskóla (Friðrik Diego, 2003:135). Við Menntavísindasvið HÍ voru í boði tvenns konar námskeið í stærðfræði. Annars vegar voru það skyldunámskeið sem voru oftast umfangslítill en hins vegar valnámskeið sem fólu í sér meira nám (Friðrik Diego, 2003:133).

Kristín Bjarnadóttir tekur í sama streng í grein sinni í *Netlu* (2005). Þar talar hún um fyrirkomulagið eins og það var þá og hafði verið. Almennir kennarar, sem sótt hafa nám við Kennaraskólann og síðar Kennaraháskólann, hafa ekki fengið mikla fagmenntun í stærðfræði eða 8 ECTS einingar í stærðfræði á fyrsta námsári áður en sérhæfing hefst. Þeim sem velja stærðfræðikjörsvið standa mörg námskeið til boða og þeir sem velja yngri barna kennslu sækja sérstakt námskeið um stærðfræðikennslu á því stigi. Aðrir kennaranemar velja sér ákveðna námsgrein eða námsgreinar sem þeir sérhæfa sig í og hentar vel til kennslu á unglingsstigi. Þarna virðist hafa vantað upp á undirbúning kennara á miðstigi sem oftast eru bekkjarkennarar og kenna flestar námsgreinar, þar með talda stærðfræði. Spurning er hvort þeir hafi verið nægilega vel undir það búinir að kenna þætti á borð við deilanleika, frumtölur, hlutfallsvarða og fleira sem krefst góðs skilnings og sérfræðiþekkingar (Kristín Bjarnadóttir, 2005). Skyldubundið stærðfræðinám í framhaldsskólum er minna en áður, sbr. *Aðalnámskrá framhaldsskóla*, þar sem lágmarkseiningafjöldi í stærðfræði til stúdentsprófs hefur minnkað svo gera má ráð fyrir að hluti kennaranema hafi aðeins litla menntun í stærðfræði umfram grunnskólanemendur (Friðrik Diego, 2003:134).

Samkvæmt Stefaníunni, sem er innri vefur Háskólans á Akureyri, þá brautskráðust úr kennaradeildinni samtals 352 úr grunnskólakennarafræðum 1996-2009. Af þessum fjölda voru 51 af raunvísindasviði eða tæplega fjórir að meðaltali ár hvert sem eru 14% útskrifaðra kennara á þessu tímabili (Munnleg heimild, Torfhildur Þorgeirsdóttir, tölvupóstur 14. október 2009).

Frá Kennaraháskóla Íslands hafa 307 kennarar útskrifast af stærðfræðikjörsviði á árabílinu 1974-1999 sem eru um 12 nemendur á ári. Á árunum 1999-2003 eru þetta 49 nemendur sem gefur svipað meðaltal (Friðrik Diego, 2003:134).

## 5 Rannsóknir á stærðfræðimenntun kennara

### 5.1 Íslenskar rannsóknir

Fáar rannsóknir hafa verið gerðar hér á landi á menntun kennara í stærðfræði. Hér verður sagt stuttlega frá niðurstöðum þriggja íslenskra rannsókna á kennurum og kennaraefnum. Sú fyrsta er um menntun grunnskólakennara á unglíngastigi sem unnin var af menntamálaráðuneyti. Önnur er varðandi árangur í stærðfræði á landsprófi á árunum 1967-1973 með tilliti til fagmenntunar kennara og er unnin af Kristínu Bjarnadóttir dósent við menntavísindasvið Háskóla Íslands og sú þriðja var gerð af Friðrik Diego lektor og Kristínu Höllu Jónsdóttur aðjúnkt sem störfuðu við Kennaraháskóla Íslands, nú Menntavísindasvið HÍ. Þau rannsökuðu kunnáttu fyrsta árs kennaranema í nokkrum þáttum stærðfræðinnar.

Menntamálaráðuneytið lagði vorið 2004 spurningalista fyrir skólastjóra með það að markmiði að afla upplýsinga um menntun kennara í stærðfræði- og náttúrufræðigreinum á grunn- og framhaldsskólastigi. Upplýsinga var aflað um menntun kennara sem kenndu stærðfræði í 8.-10. bekk grunnskóla og einnig 7. bekk ef það voru ekki bekkjarkennarar viðkomandi bekkja. Svör bárust frá 160 af 184 grunnskólum sem lentu í úrtaki eða 87% grunnskóla. Ekki er um heildaryfirlit að ræða en niðurstöðurnar gefa ákveðnar vísbindingar um menntun stærðfræðikennara í grunnskólum landsins.

Í ljós kom að tæplega 50% þeirra sem kenna stærðfræði í 8.-10. bekk eru grunnskólakennarar með almennt kennarapróf og þriðjungur er með B.Ed.-gráðu og stærðfræði sem valgrein. Leiðbeinendur voru 11% og 2% voru með BS í stærðfræði. Þá nefndu 6% annað, svo sem íþróttakennari eða BA/BS í annarri grein en stærðfræði ásamt uppeldis- og kennslufræðum (Menntamálaráðuneytið, 2005:7).

Um það bil helmingur þeirra sem sáu um stærðfræðikennslu í 7. bekk og voru ekki umsjónarkennarar bekkjanna voru með almennt kennarapróf. Þá voru 24% þeirra með B.Ed.-gráðu og stærðfræði sem valgrein en 19% voru leiðbeinendur. Aðrir voru 8%, þ.e., þeir sem kenna stærðfræði í 7. bekk án þess að vera umsjónarkennarar (Menntamálaráðuneytið, 2005:8).

Kristín Bjarnadóttir gerði rannsókn á árangri nemenda í stærðfræði á landsprófi í nokkrum skólum á árunum 1967-1973 með tilliti til menntunar kennara með því að skoða og bera saman gögn úr prófabókum landsprófsnefndar. Niðurstöður benda til þess að stöðugleiki í kennaraliði ásamt menntun kennara í stærðfræði hafi haft mikil áhrif á það hvort útkoma í stærðfræði var góð eða ekki. Skoðaðir voru sjö skólar en í fjórum þeirra voru kennarar með BA próf í stærðfræði. Nemendur í þeim skólum stóðu sig áberandi betur í stærðfræði en að meðaltali af árangri í öðrum námsgreinum (Kristín Bjarnadóttir, 2006:286-289).

Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir könnuðu stærðfræðigetu fyrsta árs kennaranema í Kennaraháskóla Íslands í janúar 1992. Á þessum tíma var Kristín Halla dósent en Friðrik stundakennari í stærðfræði við skólann. Tilgangur þeirrar rannsóknar var að kanna hversu vel kennaranemum gengi að leysa einföld stærðfræðiverkefni með efnisatriðum sem kennd eru í grunnskólum og framhaldsskólum. Hugmyndin var að varpa ljósi á hvort nemendur hefðu fremur litla kunnáttu, eins og stærðfræðikennurum við skólann sýndist raunin, eða í það minnsta kanna hver staðan væri. Þátttakendur voru 85 nemendur af 101 sem skráðir voru á annað misseri. Dæmin voru 29 en efnisþáttum var skipt í fimm flokka: 1) Tölur, 2) Reikningur og algebra, 3) Rúmfræði, 4) Líkindareikningur og tölfræði 5) Rökræði en flokkar númer 1 og 2 höfðu mest vægi. Rannsakendur spáðu fyrir um getu nemenda við hverja spurningu, þ.e. hve hátt hlutfall nema myndi svara rétt (Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir:1992:1-2).

Niðurstöður leiddu í ljós að kunnáttu kennaraefna í stærðfræði var undir væntingum, sem þó voru ekki miklar. Áður en fyrir lög höfست spáðu rannsakendur því að 62% svara yrðu rétt en raunin varð sú að einungis 53% svara reyndust rétt. Það dæmi sem verst kom út var í 15% tilfella rétt en það sem best reyndist var rétt í 87% tilfella. Þá var sá nemandi sem fékk slökustu útkomuna með 4 dæmi rétt meðan tveir þeir sem besta útkomu fengu voru með 26 atriði rétt (Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir, 1992:4-6).

Í ályktunarkafli er rætt um hve mikil vonbrigði niðurstöðurnar voru og bent á að árangur þeirra slökustu sé mjög slakur. Bent er á að þær þrjár einingar sem kenndar voru í stærðfræði í kjarna kennaranámsins á þessum tíma ættu að rúma bæði uppbyggingu á fræðilegum grunni og undirbúning kennaraefna fyrir kennslu stærðfræði. Niðurstöður

könnunarinnar bentu hins vegar til að margir hafi engan grunn til að byggja á og að helst þyrfti Kennaraháskólinn að bregðast við á einhvern hátt til að byggja upp kunnáttu þessara einstaklinga. Rannsakendur telja það áhyggjuefni að árlega útskrifist kennarar frá skólanum með eins veikan grunn og lýst hefur verið (Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir, 1992:9-10).

## 5.2 Erlendar rannsóknir

Til eru margar erlendar rannsóknir á viðfangsefninu en hér verður sagt nokkuð ítarlega frá rannsókn sem Krauss, Baumert, Blum og Neubrand (2008) gerðu með rannsókn á menntun stærðfræðikennara í Berlín í Þýskalandi. Þeir notuðust við kenningar Shulman um þekkingu kennara, þ.e. um þekkingu á viðfangsefninu annars vegar og þekkingu á kennslufræði viðfangsefnisins hins vegar. Rannsóknin var nefnd COACTIV (Cognitively Activating Instruction) en þátttakendur í henni voru m.a. kennarar sem kenndu nemendum sem tóku þátt í PISA veturinn 2003/2004 ásamt nemendum. Stærðfræðikennararnir fengu spurningalista og próf til að kanna þekkingu á faginu stærðfræði annars vegar og kennslufræði stærðfræðinnar hins vegar. Kennarar og nemendur fengu samskonar spurningar um bekkjarstjórnun, vitsmunalega örvun og stuðning kennara og að lokum fengu nemendur spurningalista og próf sem kannaði hæfni og gengi í stærðfræði og fleiri greinum.

Kennaraverkefni voru af ýmsum toga. Í þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar áttu kennararnir í fyrsta lagi að sýna eins margar mögulegar lausnir við dæmi og þeir gátu. Í öðru lagi voru nokkur verkefni þar sem kennarar áttu að finna, greina og spá fyrir um algengar villur eða misskilning hjá nemendum og í þriðja lagi voru nokkur verkefni þar sem kennarar áttu að útskýra ákveðin atriði fyrir hugsanlegum nemendum eða segja frá hvernig þeir myndu kenna þau. Síðan var hluti prófsins ætlaður til að kanna þekkingu kennaranna í stærðfræði, þ.e. þáttum eins og algebru og rúmfræði (Krauss o.fl., 2008:7-8).

Niðurstöðurnar voru síðan bornar saman við svipaðar rannsóknir sem fóru fram í Michigan í Bandaríkjunum og MT21 sem unnin var í Þýskalandi, til að skjóta undir þær styrkari stöðum. Kennurunum var skipt í tvo hópa miðað við í hvaða skólagerð þeir kenndu. Annars vegar „menntaskólakennara“ og hins vegar „aðra framhaldsskólakennara“ þar

sem menntaskólakennararnir höfðu mun meiri menntun í stærðfræði en hinir (Krauss o.fl., 2008:11). Hafa ber í huga að skipulag menntunar er öðruvísi í Þýskalandi en á Íslandi, þar sem það sem kallast framhaldsskóli þar, (e. *secondary school*, þ. *sekundarstufe*) er fyrir nemendur á aldrinum 11-18 ára.

Niðurstöður sýna að menntaskólakennararnir, sem eru með meiri menntun í stærðfræði, koma betur út úr báðum þáttum, þ.e. þekkingu á faginu, þar sem munurinn var mikill, og öllum prófþáttum í kennslufræði fagsins. Það þarf ekki að koma á óvart að þeir hafi sýnt betri árangur varðandi kunnáttu í stærðfræði en það að þeir hafi einnig verið betri í kennslufræðinni er umhugsunarvert í ljósi þess að þeir hafa mun minni menntun en hinir kennararnir í uppeldis- og kennslufræðum (Krauss o.fl., 2008:12).

Niðurstöður sýna einnig að sterk fylgni er milli þessara þátta. Ef góð þekking á viðfangsefninu er fyrir hendi virðast auknar líkur á að kennarar nái góðum tókum á kennslufræðinni. Áhersla á uppeldis- og kennslufræði ein og sér gefur ekki eins góðan árangur, hvorki í kennslufræði fags né þekkingu á fagi. Rannsakendur benda hins vegar á að góð fagþekking er aðeins einn áhrifafáttur í góðri þekkingu á kennslufræði fagsins þar sem sumir fengu mörg stig í þeim hluta en mjög fá stig í þekkingu á faginu (Krauss o.fl., 2008:12).

Athyglisvert þótti að ekki var mikil fylgni milli starfsreynslu og þekkingar, hvorki á faggreininni né kennslufræðiþáttum. Þá sýndu niðurstöður að þeir kennarar sem fengu mörg stig, bæði í faginu og kennslufræðihluta voru ósammála þeirri fullyrðingu að stærðfræði væri bara eins og kassi, fullur af reglum og staðreyndum sem þyrfti að læra og væri hægt að grípa til þegar þyrfti að nota. Kennararnir voru á þeirri skoðun að til að læra stærðfræði þyrfti að setja hana í rökrænt samhengi og nemandinn þyrfti að upplifa sínar stærðfræðilegu uppgötvanir, m.a. með því að horfast í augu við eigin villur og læra af þeim. Ekki væri vænlegt til árangurs að læra stærðfræði með því að hlusta á aðra tala um hana (Krauss o.fl., 2008:13). Þá sýndi samanburður niðurstaðna og frammistöðu nemenda í PISA að mun sterkari fylgni var milli góðs gengis nemenda og þekkingar kennara á kennslufræði fagsins heldur en gengi nemenda og fagþekkingar kennara (Krauss o.fl., 2008:14). Það gefur vísbendingar um mikilvægi þess að hafa stærðfræðimenntun sem hluta af kennaranámi.

## 6 Aðferð

Rannsóknarspurningin sem liggur til grundvallar þessari rannsókn er hver er fagmenntun þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar og hver viðhorf þeirra og væntingar til kennslunnar eru. Til að svara henni voru spurningalistar lagðir fyrir kennara vorið 2009. Gögnum var safnað saman og niðurstöður skráðar í excel skjal þar sem hver breyta fékk einn dálk en hver kennari eina línu. Síðan var stuðst við eiginleika forritsins við útreikninga og pivot töflur notaðar til flokkunar þar sem hægt er að sjá fleiri breytur saman. Hver einstakur þáttur var skoðaður og í niðurstöðukafla eru svörum gerð skil, ýmist með prósentum eða í töflum og myndritum. Einnig var í nokkrum tilfellum reiknuð *Pearsons r* fylgni í excel þar sem svörunum var raðað upp eftir vægi með tölunum 1-5 þar sem t.d. 1 var mjög sammála og 5 var mjög ósammála en þeim sem ekki svöruðu og merktu við „veit ekki“ var sleppt. Taka ber tillit til þess að ekki er var um jafnbilakvarða að ræða þar sem ekki er endilega jafnt bil milli svarmöguleikanna.

Í þessum kafla er greint frá gagnaöflun og einnig er sagt frá þátttakendum. Þá er fjallað um þá rannsóknaraðferð sem notuð var til að afla gagna og framkvæmd rannsókna.

### 6.1 Gagnaöflun

Í rannsókninni var stuðst við viðurkenndar aðferðir aðferðafræðinnar. Aðferðum við rannsóknir er oft skipt í eigindlegar og megindlegar rannsóknaraðferðir. Í megindlegum rannsóknum er yfirleitt notast við stórt úrtak og þær geta náð til fjölda manna ef þýðið er stórt. Megindleg nálgun byggist á því að finna tölfraðilegar upplýsingar eins og meðaltöl og dreifingu úr þeim hópi sem skoðaður er og finna tengsl á milli hópa eða ólíkra breytibátta innan þess hóps sem rannsakaður er (Sigurlína Davíðsdóttir, 2003:221-222). Megindlegar aðferðir henta vel þegar leitað er svara við rannsóknarspurningu sem rannsakandinn telur sig vita nokkuð um og eru niðurstöðurnar notaðar til að telja og mæla útkomuna. Þær geta sýnt fram á að mynstur í gögnunum sé til staðar (Sigurlína Davíðsdóttir, 2003:226). Rannsóknin sem hér var framkvæmd er megindleg og eru gögnin í formi svara við spurningalistum fyrir kennara með opnum og lokuðum spurningum. Spurningarnar tengjast menntun kennara í stærðfræði og viðhorfum þeirra til eigin stærðfræðináms og



stærðfræðikennslu. Í niðurstöðum er notað lýsandi tölfræði þar sem myndir og töflur gegna lykilhlutverki (Amalía Björnsdóttir, 2003:117).

## 6.2 Þátttakendur

Grunnskólakennarar á Íslandi eru tæplega 5000 (Hagstofa Íslands, e.d.-a) og stór hluti þeirra kennir stærðfræði í 1. – 10. bekk. Ákveðið var að nálgast kennara sem kenna stærðfræði á einu svæði og varð Akureyri fyrir valinu eins og rannsóknarspurningin ber með sér. Leitað var í hverfisskólana sem voru sex talsins þegar rannsóknin var framkvæmd en taka átti þann sjöunda í notkun haustið 2009.

Rannsakandi býr á Akureyri og hafði því greiðan aðgang að grunnskólunum þar og voru þátttakendur í rannsókninni m.a. valdir með tilliti til þess. Slíkt úrtak kallast hentugleikaúrtak og hefur ekki eins sterkt yfirfærslugildi og tilviljanaúrtak (Þorlákur Karlsson og Þórólfur Þórindsson, 2003:62-63). Segja má að þýðið séu kennarar sem kenna stærðfræði á landsvísu en þessi rannsókn er takmörkuð við ákveðið landssvæði.

Árið 2008 voru kennarar á Norðurlandi eystra 565 (Hagstofa Íslands, e.d.-b). Kennarar í grunnskólum Akureyrar voru haustið 2008 ásamt stjórnendum og ráðgjöfum, ríflega 400 í 279 stöðugildum (Akureyrarbær, e.d.) og þar af kenndu um það bil 108 stærðfræði miðað við áætlun skólastjóra í hverjum skóla fyrir sig. Sendir voru út 108 spurningalistar og af þeim svöruðu 89 sem er 82,4% þátttaka. Einhverjir kennarar voru fjarverandi þegar könnun var lögð fyrir og sumir kusu að taka ekki þátt. Þetta svarhlutfall er ásættanlegt þó betri svörun hefði gefið nákvæmari upplýsingar.

## 6.3 Spurningalisti

Rannsakandi samdi spurningalista (sjá fylgiskjal 1) og var honum skipt í 5 hluta sem eru *bakgrunnsupplýsingar, menntun í framhaldsskóla, menntun í háskóla, viðhorf til kennslu í stærðfræði og námsefni*. Spurningarnar eru bæði opnar, þar sem svarendur skrifa sjálfir inn svör, lokaðar þar sem hægt er að velja úr einhverjum fjölda svara og hálf lokaðar þar sem velja má úr fjölda svara og/eða skrifa inn viðeigandi svar. Í lokuðum spurningum var ýmist notaður fimm þrepa raðkvarði, stundum nefndur Likertkvarði, með sjötta svarkostinn „veit ekki“ eða fullyrðingum þar sem fimm svarmöguleikar, einnig á raðkvarða, voru

mjög sammála til mjög ósammála en þar var sjötti kostur einnig „veit ekki“. Hálf lokaðar spurningar eru á nafnkvarða þar sem mismunandi svarkostir standa til boða. Rannsakandi tók ákvörðun um að hafa „veit ekki“ svarkostinn með, þrátt fyrir að margir mæli með því að sleppa honum (Þorlákur Karlsson, 2003:343-344).

Spurningalistinn var forprófaður af nokkrum grunnskólakennurum sem komu með ábendingar varðandi orðaval og efnistöð. Leiðsagnarkennari og sérfræðingur komu einnig með gagnlegar ábendingar og var spurningalistinn endurbættur eftir þörfum.

Áreiðanleiki segir til um hversu stöðugar niðurstöðurnar eru við endurtekna mælingar og réttmæti segir til um það hvort mælitækið mælir það sem það á að mæla (Ary, 2006:242). Áreiðanleiki var ekki mældur þar sem ekki var um endurtekna fyrirlögn spurningalistans að ræða, utan forprófunar þar sem fáir tóku þátt. Um réttmæti má segja að spurningakannanir sem þessi eru réttmætar að því leyti að sterk tengsl eru milli þess sem fólk gerir og þess sem það segist ætla að gera eins og fjöldi rannsókna vitnar um (Godin, Jobin og Bouillon, 1986; Guðríður Sigurðardóttir og Þorlákur Karlsson, 1991; Martin o. fl., 1984; Rúnar Vilhjálmsson og Þórolfur Þorlindsson, 1992; hér haft eftir: Þorlákur Karlsson, 2003:331). Því dregur rannsakandi þá ályktun að fólk svari spurningum um viðhorf eins og það er í raun.

## **6.4 Framkvæmd**

Leitað var eftir leyfi fyrir framkvæmd rannsóknarinnar til fræðslustjóra sem er æðsti yfirmaður skólamála hjá Akureyrarbæ. Hann gaf formlegt leyfi til að leita til skólastjórnenda. Rannsakandi skrifaði þá bréf til skólastjórnendanna sex (fylgiskjal 2), sem sent var rafrænt, þar sem beðið var um leyfi til að leggja listana fyrir kennara. Þeir gáfu allir sitt samþykki og kusu að vera tengiliðir og leggja listana fyrir sjálfir í lok kennarafundar fyrir utan stjórnanda í einum skóla en þar lagði rannsakandi listana sjálfur fyrir.

## **6.5 Siðferðileg atriði**

Spurningalistanum sem kennarar fengu í hendur fylgir upplýsingablað (sjá fylgiskjal 3) frá rannsakenda. Þar er sagt frá því hver stendur fyrir rannsókninni og í hvaða tilgangi hún er gerð. Þar er einnig tilgreint í

hverju þátttaka felist og minnst á hver ávinningurinn sé af þátttökunni. Að lokum er minnst á hvernig farið verður með persónugreinanlegar upplýsingar og hvernig niðurstöður verði birtar.

Eftir að hafa lesið á upplýsingablaði með rannsókninni um hvað rannsóknin snýst áttu þátttakendur að geta valið um að taka þátt eða ekki og teljast þeir með þátttöku sinni hafa gefið upplýst samþykki (Sigurður Kristinsson, 2003:163). Fjöldi þátttakenda er svo mikill að ekki ætti að vera hægt að rekja niðurstöður. Þó gætu einhverjir verið í minnihluta, s.s. karlmenn eða nýliðar, en tekið var skýrt fram að fyllsta trúnaðar yrði gætt við meðferð gagnanna og ekki komi fram niðurstöður sem auðvelt sé að rekja til ákveðinna einstaklinga.

## 7 Niðurstöður

Alls 89 kennarar af þeim 108 sem kenna stærðfræði í 1. – 10. bekk í hverfissskólum Akureyrar svöruðu spurningalistunum sem er um 82% svarhlutfall. Skipt er eftir stigum í yngsta stig, sem er kennsla í 1. – 4. bekk, miðstig, kennsla í 5. – 7. bekk og unglingastig, kennsla í 8. – 10. bekk. Þrír kennarar kenndu bæði á miðstigi og unglingastigi og teljast hér með hópi þeirra sem kenna á unglingastigi en ekki á miðstigi. Fjöldi kennara skiptist þannig að 42 kenna á yngsta stigi, 30 á miðstigi og 17 á unglingastigi en í myndum og töflum hér á eftir koma tölulegar upplýsingar fram sem hlutfall innan hvers stigs.

**Tafla 1. Bakgrunnsupplýsingar**

	Svar	Yngsta stig %	Miðstig %	Unglingastig %
Kyn	Karl	5	23	41
	Kona	95	77	59
Aldur	25-40 ára	50	47	29
	41-55 ára	31	40	59
	56-70 ára	19	13	12
Starfs- aldur	1-10 ár	56	57	18
	11-20 ár	18	20	47
	21-30 ár	8	10	6
	≥ 31 ár	18	13	29
Kenndar stundir í stærð- fræði á viku	1-5 stundir	36	7	29
	6-10 stundir	64	90	24
	≥11 stundir		3	47

Skipting milli kynja er þannig að í heildina eru karlmenn 18% en kvinmenn 82% svarenda. Konur eru í meirihluta á öllum stigum, en hlutfallslega er minnstur munur milli kynja á unglingastigi eins og sjá má í töflu 1.

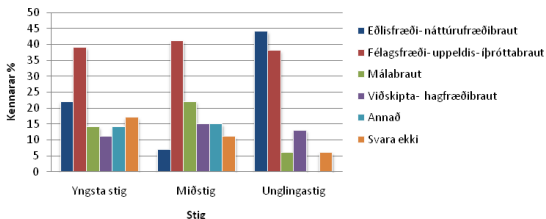
Flestir kennarar á yngsta stigi og miðstigi eru í aldurshópnum 40 ára og yngri en á unglingastigi eru flestir á bilinu 41 árs til 55 ára eða 59%. Kennarar á unglingastigi eru einnig með hæsta starfsaldurinn en 29%

þeirra hafa kennt í 31 ár eða meira. Meira en helmingur kennara á yngsta stigi og miðstigi hefur kennt í 10 ár eða minna.

Á yngsta stigi og miðstigi kenna flestir kennarar 6-10 stærðfræðistundir á viku en þeir sem kenna á unglíngastigi kenna oftast fleiri en 11 stærðfræðistundir á viku.

## 7.1 Menntun kennara í framhaldsskóla

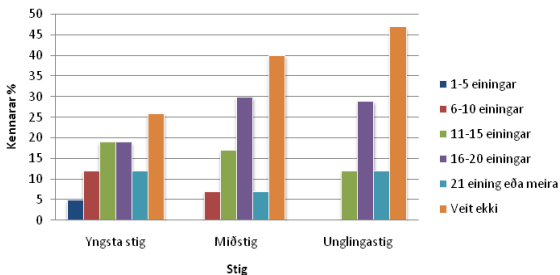
Hér var spurt af hvaða námsbraut kennarar útskrifuðust úr framhaldsskóla og hversu mörgum stærðfræðieiningum þeir luku ásamt viðhorfi til stærðfræðinnar. Spurningin um af hvaða námsbraut framhaldsskólans menn hefðu útskrifast var opin svo svörin voru fjölbreytt. Þau voru flokkuð og raðað saman af rannsakenda. Fyrstu súlurnar á hverju stigi gefa upplýsingar um þá sem útskrifuðust af raungreinasviði og eðlisfræði- eða náttúrufræðibraut en í heildina eru það 19% kennara. Stærsti einstaki hópur þeirra sem kenna á unglíngastigi er af þeim brautum. Næsta súla sýnir þá sem útskrifuðust af félagsfræði-, uppeldis- eða íþróttabraut en í heildina eru það 35% en flestir kennarar sem kenna á miðstigi og yngsta stigi falla í þann hóp. Af málabraut eru samtals 13%. Flokkurinn „annað“ eru iðnnámsbrautir eða annars konar verknámsbrautir. Tíu kennarar svara ekki og af þeim eru nokkrir sem ekki hafa lokið framhaldsskóla.



Mynd 1. Námsbraut í framhaldsskóla

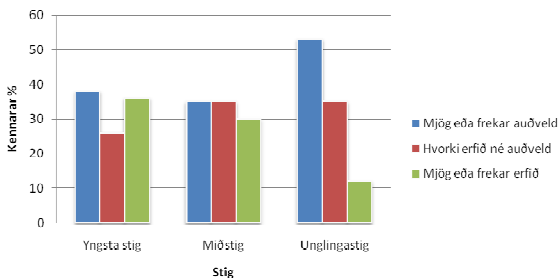
Þar sem spurt var um námseiningar í stærðfræði í framhaldsskóla kemur í ljós að hjá kennurum sem kenna á öllum stigum eru mjög margar einingar sem vita ekki hversu margar einingar þeir tóku en eins og sjá má á mynd 2 falla flestir í þann flokk. Í heildina eru 26% sem lokið hafa 15 einingum eða minna en þann flokk skipa hlutfallslega fæstir af þeim sem kenna á unglíngastigi og flestir af yngsta stigi. Þeir sem hafa lokið 16 einingum

eða meiru eru hlutfallslega flestir á unglिंगastigi. Í heildina hafa aðeins rúm 10% kennara lokið 21 einingu eða meira í stærðfræði í framhaldsskóla en það er minna hlutfall en þeir sem útskrifuðust af náttúrufræðibrautum.



**Mynd 2. Hversu mörgum einingum kennarar luku í stærðfræði í framhaldsskóla**

Í kaflanum um framhaldsskóla í spurningalistanum var spurt hvernig mönnum gekk í stærðfræði á meðan þeir voru í framhaldsskóla með tilliti til þess hvort þeim þótti stærðfræðin erfið eða auðveld. Hjá kennurum á yngsta stigi og miðstigi var nokkuð jöfn skipting milli þess hvort þeim hafi þótt stærðfræði erfið eða auðveld þó ívið fleiri hafi talið hana auðveld. Mun fleiri kennarar á unglिंगastigi telja hins vegar að stærðfræðin hafi verið auðveld eða 53% á meðan 12% þeirra telja að stærðfræðin hafi verið erfið. Eins og sjá má á mynd 3 er hátt hlutfall á hverju stigi sem telur að stærðfræðin hafi hvorki verið auðveld né erfið.



**Mynd 3. Fannst kennurum stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein í framhaldsskóla**

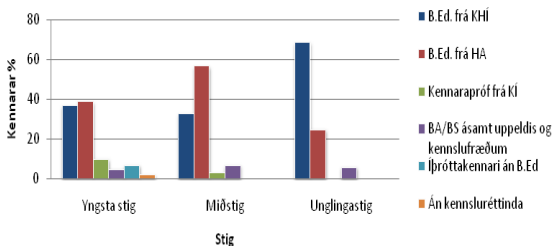
Einnig var spurt hvort kennurum þótti stærðfræði í framhaldsskóla skemmtileg eða leiðinleg. Meirihluta kennara á unglingsstigi (71%), fannst stærðfræðin í framhaldsskóla mjög skemmtileg eða frekar skemmtileg. Á miðstigi voru 47% ánægðir með stærðfræðina í framhaldsskóla og 50% þeirra sem kenna á yngsta stigi. Frekar fáum þótti stærðfræðin í framhaldsskóla leiðinleg eða í heildina 16% kennara en hlutfallslega eru þar flestir sem kenna á miðstigi. Reiknuð var *Pearsons' r* fylgni í excel þar sem þeim sem ekki svöruðu og þeim sem merktu við valmöguleikann „veit ekki“ var sleppt. Mikil fylgni er milli þess hvort stærðfræðin þótti auðveld og skemmtileg eða  $r(85) = .75, p < .05$ , sem er marktæk fylgni. Konur segja í 56% tilfella að stærðfræðin hafi verið mjög skemmtileg eða frekar skemmtileg í framhaldsskóla, á meðan 50% karlanna telja að svo hafi verið. Hlutfallslega jafn mörgum körlum og konum fannst stærðfræðin frekar leiðinleg en engum karlmanni fannst hún mjög leiðinleg meðan 4% kvenna taldi svo vera.

## 7.2 Menntun kennara í háskóla

Í þessum kafla spurningalistans var spurt hvaða menntun kennarar hafa sem veitir réttindi til kennslu og af hvaða braut þeir útskrifuðust. Einnig hversu margar einingar þeir tóku í stærðfræði í kennaranámi sínu ásamt viðhorfi til stærðfræðinnar meðan á kennaranámi stóð.

Stór hluti kennara er með B.Ed. gráðu eða 82% samtals. Þar af luku 36 kennarar eða 40% prófi frá Kennaraháskóla Íslands og 37 kennarar eða

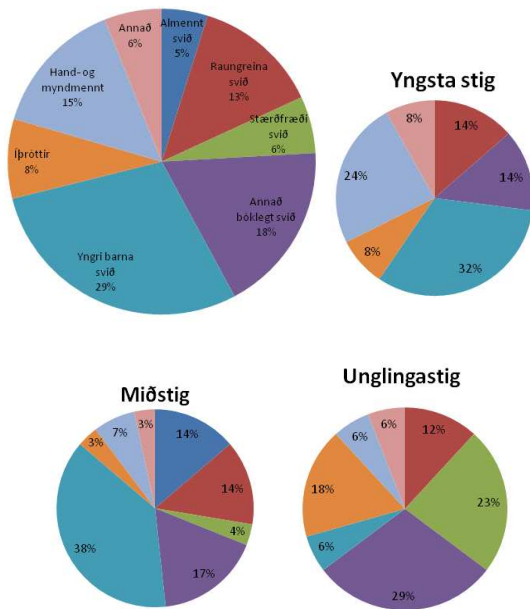
42% frá Háskólanum á Akureyri. Þeir sem kenna á unglíngastigi eru flestir úr KHÍ eða 69% unglíngastígs kennara en algengast er að þeir sem kenna á miðstigi séu útskrifaðir úr HA eða 57%. Á yngsta stigi skiptist þetta nokkuð jafnt eða 37% úr KHÍ og 39% úr HA. Nokkrir kennarar merktu við fleiri en einn möguleika en hér er hæsta prófgráða skráð. Þess utan voru sex B.Ed. grunnskólakennarar í framhaldsnámi eða með einhvers konar viðbótarmenntun í öðru en stærðfræði. Tveir voru leikskólakennarar sem síðan luku B.Ed. Þá höfðu tveir B.Ed. kennarar einnig iðnmenntun og tveir íþróttakennarar án B.Ed. sem síðar luku annars vegar kennaraprófi frá Kennaraskóla Íslands og hins vegar B.Ed. frá Háskólanum á Akureyri.



**Mynd 4. Nám sem veitti réttindi til kennslu**

Sérsviðin úr kennaranáminu eru mörg. Í heildina er yngri barna svið algengast og þannig er það á yngsta stigi og miðstigi. Á unglíngastigi hafa fjórir kennarar stærðfræði sem sérsvið en blandaði bóklegi flokkurinn telur örlítið fleiri en hann felur í sér íslensku, samfélagsfræði og tungumál. Einn kennari af miðstigi er útskrifaður af stærðfræðikjörsviði en enginn af yngsta stigi. Á unglíngastigi hafa 18% kennara íþróttir sem sérsvið. Þeir sem sérhæfðir eru á raungreinasviði eru sjö úr Háskólanum á Akureyri en á þeirri braut eru nokkur námskeið í stærðfræði en fimm úr KHÍ eða öðrum skóla með náttúrufræði sem sérsvið. Þessir sjö kennarar úr HA skiptust þannig að þrjú kenna á yngsta stigi, þrjú á miðstigi og einn á unglíngastigi. Skiptingu í sérsvið má skoða á mynd 5 en litinn á minni myndunum má bera saman við stóru myndina sem sýnir alla kennara.

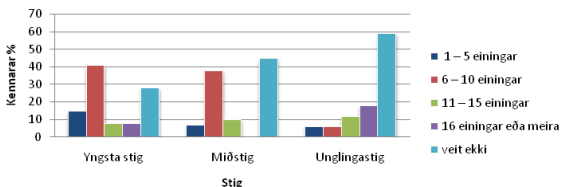




**Mynd 5. Sérsvið í kennaranámi**

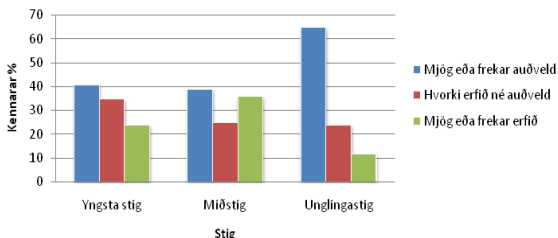
Það er mjög algengt að kennarar viti ekki hve margar einingar þeir höfðu tekið í stærðfræði í kennaranámi sínu eða 28% yngsta stigs kennara, 45% miðstigs kennara og 59% unglíngastigs kennara. Af kennurum á yngsta stigi hafa 41% lokið 6-10 einingum í stærðfræði í kennaranáminu og 38% miðstigs kennara. Á unglíngastigi hafa 18% kennara lokið 16 einingum eða meira í stærðfræði. Mjög fáir kennarar hafa aðeins lokið 1-5 einingum í stærðfræði eða rúmlega 10% allra kennara sem þátt tóku en 44% hafa lokið 10 einingum eða minna. Vakín skal athygli á að hér er um gamla einingakerfið að ræða, ekki ECTS einingar þar sem það einingakerfi er tiltölulega ný til komið. Þennan

einingafjölda sem er til skoðunar hér þarf því að tvöfalda til að bera saman við staðlaðar ECTS námseiningar.



**Mynd 6. Einingar (gamlar einingar, ekki ECTS einingar) í stærðfræði í kennaranámi**

Spurt var hvort stærðfræðin þótti auðveld eða erfið í kennaranáminu. Fleiri telja að stærðfræðin í háskólanáminu hafi verið auðveld en erfið eða 40% allra kennarana. Þar af eru 41% yngsta stigs kennara, 39% miðstigs kennara og 65% unglíngastigs kennara. Nærri því fjórðungur kennara taldi að stærðfræðin hafi verið mjög eða frekar erfið eða 24% yngsta stigs kennara, 36% miðstigs kennara og 12% unglíngastigs kennara.



**Mynd 7. Fannst kennurum stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein í háskóla**

Rúmum helmingi kennara þótti stærðfræðin mjög skemmtileg eða frekar skemmtileg í háskóla. Fáum þótti hún leiðinleg eða 15% allra kennara. Hlutfallslega eru þar flestir á miðstigi. Fremur há fylgni,  $r(86) =$

.60,  $p < .05$ , var meðal þeirra sem þóttu stærðfræðin auðveld annars vegar og skemmtileg hins vegar.

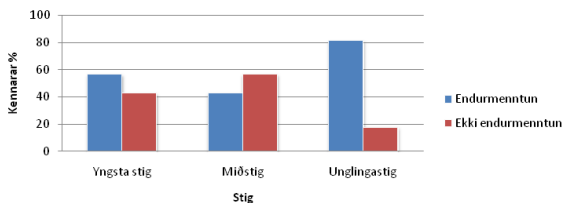
Ef skoðað er hvort stærðfræðinámið þótti skemmtilegt eða leiðinlegt með tilliti til þess hvar kennararnir fengu sín kennsluréttindi kemur í ljós að 57% útskrifaðra úr HA telja stærðfræðinámið hafa verið mjög skemmtilegt eða frekar skemmtilegt og 50% nema úr KHÍ. Þá þótti 44% þeirra sem útskrifaðir eru úr KHÍ stærðfræðin mjög auðveld eða frekar auðveld og 41% úr HA. Ennfremur segja 30% kennara sem lærðu í HA að stærðfræðin hafi verið frekar erfið eða mjög erfið en 19% úr KHÍ.

### **7.3 Viðhorf til kennslu í stærðfræði**

Hér var spurt um viðhorf kennara til ýmissa þátta kennslunnar. Spurt var um endurmenntun í stærðfræði á síðustu árum og hvort kennurum finnst skemmtilegt eða leiðinlegt og auðvelt eða erfið að kenna stærðfræði miðað við aðrar námsgreinar. Þá var spurt hvort kennarar hafi góða kunnáttu í stærðfræði og því hvernig nemendur læra stærðfræði og einnig á kennslufræði stærðfræðinnar. Einnig var spurt hvort kennarar hafi lesið nýjustu *Aðalnámskrá grunnskóla-stærðfræði* og hvernig kennurum gengur að mæta þörfum nemenda með sem erfið eiga með að læra stærðfræði. Þá var spurt um viðhorf til kennslu og nokkurra kennsluaðferða.

#### **7.3.1 Endurmenntun**

Kennarar voru spurðir hvort þeir hefðu sótt endurmenntunarnámskeið í stærðfræði á síðastliðnum fimm árum. Meira en helmingur eða 51 kennari (57%) sagðist hafa farið á námskeið en 38 kennarar (43%) höfðu ekki sótt endurmenntunarnámskeið. Mikill meirihluti kennara á unglingastigi hefur sótt námskeið eða 82% en 57% kennara sem kenna á yngsta stigi hafa sótt endurmenntunarnámskeið og 43% kennara sem kenna miðstigi.



**Mynd 8. Hafa kennarar sótt endurmenntunarnámskeið í stærðfræði síðastliðin 5 ár**

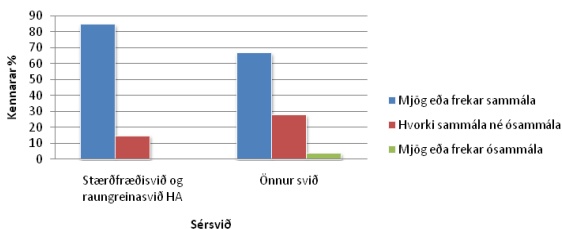
Þeir sem svöruðu því játandi að hafa sótt endurmenntunarnámskeið voru spurðir hve mörgum klukkustundum var varið í námskeiðið. Spurningin var opin og svörin því mismunandi en 57% hafa varið í það 8 klukkustundum eða minna. Þeir sem kenna á ungingastigi hafa varið mestum tíma í námskeið þar sem helmingur þeirra 14 kennara sem sótt hafa námskeið hafa stundað nám í 13 stundir eða meira en það hafa fáir á yngri stigum gert.

### 7.3.2 Tilfinningar til kennslu í stærðfræði

Kennarar voru spurðir að því hvernig þeim þætti að kenna stærðfræði miðað við aðrar greinar. Aðeins þrjú kennarar af yngsta og miðstigi töldu það heldur leiðinlegra. Þannig voru 49% kennara sem töldu það mun skemmtilegra eða heldur skemmtilegra að kenna stærðfræði en aðrar greinar eða 59% kennara á ungingastigi, 47% miðstigi og 48% kennara á yngsta stigi. Nærri helmingur eða 47% allra kennara taldi hvorki skemmtilegra né leiðinlegra að kenna stærðfræði en aðrar greinar.

Einnig var spurt hvort kennurum þætti auðveldara eða erfiðara að kenna stærðfræði en aðrar greinar. Alls voru það 31% allra kennara sem töldu mun auðveldara eða heldur auðveldara, að kenna stærðfræði en aðrar greinar eða 53% ungingastigs kennara, 33% miðstigs kennara og 21% yngsta stigs kennara. Rúmur helmingur eða 54% allra kennara taldi hvorki erfiðara né auðveldara að kenna stærðfræði en aðrar greinar en 13% kennara taldi það heldur erfiðara. Enginn kennari taldi mun erfiðara að kenna stærðfræði en aðrar greinar. Fremur há fylgni  $r(86) = .60, p < .05$  er milli þess hvort kennarar telji auðveldara að kenna stærðfræði en annað og skemmtilegra að kenna stærðfræði en aðrar greinar.

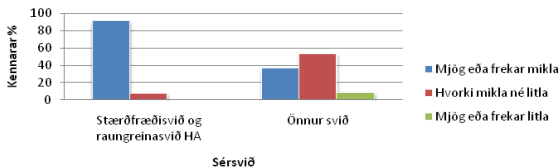
Kennarar segjast mjög sammála eða frekar sammála í 93% tilfella að skilningur nemenda á viðfangsefni sé það sem skipti mestu máli í náminu. Meirihluti kennara (66%) er ánægður með árangur af stærðfræðikennslunni og eru þar kennarar af unglingsstigi hlutfallslega flestir eða 71% af þeim hópi. Sé ánægja með árangur skoðuð með tilliti til þess hvort kennarar hafi meiri menntun í stærðfræði, þ.e. séu með stærðfræði sem sérsvið eða raungreinasvið frá HA, samanborið við þá sem hafa önnur sérsvið úr kennaranámi, kemur í ljós að þeir sem hafa meiri sérhæfingu eru ánægðari með árangur sinn er hinir eins og sjá má á mynd 9.



Mynd 9. Fullyrðing um að kennarar séu ánægðir með árangur sinn af stærðfræðikennslu

### 7.3.3 Þekking á fagi, kennslufræði og námskrá

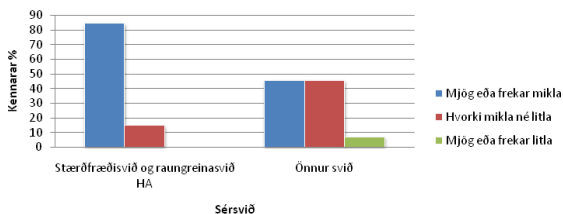
Kennarar voru spurðir hvort þeir teldu sig hafa mikla eða litla kunnáttu í stærðfræði. Stór hluti eða 44% telja sig hafa mjög mikla eða frekar mikla kunnáttu í stærðfræði, þ.e.a.s. 63% unglingsstigs kennara, 52% kennara af miðstigi og 31% kennara á yngsta stigi. Þá eru 48% allra kennara sem telja sig hvorki hafa mikla né litla kunnáttu í stærðfræði. Fremur fáir, eða 8% kennara í heildina telja sig hafa frekar litla kunnáttu í stærðfræði en enginn mjög litla. Rúmlega 90% þeirra sem hafa stærðfræði sem kjörsvið telja sig hafa mikla kunnáttu í stærðfræði en innan við 40% annarra kennara telur svo vera. Um 10% kennara af öðrum sviðum telja sig hafa mjög eða frekar litla þekkingu í stærðfræði en enginn kennari með sérhæfingu í stærðfræði telur sig hafa í litla kunnáttu í henni.



**Mynd 10. Finnst kennurum þeir hafa mikla eða litla kunnáttu í stærðfræði**

Nánast engin fylgni,  $r(48) = .09$ ,  $p > .05$ , er milli fjölda eininga sem kennarar tóku í stærðfræði í háskóla og þess hvort þeim finnst þeir hafa góða kunnáttu í stærðfræði en nokkur jákvæð fylgni er milli þess hvort kennarar telji sig hafa góðra kunnáttu í stærðfræði og hvort þeim finnst skemmtilegra að kenna hana en aðrar greinar,  $r(84) = .45$ ,  $p < .05$ .

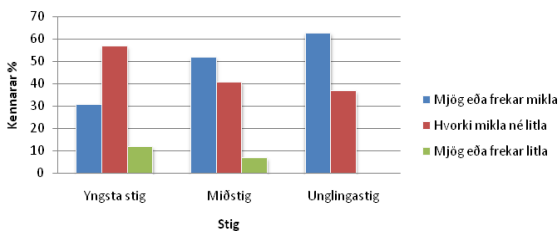
Kennarar telja sig hafa mjög mikla eða frekar mikla þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði eða 81% kennara á unglingsstigi, 57% kennara á miðstigi og 38% kennara á yngsta stigi. Þá telja 12% yngsta stigs kennara og 10% miðstigs kennara sig hafa litla þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði en enginn unglingsstigs kennari taldi sig hafa á því litla þekkingu. Kennarar af stærðfræðikjörsviði telja sig í 85% tilfella hafa góða þekkingu á því hvernig nám fer fram en 46% þeirra sem eru af öðrum kjörsviðum.



**Mynd 11. Finnst kennurum þeir hafa mikla eða litla þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði**

Stór hluti kennara eða 48% er hlutlaus þegar kemur að spurningu um þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar en fleiri telja sig hafa góða þekkingu en slæma. Kennarar segjast í 43% tilfella hafa mjög mikla eða frekar mikla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar en það eru 63%

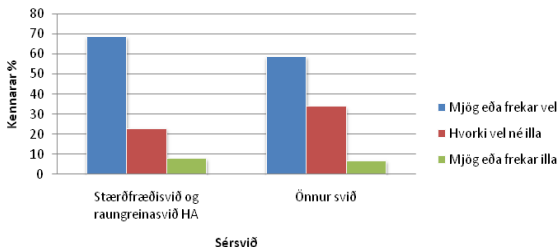
kennara á unglíngastigi, 52% kennara á miðstigi og 31% yngsta stigs kennara. Þeir sem telja sig hafa frekar litla eða mjög litla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar eru í heildina 8% eða 12% yngsta stigs kennara og 7% miðstigs kennara. Enginn kennari á unglíngastigi telur sig hafa litla þekkingu á kennslufræði. Mun fleiri kennarar af stærðfræðikjörsviði (69%) telja sig hafa góða þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar heldur en kennarar af öðrum sviðum (39%) og 7% þeirra sem ekki hafa stærðfræðikjörsvið telja sig hafa litla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar. Þetta má sjá á mynd 12.



**Mynd 12. Finnst kennurum þeir hafa mikla eða litla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar**

Nokkur fylgni er milli einingafjölda í stærðfræði í háskóla og hvort kennarar telji sig hafa þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar,  $r(48) = .34, p < .05$ . Hins vegar er nokkuð meiri fylgni milli þess hvort kennarar telji sig hafa mikla kunnáttu í stærðfræði og kunnáttu í kennslufræði stærðfræðinnar eða  $r(84) = .48, p < .05$  og mikil fylgni er milli þess hvort kennarar telji sig hafa kunnáttu í kennslufræði stærðfræðinnar og því hvort þeir hafi þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði,  $r(85) = .87, p < .05$ .

Í heildina segja kennarar í 61% tilfella að vel gangi að mæta nemendum sem eiga við erfiðleika að stríða í stærðfræðinámi. Þriðjungur segir að þeim gangi hvorki vel né illa að mæta þörfum nemenda með erfiðleika í stærðfræði og 7% telja það ganga frekar illa eða 5% kennara á yngsta stigi, 10% kennara á miðstigi og 6% kennara á unglíngastigi. Þeir sem hafa sérhæfingu í stærðfræði telja sig eiga auðveldara með að mæta nemendum en aðrir kennarar eins og sjá má á mynd 13.



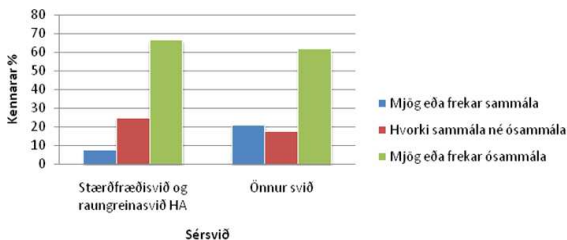
**Mynd 13. Gengur kennurum vel eða illa að mæta þörfum þeirra nemenda sem eiga við erfiðleika að stríða í stærðfræðinámi**

Ekki mældist marktæk fylgni milli meiri einingafjölda stærðfræði og hversu vel kennarar telja að sér gangi að mæta nemendum  $r(49) = .13, p > .05$ . Nokkuð há fylgni er milli þess hvort kennarar telji sig ná góðum árangri og hvort þeir telji sig mæta nemendum sem eiga í erfiðleikum  $r(83) = .46, p < .05$ .

Kennarar segjast í 18% tilfella mjög sammála eða frekar sammála því að þeir finni stundum fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda, þar af eru það 12% kennara af unglingastigi, 23% kennara á miðstigi og 17% kennara af yngsta stigi. Þá eru 61% frekar eða mjög ósammála því að þeir finni stundum fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda eða 62% kennara af yngsta stigi, 53% kennara af miðstigi og 71% kennara af unglingastigi. Neikvæð fylgni er milli þess hvort kennarar finni til vanmáttar og að þeim finnist skemmtilegra að kenna stærðfræði en aðrar greinar  $r(84) = -.36, p < .05$ . Þá er einnig nokkur neikvæð fylgni milli þess hvort kennarar telji sig hafa þekkingu á því hvernig nemendur læra og hvort þeir finni til vanmáttar gagnvart námsefninu  $r(83) = -.36, p < .05$ .

Kennarar sem eru með stærðfræði sem sérsvið (8%) finna síður fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda en aðrir kennarar (21%) og það eru hlutfallslega fleiri í hópi þeirra sem eru stærðfræðimenntaðir sem eru ósammála því að þeir finni fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda eins og sjá má á mynd 14.





**Mynd 14. Fullyrðing um að kennarar finni fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda**

Meirihluti kennara hefur lesið nýjustu *Aðalnámskrá grunnskóla-stærðfræði* eða 76% kennara. Um 9% aðspurða eru ósammála því að þeir hafi lesið nýjustu *Aðalnámskrá grunnskóla* eða 12% kennara af yngsta stigi og 10% kennara af miðstigi en enginn af unglíngastigi.

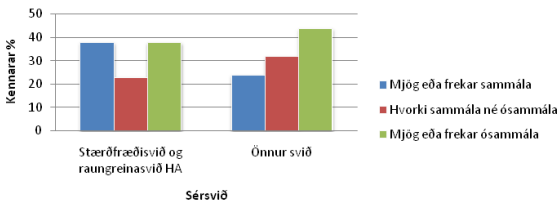
### 7.3.4 Kennsluáðferðir

Enginn kennari er mjög sammála fullyrðingunni um að hann kenni eins og honum var kennd stærðfræði en 13% er frekar sammála því eða 5% kennara á yngsta stigi, 23% miðstigs kennara og 19% kennara af unglíngastigi. Meirihlutinn eða 70% allra kennara segjast frekar ósammála eða mjög ósammála því að þeir kenni stærðfræði eins og þeim var kennd stærðfræði á sínum tíma.

Kennarar með meiri stærðfræðimenntun (85%) eru því ósammála að þeir kenni eins og þeim var kennd stærðfræði og það eru 67% kennara af öðrum sviðum. Enginn af þeim kennurum sem eru með stærðfræði sem kjörsvið segist sammála því að hann kenni eins og honum var kennt en 16% kennara af öðrum sviðum eru því mjög eða frekar sammála að þeir kenni eins og þeim var kennt.

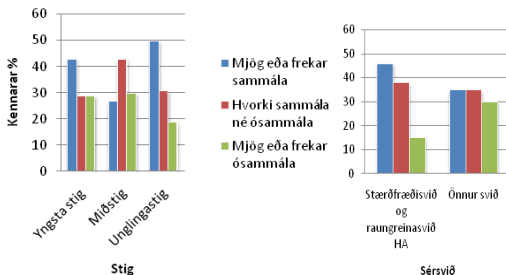


Fjórðungur kennara er mjög sammála eða frekar sammála því að mikil áhersla sé á að nemendur vinni hver og einn í sínum bókum eða 14% yngsta stigs kennara, 27% kennara á miðstigi og 47% kennara á unglingastigi. Kennarar af stærðfræðikjörsviði skipast mjög jafnt í afstöðu sinni til þess hvort þeir leggi áherslu á einstaklingsvinnu í bókum en fleiri kennarar af öðrum sviðum eru því ósammála heldur en sammála að áhersla sé á einstaklingsvinnu í bókum.



**Mynd 17. Fullyrðing um að kennarar leggi mikla áherslu á einstaklingsvinnu í bókum**

Kennarar voru mjög sammála eða frekar sammála því að nemendur notuðu umræður til að tjá sig um lausnarleiðir sínar í 38% tilfella eða 43% kennara á yngsta stigi, 27% á miðstigi og 50% á unglingastigi. Tæplega 30% eru frekar eða mjög ósammála að áhersla sé á umræður eða 29% kennara á yngsta stigi, 30% á miðstigi og 19% kennara á unglingastigi. Kennarar af stærðfræðikjörsviði nota frekar umræður í kennslunni en aðrir kennarar. Engin fylgni mældist milli þess hvort kennarar telja sig hafa þekkingu á kennslufræði og hvort kennarar nýti sér mikið umræður í kennslunni,  $r(85) = .14$ ,  $p > .05$ .



**Mynd 18. Fullyrðing um að kennarar noti mikið umræður þar sem nemendur tjá sig um lausnarleiðir sínar**

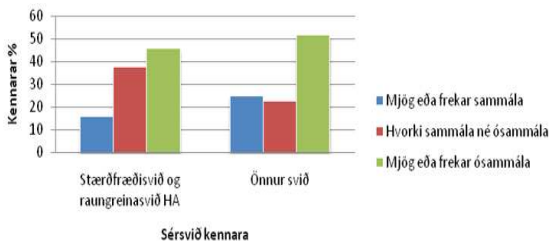
Kennarar teljast mjög sammála eða frekar sammála í 37% tilfella að mestu máli skipti að kenna nemendum réttar aðferðir eða 33% kennara á yngsta stigi, 43% á miðstigi og 35% á unglingsstigi. Þá eru 28% því frekar ósammála eða mjög ósammála eða 36% kennara af yngsta stigi, 17% á miðstigi og 29% á unglingsstigi að mestu máli skipti að kenna nemendum réttar aðferðir.

## 7.4 Viðhorf kennara til námsefnis í stærðfræði

Hér var spurt um viðhorf kennara til þess námsefnis er kallast grunnnámsefni og Námsgagnastofnun gefur út fyrir hvert stig fyrir sig.

Um 49% segjast því frekar ósammála eða mjög ósammála að kennslubækur stýri kennslunni fremur en ákveðnir efnisþættir eða 52% kennara af yngsta stigi, 43% kennara af miðstigi og 53% kennara af unglingsstigi. Tæpur fjórðungur segist mjög eða frekar sammála því að kennslubækur stýri kennslunni en það eru 21% kennara á yngsta stigi, 30% kennara á miðstigi og 18% kennara á unglingsstigi.

Færri kennarar af stærðfræðisviði (16%) eru sammála því að bækur stýri kennslunni en kennarar af öðrum sviðum (25%). Nokkuð margir eru hlutlausir af stærðfræðisviðinu en fleiri kennarar af öðrum sviðum (52%) segjast ósammála því að kennslubækurnar stýri kennslunni frekar en efnisþættir á móti 46% af stærðfræðisviði. Þannig virðast kennarar með meiri sérhæfingu í stærðfræði síður háðir kennslubókunum í kennslunni.



**Mynd 19. Fullyrðing um að kennslubækur stýri kennslu fremur en ákveðnir efnisþættir**

Rúmlega 70% segjast nota kennsluleiðbeiningar sem fylgja námsefni eða 79% kennara af yngsta stigi, 57% á miðstigi og 65% á unglिंगastigi. Hins vegar segjast 12% því frekar ósammála eða mjög ósammála að þeir noti kennsluleiðbeiningarnar eða 5% á yngsta stigi, 23 á miðstigi og 12% á unglिंगastigi.

Langflestir kennarar segjast leitast við að finna námsefni við hæfi hvers og eins nemanda eða 96% allra kennara. Stór hluti kennara (67%) notar annað námsefni með grunnnámsefninu *Átta-tú*, *Geisla* og *Einingu* eða 79% kennara af yngsta stigi, 57% af miðstigi og 59% á unglिंगastigi.

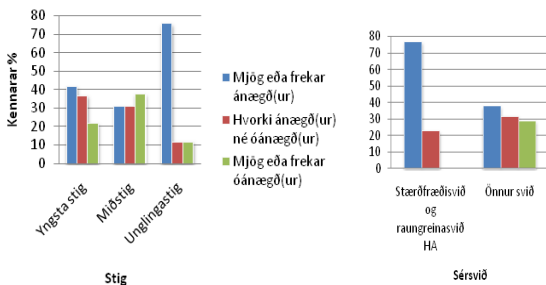
Kennarar voru beðnir um að svara í opinni spurningu hvaða námsefni þeir notuðu fyrir utan grunnnámsefnið *Einingu*, *Geisla* og *Átta-tú*. Rannsakandi flokkaði síðan svörin, eins og sjá má í töflu 2 á næstu síðu. Flokkurinn „annað“ er stór en þar var algengast að menn nefndu efni af neti, ljósrit ýmis konar, s.s. eldri námsbækur, heimatilbúið efni og þýðingar úr norskum bókum. Þá nefndu nokkrir þrautir og spil. Einnig var minnst á útistærðfræði, heimadæmi og gömul samræmd próf. Tæplega helmingur kennara á unglिंगastigi notar *Almenna stærðfræði I-III* en ekki er hægt að greina út frá spurningunni hvort bækurnar eru notaðar eingöngu eða með námsefninu *Átta-tú*.

Tafla 2. Námsfni annað en grunnefni

	Yngsta stig %	Miðstig %	Unglinga- stig %
Viltu reyna	40		
Húrrahefti	17		
Sproti	12		
Numicon	5		
Í undirdjúpunum	26	3	
Línan	21	3	
Við stefnum á margföldun/deilingu	19	3	
Stærðfræði Helgu Sigurjóns.	10	3	
Hringur		10	
Annað	64	47	82
Stærðfræði 1A-6B	24	43	12
Stjörnubækur	14	40	6
Almenn stærðfræði I, II og III		10	47
Þemahefti		7	18
Átta+, Níu+ og Tíu+			29
Í dagsins önn			24

Kennarar eru mjög ánægðir eða frekar ánægðir með grunnnámsfnið í 44% tilfella eða 42% af yngsta stigi, 31% af miðstigi og 76% á unglingastigi. Þess ber að geta að ekki var sérstaklega getið um að grunnnámsfnið væri *Eining*, *Geisli* og *Átta-tíu* eins og í spurningunni á undan sem vísar til grunnnámsfnið svo einhverjir unglingastigskennarar telja ef til vill bókaflokkinn *Almenn stærðfræði I-III* með sem grunnnámsfni en margir nota það námsfni eins og sjá má í töflu 2. Í heildina eru 29% hvorki ánægðir né óánægðir með grunnnámsfnið en 25% eru frekar óánægðir eða mjög óánægðir eða 22% kennara af yngsta stigi, 38% af miðstigi og 12% af unglingastigi.

Á mynd 20 má sjá hvernig ánægja með námsefni skiptist milli kennara eftir stigum annars vegar og eftir sérsviði hins vegar.



Mynd 20. Hversu ánægðir eða óánægðir eru kennarar með það grunnnámsefni sem í boði er

Ef horft er á önnur svör í tengslum við ánægju kennara með námsefni má sjá að ekki er fylgni milli ánægju með námsefni og hvort kennarar telji sig hafa mikla kunnáttu í stærðfræði,  $r(83) = .09, p > .05$ , en svolítill fylgni er milli þess og hvort kennarar telji sig hafa þekkingu á því hvernig nemendur læra,  $r(84) = .30, p < .05$  og þess hvort kennarar hafi þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar,  $r(84) = .30, p < .05$ . Ekki var marktæk fylgni milli ánægju með námsefni og starfsaldurs þ.e. fjölda ára frá því kennsluréttindi fengust,  $r(83) = -.16, p > .05$ .

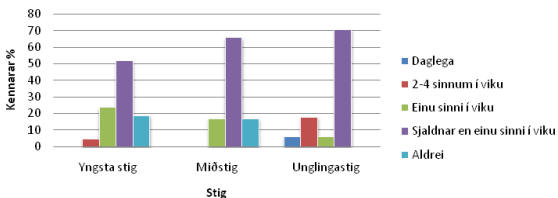
Spurt var í opinni spurningu hvað það væri helst við námsefnið sem kennarar væru óánægðir með, ef þeir væru á annað borð óánægðir. Á yngsta stigi var það helst að farið væri úr einu í annað og æfingadæmi væru fá. Kennarar á miðstigi nefndu einnig fá æfingadæmi í fjórum tilfellum og að lítið væri um endurtekningar en þar er óánægjan mest vegna mikils lesmáls í dæmunum. Kennarar á unglingsstigi eru ánægðari með námsefnið en kennarar á öðrum stigum eins og sjá má á mynd 22 en einstaka kennari nefndi að efnið væri ekki foreldravænt, að sýnidæmi vanta, að það sé mikið lesmál í dæmunum og það væri ókostur að hafa svörin aðeins á vef en ekki aftast í bókunum sjálfum eins og verið hafði í *Almennri stærðfræði*. Svörin voru dregin saman í nokkra flokka sem sjá má í töflu 3 á næstu blaðsíðu.

**Tafla 3. Hver er helsta skýringin á óánægju með námsefni**

	Yngsta stig %	Miðstig %	Unglinga- stig %
Erfitt	2		
Mikið um villur	2		
Kennarastýrt	5		
Farið úr einu í annað	12	7	
Fá æfingadæmi	10	13	
Lítið um endurtekningar	5	13	
Einhæft	5	10	
Of mikið uppgötvunarnám		7	
Vantar aukin þyngdarstig		3	
Þjálfun í grunnaðferðum vantar		7	
Margar spurningar í sama dæmi		7	
Mikið lesmál	5	37	6
Sýnidæmi vantar		10	6
Ekki foreldravænt			6
Svör aðeins á vef			6

Spurt var um tölvunotkun í kennslunni en vasareiknar töldust þar ekki með. Stór hluti kennara (60%) notar tölvur sjaldnar en einu sinni í viku í kennslunni og skiptist það nokkuð jafnt milli stiga. Kennarar á unglingastigi nota tölvur hlutfallslega mest en 24% þeirra nota tölvur daglega eða 2-4 sinnum í viku en það gerir enginn kennari af miðstigi og 5% kennara á yngsta stigi. Þá segjast 15% kennaranna aldrei nota tölvur í kennslunni en þeir kenna á yngsta stigi og miðstigi. Fremur lág neikvæð fylgni mældist milli starfsaldurs og tölvunotkunar,  $r(84) = -.23, p < .05$ , sem gefur vísbendingar um að þeir sem lengur hafi kennt noti síður tölvur í kennslunni.





**Mynd 21. Hversu oft nota kennarar tölvur (ekki verið að meina vasareikna) í stærðfræðikennslu**

Kennarar sem nota tölvur segjast í flestum tilfellum notast við gagnvirk verkefni af vefnum þegar þeir nota tölvur í kennslu eða 71% kennara á yngsta stigi, 60% af miðstigi og 82% á unglingsstigi. Kennarar á unglingsstigi nota einnig rúmfræðiforrit í 24% tilfella og 47% þeirra kenna á töflureikni. Kennarar á yngri stigum nota tölvur lítið annað en í gagnvirk verkefni af vef.

## 8. Umræða

Við úrvinnslu svara kom í ljós að áberandi margir svara á hlutlausan hátt, þ.e. merkja við valmöguleikann „hvorki ... né“ frekar en að taka afstöðu. Við 25 spurningum sem varða viðhorf svara að meðaltali 24 kennarar eða 27% þátttakenda á hlutlausan hátt, þ.e. „hvorki né“ og að meðaltali 33 kennarar eða 37% svara „veit ekki“ við spurningum um hversu mörgum einingum í stærðfræði kennarar hafa lokið í námi í framhaldsskóla og háskóla. Þetta gæti haft áhrif á niðurstöður en skiptar skoðanir eru um það hvort hafa eigi „hlutlausan“ kost og „veit ekki“ með sem svarkost í spurningakönnunum. Sumir telja að hlutlaus kosturinn skipti ekki máli en óeitanlega hefði verið spennandi að sjá á hvern hátt þessi stóri hópur kennara hefði valið að svara. Að vísu gefa þessi hlutlausu svör ákveðnar vísbindingar um að kennurum sé viðfangsefnið ekki sérstaklega hugleikið þar sem afstaða er ekki tekin.

Meirihluti kennara sem þátt tóku eru konur eins og við er að búast þar sem þær eru í meirihluta í kennarastéttinni. Karlkyns kennarar sækja frekar í sérgrainakennslu á unglingastigi heldur en kennslu á yngsta stigi þar sem þeir eru í miklum minnihluta eða tveir á móti 39 konum. Um helmingur kennara á yngsta stigi og miðstigi er yngri en 40 ára en á unglingastigi eru flestir kennarar á aldursbilinu 41-55 ára. Rúmur helmingur á yngsta stigi og miðstigi hefur kennt í 10 ár eða skemur en tæpur helmingur kennara unglingastigs hefur kennt í 11-20 ár. Unglingastigskennararnir virðast því hafa meiri kennslureynslu en kennarar af öðrum stigum. Á yngsta stigi og miðstigi kenna flestir á bilinu 6-10 stærðfræðistundir á viku en á unglingastigi kenna flestir 11 stundir eða meira sem ekki kemur á óvart þar sem kennarar á unglingastigi kenna oftast fleiri en einni bekkjardeild ólíkt kennurum á yngri stigum.

### 8.1 Umræða um menntun kennara í framhaldsskóla

Í heildina eru fáir sem luku stúdentsprófi úr framhaldsskóla af eðlisfræði-eða náttúrufræðibraut eða 19% kennaranna. Af unglingastigskennurum eru hlutfallslega flestir af þessum brautum eða tæplega 45% sem er eðlilegt þar sem líklegt er að áhugasvið þeirra liggja þar og þar hafa flest stærðfræðinámskeið verið í boði. Af félagsfræðibraut útskrifuðust 35%

aðspurðra en sú braut veitir góðan undirbúning undir margt sem tengist kennaranámi, s.s. félags- og sálfræðinámskeið og algengt er að kennaraefni séu af þeirri braut. Stærðfræðinámskeið á félagsfræðibrautum og öðrum bóknámsbrautum eru oft umfangsminni en á náttúrufræðibraut svo leiða má líkur að því að einhverjir kennaranna hafi meðvitað reynt að velja sig frá stærðfræðinámskeiðum.

Það kemur nokkuð á óvart hve margir svara því að þeir viti ekki hve margar einingar þeir tóku í stærðfræði í framhaldsskóla. Líklegt má telja að þeir hafi lokið minna en 15 einingum þar sem 35% kennara segjast hafa lokið 16 einingum eða meira í stærðfræði í framhaldsskóla en aðeins 19% kennara eru af náttúrufræðibrautum. Þessir kennarar sem tekið hafa fleiri en lágmarksfjölda námskeiða hafa þá valið þau aukalega eða komið af öðrum brautum þar sem stærðfræði hefur verið meiri. Einnig er möguleiki að um ágiskun sé að ræða.

Flestir kennarar sem þátt tóku voru í framhaldsskóla meðan fleiri stærðfræðinámskeið voru skylda en samkvæmt núgildandi námskrá fyrir framhaldsskóla en aðeins tveir kennarar eru undir 30 ára og falla undir *Aðalnámskrá framhaldsskóla* frá 1999. Það má því ætla að á næstu árum verði grunnur kennara í stærðfræði úr framhaldsskólum enn minni en raunin er nú sem er þó ekki mikill miðað við könnun Friðriks og Kristínar Höllu (1992).

Tæp 30% kennara telja að stærðfræðin í framhaldsskólanum hafi verið frekar erfið eða mjög erfið. Þar eru yngsta stigs kennarar hlutfallslega flestir en síðan miðstigs kennarar en fáir kennarar af unglingsstigi. Það að stærðfræðin hafi þótt erfið bendir til þess að erfitt hafi verið að skilja hana. Það er ekki nógu gott því mikilvægt er að kennarar búi yfir góðum skilningi á stærðfræði til þess að geta kennt og útfært á ólíka vegu. Einnig þurfa kennarar að búa yfir hæfniauka eða meiri þekkingu en það stig sem þeir kenna á og framhaldsskólastig er næst á eftir grunnskólastigi.

Nokkrum þótti stærðfræðin í framhaldsskólanum leiðinleg en í heildina eru það 16% sem er heldur hátt hlutfall. Þar af eru hlutfallslega flestir af miðstigi og svo yngsta stigi. Helsta hættan er að kennararnir hafi enn neikvætt viðhorf til stærðfræðinnar sem getur ómeðvitað einnig valdið neikvæðni hjá nemendum og aukið líkur á stærðfræðifærni. Fleiri konur en karlar höfðu neikvætt viðhorf til stærðfræðinnar í framhaldsskóla.

## 8.2 Umræða um menntun kennara í háskóla

Meirihluti kennaranna er með B.Ed. gráðu, eða 36 frá Kennaraháskóla Íslands og 37 frá Háskólanum á Akureyri. Af þessum 36 úr KHÍ eru fimm með stærðfræði sem valgrein, annað hvort einungis stærðfræði eða stærðfræði sem aðra grein af tveimur. Þar af kenna fjórir á unglíngastigi. Einn kennari á unglíngastigi til viðbótar er með nokkra stærðfræðimenntun af raungreinasviði HA. Þessir fimm kennarar af 17 á unglíngastigi eru tæplega 30% unglíngastigskennara sem hafa sérhæfingu í stærðfræðikennslu. Sé það borið saman við könnun menntamálaráðuneytis frá árinu 2003 á menntun stærðfræðikennara á unglíngastigi kemur í ljós að þetta er mjög svipað, en ívið minna, hlutfall en þar voru 33% með B.Ed. gráðu með stærðfræðimenntun sem sérsvið. Þeir sem útskrifast af náttúrufræðibraut HA skila sér að litlu leyti í kennslu í stærðfræði en þeir voru auk eins unglíngastigskennara þrír á miðstigi og þrír á yngri barna stigi en þetta eru aðeins 14% af þeim sem útskrifast hafa af sviðinu frá árinu 1996.

Þessar niðurstöður sýna hve mikið vantar upp á að kennarar með sérhæfingu á sviðinu stærðfræði og stærðfræðimenntun sinni stærðfræðikennslu elstu grunnskólanemanna. Innan við þriðjungur þeirra sem kenna á stiginu hafa sérhæfða menntun, og eru þá taldir með þeir sem útskrifaðir eru af raungreinasviði Háskólans á Akureyri, sem verður að teljast umhugsunarefni. Kennarar á unglíngastigi verða að hafa djúpa þekkingu á viðfangsefninu og hafa stærðfræðileg atriði fullkomlega á valdi sínu. Það er ekki nóg að þeir kunni sjálfir viðfangsefnið heldur verða þeir að hafa á því skilning svo þeir geti útskýrt fyrir nemendum sínum ýmis flókin atriði. Þeir verða að vera færir um fleira en að koma á framfæri algengustu útskýringum á hlutum. Þeir verða einnig að geta útskýrt hvers vegna ákveðið stærðfræðilegt vandamál er leyst á tiltekinn hátt, hvers vegna það er þess virði að læra það og hvernig það tengist öðrum vandamálum (Shulman 1986:9).

Athglisvert er að enginn kennaranna tekur það fram að hann hafi M.Ed. gráðu en tveir eru í framhaldsnámi með áherslu á yngri barna svið og einn hefur MA gráðu í ákveðinni sérgrein. Sé þetta borið saman við Finnland þar sem allir kennarar hafa meistaragráðu er munurinn á menntun kennara gríðarlega mikill. Þá virðast kennarar á Akureyri, a.m.k. þeir sem kenna stærðfræði, eftirbátar kennara á landsvísu varðandi meistaragráður en samkvæmt TALÍS eru 6% unglíngastigskennara á

Íslandi með meistaraáráðu og 4% þeirra kennara sem kenna á yngsta stigi og miðstigi. Það þarf þó ekki að koma á óvart að svo fáir íslenskir grunnskólakennarar hafi meistaraáráðu þar sem ekki hefur verið krafa um slíkt hingað til og í raun eru aðeins fá ár síðan byrjað var að bjóða upp nám til meistaraáráðu fyrir grunnskólakennara.

Það er svipað uppi á teningnum með einingafjölda í stærðfræði úr háskóla og framhaldsskóla að því leyti að stór hluti kennara veit ekki hve margar einingar voru teknar. Kannski hefði verið betra að spyrja um fjölda námskeiða í stærðfræði en einingafjölda þar sem menn gætu frekar munað það, sérstaklega ef þau hafa ekki verið nema eitt eða tvö. Niðurstöðurnar koma hins vegar verulega á óvart. Aðeins 9 kennarar segjast hafa tekið 1-5 einingar en það er sá flokkur sem rúmar skyldunámskeið í stærðfræði á sérsviðum utan stærðfræðikjörsviðs og hefur gert gegnum tíðina í bæði HA og KHÍ. Rúm 30% hafa lokið 5-10 einingum sem gefur til kynna að þessir kennarar hafi valið sér stærðfræði aukalega sem valgreinar en það er gott ef svo er, þar sem aukin menntun í stærðfræði og kennslufræði stærðfræðinnar eykur líkur á að kennarar hafi betri tök á starfinu. Fimm unglingsstigs kennarar hafa lokið 15 einingum eða meira sem er í eðlilegu samræmi við þann fjölda sem útskrifaðist af stærðfræðikjörsviði KHÍ eða raungrainasviði HA.

Það er nokkuð gott að stórum hluta þótti stærðfræðin í háskóla auðveld eða frekar auðveld en það bendir til að menn hafi jákvæðar minningar um stærðfræðinámskeiðin og skilningur hafi verið góður. Rúmum helmingi hinna 89 kennara sem svöruðu þótti stærðfræðin skemmtileg en þrettán þótti hún leiðinleg. Fimm þeirra eru af yngri barna kjörsviði en hinir dreifast á kjörsviðin. Þó er enginn þeirra af stærðfræði kjörsviði í KHÍ eða raungrainakjörsviði HA. Það er gott að þeir eru í minnihluta sem höfðu slæma upplifun af stærðfræðinámi sínu því slíkt getur yfirfærst í kennslu (sbr. Gresham 2007) eins og sagt var frá í þriðja kafla.

## **8.3 Umræða um viðhorf til kennslu í stærðfræði**

### **8.3.1 Endurmenntun**

Meira en helmingur kennara hefur sótt endurmenntunarnámskeið í stærðfræði síðastliðin 5 ár sem er gott. Nauðsynlegt er fyrir kennara að viðhalda eigin stærðfræðinámi sbr. Kilpatrick (2001) og Finnar leggja

einnig áherslu á það að kennarar haldi áfram að mennta sig eftir að námi lýkur (Pehkonen o.fl. 2007). Þá er endurmenntun ekki síður nauðsynleg þegar til kemur nýtt námsefni eins og raunin hefur verið síðustu ár. Hins vegar hefur meirihluti þeirra sem sótt hafa endurmenntunarnámskeið aðeins sótt mjög stutt námskeið svo það er takmarkað nám sem þar fer fram. Allt er þó betra en ekkert og það er jákvætt hve áhugasamir kennararnir eru. Unglingastígs kennarar hafa varið mestum tíma í endurmenntun í stærðfræði sem er eðlilegt, því þeir eru fagkennarar, þ.e. eru flestir aðeins að kenna stærðfræði á meðan þeir sem kenna á yngra stigi og miðstigi kenna oftast margar greinar. Það er því eðlilegt að unglíngastígskenningar séu með fleiri stundir í endurmenntun í stærðfræði en hinir, sem þurfa að huga að fleiri námsgreinum í sinni kennslu.

### **8.3.2 Tilfinningar til stærðfræðikennslu**

Ánægjulegt er að sjá að kennarar hafa gaman af að kenna stærðfræði því það er eitt af því sem getur haft áhrif á gæði kennslunnar. Kennari sem hefur ánægju af því sem hann er að kenna smitar um leið því viðhorfi til nemenda sinna sem ættu því að upplifa stærðfræðina sem skemmtilega námsgrein.

Tæpur þriðjungur telur að auðveldara sé að kenna stærðfræði en annað og rúmur helmingur að það væri hvorki erfiðara né auðveldara. Ég bjóst við að þessu yrði öfugt farið, þ.e. að kennurum þætti það fremur erfitt, bæði þar sem nemendur eiga oft erfitt með að skilja stærðfræði og kennarar þurfa að hafa djúpan skilning á viðfangsefninu til að geta útskýrt vel og á fjölbreyttan hátt. Það kemur hins vegar ekki á óvart að fremur há fylgni er meðal þeirra sem svara að auðveldara sé að kenna stærðfræði en aðrar greinar og að skemmtilegra sér að kenna hana en aðrar greinar því ef kennslan ylli miklu hugarangri er ekki líklegt að hún veitti mikla gleði. Nokkuð stór hluti telur sig finna til vanmáttar gagnvart verkefnum nemenda eða nærri fjórðungur kennara á miðstigi og 17% af yngsta stigi. Helmingur þeirra sem finna til vanmáttar kemur af kjörsviðinu yngri barna kennsla en athyglisvert er að einn er með stærðfræði sem kjörsvið. Marktæk neikvæð fylgni mældist milli þess hvort kennurum þætti skemmtilegra að kenna stærðfræði en annað og hvort þeir myndu til vanmáttar gagnvart verkefnum nemenda sem bendir til að ákveðinn hópur kennara hafi ekki gaman af kennslunni, m.a. vegna þess að þeim finnst þeir ekki hafa nægan skilning á verkefnum nemenda.

### 8.3.3 Þekking á fagi, kennslufræði og námskrá

Tæpur helmingur kennara telur sig hafa mikla kunnáttu á viðfangsefninu stærðfræði en 8% telur sig hafa litla kunnáttu í stærðfræði. Þeir kenna flestir á yngsta stigi. Tæpur helmingur segist hvorki hafa mikla né litla kunnáttu svo þeir virðast vera sáttir við stöðu mála. Athyglisvert er að engin fylgni mælist milli fjölda eininga í stærðfræði í háskóla og þess hvort kennarar telji sig hafa góða þekkingu á faginu. Hugsanlega skýringu á því gæti verið að finna í því hve margir ekki vissu hve margar einingar þeir tóku. Eins má velta fyrir sér hvernig kennarar skilja spurninguna um það hvað það er að hafa góða þekkingu á faginu. Það gæti vel hugsast að þeir sem fleiri einingar hafa í stærðfræði hafi betri yfirsýn yfir fræðigreininna og viti meira um hvað þeir þekki ekki til. Oft er það nefnileg þannig að eftir því sem maður kann meira telur maður sig vita minna. Engu að síður eru mun fleiri úr hópi þeirra sem hafa stærðfræðikjörsvið sem telja sig hafa betri þekkingu í stærðfræði en kennarar með önnur kjörsvið.

Kennararnir telja sig hafa fremur góða þekkingu á því hvernig nám fer fram í stærðfræði sem og kennslufræði stærðfræðinnar. Það er þó áberandi hvað unglíngastígskenningar og þeir sem eru af stærðfræðikjörsviði telja sig hafa betri þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar en líklegasta skýringin á því er meiri menntun hjá þeim í stærðfræði í framhaldsskóla og háskóla þó að fremur lítil fylgni hafi mælst milli fjölda eininga í háskóla og þekkingu á námi,  $r(48) = .31$ ,  $p < .05$  annars vegar og fjölda stærðfræðieininga og þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar hins vegar  $r(48) = .34$ ,  $p < .05$ .

Kennarar á yngsta stigi telja sig hafa minni þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar en aðrir sem er ekki gott því þeir byggja grunninn að frekara stærðfræðinámi nemendanna og því er ekki síður mikilvægt að þeir séu vel að sér í stærðfræðimenntun en kennarar sem kenna eldri börnum.

Kennarar telja að sér gangi almennt vel að mæta þörfum þeirra sem eiga við erfiðleika að glíma í stærðfræðináminu og fáir sem telja að það gangi illa, þar af eru 6% af unglíngastigi. Kennararnir eru einnig ánægðir með árangur af kennslunni og í heildina voru aðeins 3% því frekar ósammála að árangur væri góður. Áberandi er að þeir sem eru af stærðfræðikjörsviði eru ánægðari með árangur sinn en aðrir. Enginn af unglíngastigi taldist ósáttur við árangur sinn af kennslu í stærðfræði. Það

kemur svoltið á óvart því alltaf er hluti nemenda sem ekki nær góðum árangri, t.d. á samræmdum prófum í 10. bekk þar sem nálægt 30% nemenda á svæðinu nær ekki 4,5 sem hefur verið lágmarkskrafa til að komast inn á bóknaðsbraut framhaldsskóla. Kennararnir gætu þó túlkað það þannig að það að veita nemendum námsefni við hæfi sé að mæta þörfum nemendanna því nær allir segjast leitast við að finna námsefni við hæfi, þó svo að niðurstöður á stöðluðum prófum sýni að það ná ekki allir viðunandi árangri.

Rúmír þrír fjórðu kennarahópsins hafa lesið nýjustu aðalnámskrána en 9% hafa ekki gert það. Samkvæmt Shulman (1986) og Kilpatrick o.fl. (2001) er það einn af þremur mikilvægustu þáttunum sem stærðfræðikennarar verða að hafa á valdi sínu, ásamt fræðilegri þekkingu á námsefninu og þekkingu á kennslufræði. Þetta er eitt af því sem allir ættu að vera með á hreinu en hugsanlega hafa þessir sem ekki eru sammála lesið eldri útgáfu námskrár frá 1999 en efnisleg breyting varðandi námsþætti, inntak og aðferðir er lítil milli útgáfa.

### **8.3.4 Kennsluaðferðir**

Kennararnir segjast ekki kenna stærðfræði eins og þeim var kennd hún á sínum tíma. Þeir virðast því telja ástæðu til að fara aðrar leiðir í sinni kennslu en þeir upplifðu í sínu námi. Hugsanlega hefur áhersla á tilteknar aðferðir verið ríkjandi með endurteknum æfingum en nú til dags er það annars konar hæfni sem æskilegt er að nemendur hafi á valdi sínu. Þó eru nokkrir sem kvarta yfir því að ekki sé nóg um endurteknningar og þjálfun á tilteknum aðferðum í kennslubókunum.

Stór hluti kennara, eða rúm 80% segist nota fjölbreyttar kennsluaðferðir í stærðfræðikennslunni og hinir segjast hvorki sammála né ósammála því, utan einn sem er frekar ósammála. Fáir segja að kennslan fari að mestu fram með innlögn en það eru helst unglíngastígskenningar eða tæpur fjórðungur þeirra sem telja kennsluna að mestu þannig og þeir sem hafa meiri sérmenntun í stærðfræði. Hugsanleg skýring er sú að þeir hafi betri tök á efninu og trú því að þeir geti með góðum árangri komið eigin þekkingu til skila. Fjórðungur kennaranna segist leggja mikla áherslu á að nemendur vinni hver og einn í sínum bókum en unglíngastígskenningar eru þar í meirihluta eða tæpur helmingur



þeirra. Kennarar á yngsta stigi leggja minnsta áherslu á einstaklingsvinnu nemenda í bókum sínum.

Kennarar á yngsta stigi og unglingsstigi nota mikið umræður, eða í nálægt helmingi tilfella, þar sem nemendur tjá sig um lausnarleiðir sínar. Þar skera miðstigskenningar sig úr þar sem rúmur fjórðungur þeirra segist nota umræður mikið í kennslunni en það er mikilvægt að nemendur fái tækifæri til umræðna um sín verkefni eins og fram hefur komið. Athyglisvert er að ekki mælist marktæk fylgni milli þekkingar kennara á kennslufræði og hvort þeir noti mikið umræður í kennslunni þar sem hún þjálfar notkun tungumáls í stærðfræði sem er mikilvægur hæfnipáttur og í raun forsenda stærðfræðilegrar hæfni miðað við Niss (2002) og félagi í KOM skýrslunni. Boaler og Humpfreys (2005) eru einnig á þeirri skoðun, þar sem það bæði eflir nemendur að tjá sig og koma hugsun sinni í orð en það er ekki síður mikilvægt fyrir aðra nemendur að sjá ólíkar útfærslur að lausnarleiðum að sama dæmi með því að hlusta á samnemendur. Þá er ekki síður lærdómsríkt að sjá og hlusta á nemendur sem fá röng svör, því læra má af því.

Nokkuð stór hluti, eða tæp 40% telja að mestu máli skipti að kenna nemendum réttar aðferðir. Þarna hefði orðalag spurningalistans þurft að vera nákvæmara því misskilja mætti spurninguna þannig að það sem ekki sé rétt aðferð sé röng aðferð. Það sem rannsakandi var hins vegar að fiska eftir var hvort áherslan væri á eina ákveðna „rétt“ leið að réttu svári eða hvort fjölbreyttum leiðum að lausn væri haldið á lofti. Yfir 90% kennara telja að skilningur nemenda á viðfangsefni skipti mestu máli en það er það sem Niss (2002), Kilpatrick (2001), Carpenter (2003), Krauss (2008) ásamt samstarfsfólki leggja áherslu á. Um fjórðungur telur að námsbækurnar stýri kennslunni fremur en efnisþættir. Hinir sem eru því ósammála, eða tæpur helmingur allra kennaranna, horfa frekar á þá efnisþætti sem kenna á samkvæmt námskrá og skipuleggja kennsluna þannig, heldur en að klára ákveðnar blaðsíður fyrir ákveðinn tíma.

Meirihluti kennaranna notar kennsluleiðbeiningar sem fylgja námsefninu en þar er að finna góðar ábendingar um margt sem kemur að kennslunni, s.s. fræðilega sýn á nám og kennslu og hagnýtar upplýsingar um leiðir í kennslu og námsmat. Þarna er sett fram á aðgengilegan hátt eitt af því merkilegra sem skrifað hefur verið á íslensku um stærðfræðinám og -kennslu á síðustu árum og auðvelt er að nálgast. Að mínu mati er afar mikilvægt að kennarar gefi sér góðan tíma til að lesa

kennsluleiðbeiningarnar og geri það vel og kynni sér einnig það námsefni sem fylgir bekknum á undan og eftir og/eða bókaflokka sem nemendur hafa lokið og þá sem taka við.

## 8.4 Umræða um viðhorf kennara til námsefnis í stærðfræði

Kennarar nota almennt annað efni til viðbótar við grunnnámsefni í sinni kennslu og er það í samræmi við það að þeir leitist við að finna námsefni við hæfi hvers og eins nemenda. Algengt var á öllum stígum að þeir notuðust við eldri bókaflokka, s.s. *Almenna stærðfræði I-III* á unglingsstigi og ljósrít af bókaflokknum *Stærðfræði IA-6B* sem ekki er lengur gefið út, á yngsta og miðstigi.

Nálægt því helmingur unglingsstigskenndar notar *Almennu stærðfræðina* í sinni kennslu. Þeir virðast samt flestir ánægðir með nýja efnið, *Átta-tíu*, en finnst hugsanlega *Almenna stærðfræðin* henta ákveðnum hópi nemenda betur. Það er einnig hugsanlegt að einhverjir kennarar noti eingöngu *Almennu stærðfræðina* í sinni kennslu þar sem það námsefni er enn fáanlegt hjá Námsgagnastofnun en ekki er hægt að sjá það í þessari rannsókn hvort námsefnið sé notað eitt og sér eða með námsefninu *Átta-tíu*. Þeir nota einnig *Stærðfræði 8+ - 10+* bækurnar nokkuð en þar er áhersla á að þjálfa undirstöðuatriði og texti er einfaldur en það á líka við um bókaflokkinn *Stærðfræði í dagsins önn* sem um fjórðungur hópsins notar og ætlaður er þeim sem ekki hafa tök á að fylgja þeirri stærðfræði sem kennd er á unglingsstigi. Svo er annað efni algengt, s.s. heimadæmi, heimatilbúin verkefni og gömul samræmd próf. Þetta bendir til þess að kennarar reyna að finna efni fyrir þá nemendur sem eiga í erfiðleikum en athyglisvert er að lítið sem ekkert var nefnt af þyngra námsefni s.s. efni fyrir framhaldsskólanema. Þannig virðist eins og frekar sé reynt að koma til móts við þá sem minna mega sín í stærðfræðinámi en þá sem skara fram úr.

Á miðstigi eru fleiri óánægðir með sitt grunnnámsefni en ánægðir. Helst er nefnt að þar sé mikið lesefni sem valdi því að nemendur sem eiga í erfiðleikum með lestur séu þar með líka í erfiðleikum með stærðfræði. Einnig er nefnt að lítið sé um endurtekningar og æfingadæmi fá. Þarna má lesa út að sumir kennarar vilji að stærðfræðinám gangi út á að reikna aftur og aftur svipuð dæmi og nemendur nái þannig tökum á ákveðnu reikniriti eða aðferð. Á miðstigi er algengt að kennarar noti eldra

námsefni, s.s. *Stærðfræði 4A-6B* ásamt *Stjörnuþókum* og heimatilbúnu efni.

Yngsta stigs kennarar notast einnig við bókaflokkinn *Stærðfræði 1A-3B* eins og miðstigskennarar en það er einnig algengt að þeir noti bækur eins í *undirdjúpunum*, *Línuna* og *Viltu reyna* bókaflokkinn. Þá notast margir við bækurnar *Við stefnum á margföldun* og *Við stefnum á deilingu*, ásamt því að stór hluti nefnir annað, s.s. ljósritað heimatilbúið efni og eldri hefti. Kennurum á yngsta stigi stendur til boða mikið úrval bóka sem þeir geta pantað hjá Námsgagnastofnun og það er greinilegt að þeir notfæra sér það.

Á yngsta stigi eru fleiri kennarar ánægðir með grunnnámsefnið en óánægðir en þó eru 21% kennara óánægðir. Það sem veldur þessari óánægju einna helst er að þeir telja að farið sé úr einu í annað, æfingadæmi séu fá og lítið um endurtekingar. Þá var nefnt að lesmál væri mikið og efnið kennarastýrt. Þarna virðast sumir á þeirri skoðun að stærðfræðinám byggist á að þjálfá ákveðnar reikningsaðgerðir og ná á þeim góðum tókum og nota þá leið til að ýta undir stærðfræðilega hugsun og hæfni.

Útreikningar á fylgni sýna að örlítið fleiri kennarar með lengri starfsaldur sýni minni ánægju með námsefnið en fylgnin er ekki nóg til að teljast tölfraðilega marktæk. Hins vegar er nokkur fylgni milli þekkingar á kennslufræði og ánægju með námsefnið sem kannski hefði átt að vera meiri miðað við að námsefnið er samið m.a. með tilliti til nýjustu rannsókna í kennslufræðum stærðfræðinnar og þeirrar stærðfræðilegu hæfni sem æskilegt er að nemendur náí. Hugsanleg skýring er einnig að markmið nýja námsefnisins hafi ekki náðst.

Tölvunotkun virðist ekki vera mikil í kennslunni. Meirihluti kennara nýtir tölvuna sjaldnar en einu sinni í viku. Unglingastigs kennarar nota tölvur mest en miðstigs kennarar minnst. Það er nokkuð slæmt að tölvunotkun sé ekki meiri því á yngra stigi er beinlínis mælt til þess að tölvuforrit séu notuð samhliða *Einingu*. Algengast er á öllum stigum að tölvur séu notaðar með gagnvirkum æfingum af vef. Netið hefur upp á að bjóða fjölbreytt og aðgengilegt vefefni, s.s. forrit á nams.is sem er íslenskur vefur og er notendum að kostnaðarlausu en síðan er hægt að kaupa áskrift að síðum eins og rasmus.is og skolavefurinn.is þar sem finna má ágætær æfingar í stærðfræði. Þá eru ótaldar allar þær erlendu síður sem hægt er að nota. Tæplega helmingur kennara á unglingsstigi

kennir á töflureikni, t.d. excel, en það er mælt með því að það sé gert í *Aðalnámskrá grunnskóla* og fjórðungur notar tölvur í rúmfræðikennslu. Til eru góð og aðgengileg tæki til þess, s.s. forritið Geogebra á [geogebra.org](http://geogebra.org) sem hægt er að hala frítt niður og býður upp á að kenna tengsl algebru og rúmfræði m.a., en svo má líka kaupa hugbúnað til rúmfræðikennslu, s.s. Geometer's Sketchpad. Þessi tækni hefur upp á margt að bjóða í kennslunni og gæti vel hentað á miðstigi líka, s.s. í tengslum við hornasummu þríhyrninga og vinnu við ýmsa marghyrninga og gæti opnað augu margra nemenda fyrir leyndardómum rúmfræðinnar. Ein skýring á því að tölvunotkun er ekki meiri en raun ber vitni er hugsanlega sú að tölvubúnaður sé ekki fyrir hendi í skólastofum og tölvuver skólanna eru oft þétt setin þannig að aðgengi að tölvum er lítið. Svolítill neikvæð fylgni mældist milli starfsaldurs og tölvunotkunar sem bendir til að þeir sem lengur hafi kennt noti síður tölvur í kennslunni. Það kemur ekki á óvart þar sem líklegt er að kennarar venji sig á ákveðna hluti í kennslunni og eigi svo erfitt með að taka inn nýjungar eins og t.d. tölvur.



## 9 Lokaorð

Ég hef reynt að leita svara við rannsóknarspurningu minni sem var: „*Hver er fagmenntun þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar og hver eru viðhorf þeirra og væntingar til kennslunnar.*“ Ég hafði þá kenningu að fagmenntun væri lítil og fáir kennarar með meira en fimm einingar í stærðfræði á háskólastigi. Rökin fyrir því voru þau að ég taldi að fáir kæmu af stærðfræðikjörsviði og í kennaranámi því sem Kennaraháskóli Íslands og Háskólinn á Akureyri hafa boðið upp á, hafa námskeið upp á 3-5 einingar (gamla einingakerfið) í stærðfræði verið skyldunámskeið fyrir aðra en þá sem velja stærðfræðikjörsvið í KHÍ eða raungreinar í HA. Niðurstöðurnar koma hins vegar á óvart, þar sem í heildina hafa 10% kennaranna lokið fimm einingum eða minna ef taldir eru með þeir sem ekki vita hve margar einingar þeir tóku en að þeim undanskilum er hlutfallið 18%. Í heildina hafa fimm kennarar eða 6% lokið stærðfræðikjörsviði frá KHÍ og séu þeir sjö kennarar sem luku raungreinasviði við HA teknir með, eru það 13% sem ættu að hafa meira en þessar lágmarkseiningar í stærðfræði en 87% ættu samkvæmt þessu að hafa lokið 5 einingum eða minna. Það má þó taka tillit til þess að í heildina voru 38% sem vita ekki hvað þeir tóku margar einingar en það skýrir aðeins hluta þessarar skökku myndar. Það er mér ráðgáta hvað veldur en ég tel líklegt að annað hvort hafi kennararnir verið duglegir að velja stærðfræði sem valnámskeið eða að um hreina ágiskun í svörum við spurningunni í spurningalistanum sé að ræða.

Ég hafði einnig þá tilgátu að margir kennarar væru óruggir gagnvart kennslu í stærðfræði og fyndu til vanmáttar. Það reyndist rangt því kennararnir hafa almennt góða trú á eigin kennslu og meirihlutinn telur sig hafa góða þekkingu á faginu ásamt kennslufræðinni og því hvernig nám í stærðfræði fer fram. Þeir telja sig mæta þörfum nemenda sinna. Eins og niðurstöður TALIS sýna er sjálfstraust íslenskra kennara gott og þessar niðurstöður gefa til kynna að kennarar sem kenna stærðfræði eru þar engin undantekning, þar sem þeir eru yfirleitt ánægðir með árangur af kennslunni. Það er þó svolítið athyglisvert að velta fyrir sér þessum niðurstöðum TALIS sem segja að íslenskir kennarar séu mjög ánægðir með árangur sinn miðað við aðrar þjóðir en standa svo verr en margar þeirra þegar kemur að þekkingu nemenda samkvæmt PISA rannsókn. Hugsanleg skýring á því er að þegar viðhorfaspurningu er svarað hætti

mönnum til að svara eins og þá langar til að vera en ekki eins og þeir eru í raun. Að vísu er mikilvægt að gera sér grein fyrir því að í PISA er aðeins verið að mæla þekkingu en það er margt annað í skólstarfi sem skiptir máli og ekki er mælt í PISA, s.s. framfarir og hæfni í samskiptum svo dæmi séu nefnd.

Þá taldi ég að kennarar hefðu neikvæða upplifun af stærðfræði í eigin námi og þeir hafi jafnvel reynt að velja sig frá stærðfræðinámskeiðum, t.d. með tilliti til námsbrauta í framhaldsskóla. Raunin varð sú að tiltölulega fáir koma af náttúrufræðibrautum framhaldsskólanna en viðhorfið til stærðfræðinnar er jákvætt. Flestum þótti hún skemmtileg, eða a.m.k. ekki leiðinleg, bæði í framhaldsskóla og háskóla og minnihluti átti í erfiðleikum með nám í stærðfræði.

Ég hafði einnig þá tilgátu að margir kenndu eins og þeim var kennt á sínum tíma en langflestir voru ósammála þeirri fullyrðingu og hlutfallslega fleiri af stærðfræðikjörsviði. Kennsluáðferðirnar „innlög kennara“ og „sjálfstæð vinna nemenda“ eru mjög algengar og ekki mjög mikið um umræður. Þá telja 37% að mestu máli skipti að kenna nemendum réttar aðferðir þannig að álykta má að áhersla á aðferðir sé enn nokkuð víða ríkjandi kennsluáðferð þ.e.a.s. ef menn hafa ekki skilið það þannig að nauðsynlegt sé að kenna réttar en ekki rangar leiðir. Hins vegar skiptir mestu máli að velja fjölbreyttar leiðir í kennslunni og það telja kennararnir sig gera.

Að lokum fannst mér forvitnilegt að skoða hvort nemendur af raunreinasviði kennaradeildar Háskólans á Akureyri skiluðu sér í stærðfræðikennslu en það gera þeir ekki nema að litlu leyti. Af þeim 51 sem útskrifast hafa úr deildinni frá upphafi með þessa sérhæfingu eru aðeins 7 að kenna stærðfræði í grunnskólum Akureyrar, eða 14% þeirra sem útskrifaðir eru af raunreinasviði HA.

Þessar niðurstöður sýna að stærðfræðikennarar á Akureyri eru betur menntaðir en ég átti von á. Þeir eru einnig jákvæðari, en ég hafði haldið gagnvart kennslu í greininni, sem er gott þó hluti þeirra líti stærðfræði, bæði eigin nám og kennslu frekar neikvæðum augum. Bærinn getur státað sig af því að hafa vel menntaða stærðfræðikennara með jákvætt viðhorf til greinarinnar.

Áhugavert væri að gera frekari rannsóknir á sviðinu. Þessi rannsókn sem framkvæmd var hér snýr að eigin viðhorfum kennara til stærðfræðinnar, bæði hvort þeir kunni hana og eins til kennslufræðilegra

þátta og einnig hvort upplifun þeirra af eigin námi og kennslu í stærðfræði sé jákvæð eða neikvæð. Hins vegar væri gaman að sjá hvernig rannsókn svipuð þeirri sem Krauss og félagar (2008) gerðu á kennurum 10. bekkinga, þar sem raunveruleg þekking er skoðuð bæði á stærðfræðinni og kennslufræði stærðfræðinnar. Þá væri hugsanlegt að taka u.þ.b. 200 manna tilviljanaúrtak unglingsstigs kennara í stærðfræði á landsvísu. Þá ættu að vera til gögn sem eru samanburðarhæf við önnur lönd, a.m.k. Þýskaland, og svo er PISA rannsókn á nemendum sem býður upp á að skoða niðurstöður miðað við árangur nemenda í þeirri rannsókn. Önnur tillaga að frekari rannsókn er að taka afmarkaða þætti úr þessari rannsókn og skoða enn frekar, t.d. kennsluáðferðir þar sem spurt er nánar út í þann þátt en hér er gert eða viðhorf til námsefnis. Þá er einnig forvitnilegt að skoða betur viðhorf kennara til eigin stærðfræðináms en e.t.v. myndi eiginleg rannsóknaraðferð með viðtölum henta betur til þess en megindleg spurningalistakönnun.

Þessi rannsókn gefur ákveðnar vísbendingar um menntun og viðhorf kennara, þó varla sé hægt að yfirfæra niðurstöðurnar á kennara almennt vegna þess að úrtakið er ekki dreift á landsvísu heldur afmarkast við ákveðið lokað svæði. Það að á svæðinu sé háskóli sem menntar kennara breytir einnig heildarmyndinni mikið, miðað við kennara á landsvísu, þar sem stór hluti kennara sem tóku þátt (42%) voru útskrifaðir úr HA. Það getur einnig verið að niðurstöður gefi ekki rétta mynd vegna þess að þær voru ekki eins og gera mátti ráð fyrir varðandi einingafjölda í stærðfræði.

Spurningalistinn sjálfur var heldur ekki laus við galla. Helsti gallinn finnst mér vera að hann varð of langur og tók á of mörgum þáttum. Betra hefði verið að afmarka viðfangsefnið enn meira og kafa dýpra í þá þætti. Spurningin um „réttar aðferðir“ var þannig að hana mátti misskilja og í seinni spurningunni um grunnnámsefni láðist mér að nefna bækurnar með nafni svo kennarar á unglingsstigi gætu hafa talið *Almennu stærðfræðina* þar með en ekki túlkað þetta eingöngu sem nýja námsefnið eins og hugmyndin var með spurningunni. Hins vegar gefa þessar niðurstöður svör við ákveðnum spurningum sem brunnu á mér, bæði vegna eigin reynslu og því viðhorfi sem mér finnst ég mæta gagnvart stærðfræði hjá fólki. Þarna koma fram upplýsingar um menntun kennara og viðhorf til kennslu á einu landssvæði. Hugsanlega eru þær samanburðarhæfar við aðra landshluta eða landið allt. Eins væri forvitnilegt að kanna viðhorf kennara á sama svæði síðar t.d. eftir 5, 10 eða 20 ár þegar fagmenntun í stærðfræði verður minni vegna niðurskurðar á stærðfræði í



framhaldsskólum og þar sem ekki er lengur stærðfræði í kjarna í kennaranámi þannig að á sumum kjörsviðum útskrifast kennarar sem hafa ekki tekið neina stærðfræði í sínu kennaranámi.

Markmið þessa verkefnis var að vekja athygli á og færa rök fyrir því að traust og góð undirstaða í stærðfræði sé mikilvæg fyrir þá sem kenna greinina sem og þekking á kennslufræðilegum þáttum stærðfræðinnar sem námsgreinar. Ég tel mig hafa gert því nokkur skil í fyrstu köflunum, með því að vitna í heimildir, að mikilvægt sé að kennarar hafi góða þekkingu og skilning á stærðfræði, bæði faginu og kennslufræði. Það var einnig markmið að skoða menntun grunnskólakennara í stærðfræði og kanna viðhorf þeirra til eigin stærðfræðináms og kennslu og hvort fagmenntun kennara hafi áhrif á viðhorf og væntingar kennara í kennslu greinarinnar. Niðurstöður sýndu að stór hluti veit ekki hversu mikla stærðfræði hann hefur lært, bæði í framhaldsskóla og háskóla. Einnig að einingafjöldi er yfirleitt meiri, bæði í framhaldsskóla og háskóla en sá lágmarksfjöldi eininga sem ljúka þarf á námsbrautunum. Viðhorf til stærðfræði, bæði eigin náms og kennslu er frekar jákvætt en neikvætt. Ekki tókst þó að sýna fram á að fagmenntun í stærðfræði, þ.e. að kennarar sem lokið hefðu fleiri einingum í stærðfræði í háskóla hefðu önnur viðhorf en þeir sem höfðu færri einingar í stærðfræði að baki. Hins vegar hafa kennarar af stærðfræðikjörsviði KHÍ og raungreinasviði HA, þ.e. þeir sem hafa fagmenntun með tilliti til kennslu í grunnskóla frekar þá skoðun að þeir hafi góða þekkingu á stærðfræði, kennslufræði stærðfræðinnar og námsferli nemenda heldur en kennarar sem brautskráðst hafa með önnur kjörsvið. Þá finna fagmenntaðir stærðfræðikennarar síður fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda og eru ánægðari með árangur sinn af kennslunni. Þeir nota einnig frekar umræður og eru ánægðari með grunnnámsfernið heldur en kennarar með önnur sérsvið.

## Heimildaskrá

- Aðalnámskrá framhaldsskóla - stærðfræði. (1999) Reykjavík:  
Menntamálaráðuneytið. Sótt 4. október 2009 af  
<http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/AFstaerdfraedi.pdf>
- Aðalnámskrá grunnskóla - almennur hluti. (1999). Reykjavík:  
Menntamálaráðuneytið. Sótt 4. október 2009 af  
<http://bella.stjr.is/utgafur/AGalmennurhluti.pdf>
- Aðalnámskrá grunnskóla - almennur hluti. (2006). Reykjavík:  
Menntamálaráðuneytið. Sótt 4. október 2009 af  
[http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/agalmennurhluti\\_2006.pdf](http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/agalmennurhluti_2006.pdf)
- Aðalnámskrá grunnskóla - stærðfræði. (2007). Reykjavík:  
Menntamálaráðuneytið. Sótt 4. október 2009 af  
[http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/adalnamskra\\_grsk\\_staerdfraedi.pdf](http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/adalnamskra_grsk_staerdfraedi.pdf)
- Akureyrarbær. (e.d.). *Fundargerð skólanefndar*. Sótt 9. nóvember 2009 af  
<http://www.akureyri.is/stjornkerfid/fundargerdir/nyjustu-fundargerdirnar/skolanefnd/8-18-08/nr/11941>
- Almar Miðvík Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson, Júlíus K. Björnsson. (2007).  
*Færni og þekking nemenda við lok grunnskóla, Helstu niðurstöður PISA 2006 í náttúrufræði, stærðfræði og lesskilningi*. Rit nr. 6. 2007.  
Reykjavík: Námsmatsstofnun. Sótt 28. mars 2009 af  
<http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/pisa2006.pdf>
- Amalía Björnsdóttir. (2003). Útskýringar á helstu tölfræðihugtökum. Í  
Sigríður Halldórsdóttir og Kristján Kristjánsson (ritstjórar). *Handbók í  
aðferðafræði og rannsóknum í heilbrigðisvísindum* (bls. 115-129).  
Akureyri: Háskólinn á Akureyri.
- Ball, D.L. og Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching  
and learning to teach: Knowing and using mathematics. Í J. Boaler  
(ritstjóri). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*  
(bls. 83-104). London: Ablex Publishing.
- Boaler, J. & Humphreys, C. (2005). *Connecting Mathematical Ideas: Middle  
School Video Cases to Support Teaching & Learning*. Portsmouth, NH:  
Heinemann.

- Carpenter, T.P., Franke, M.L. og Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir. (1992). *Könnun á stærðfræðigetu fyrsta árs kennaranema í Kennaraháskóla Íslands í janúar 1992*. Skýrslur rannsóknarstofnunar Kennaraháskóla Íslands, Nr. 1.
- Friðrik Diego. (2003). Nýtt skipulag stærðfræðikennslu í kennaranámi. *Tímarit um raunvísindi og stærðfræði*. 1,2:133-135. Sótt 15. september 2009 af <http://www.raust.is/2003/2/18/raust2003-2-18.pdf>
- Gresham, G. (October 2007). A Study Of Mathematics Anxiety in Pre-Service Teachers. *Early Childhood Education Journal*. 35(2):181-188. Sótt 30 mars 2009 af <http://www.springerlink.com/content/kh78506n203292j2/fulltext.pdf>
- Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir og Jónína Vala Kristinsdóttir. (2002). *Geisli kennsluleiðbeiningar 1A*. Reykjavík: Námsgagnastofnun. Sótt 25. október 2009 af [http://www.namsgagnastofnun.is/geisli/geisli\\_1a\\_klb.pdf](http://www.namsgagnastofnun.is/geisli/geisli_1a_klb.pdf)
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2005). *Átta-tíu, stærðfræði 1*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2006a). *Átta-tíu, stærðfræði 3*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2006b). *Átta-tíu, stærðfræði, kennsluleiðbeiningar 1*. Reykjavík: Námsgagnastofnun. Sótt 26. október 2009 af [http://www.nams.is/atta-tiu/atta\\_tiu\\_klb.pdf](http://www.nams.is/atta-tiu/atta_tiu_klb.pdf)
- Hagstofa Íslands. (e.d.-a). *Starfsfólk við kennslu eftir kyni, réttindum, menntun og búsetu 1998-2008*. Sótt 9. nóvember 2009 af <http://hagstofan.is/?PageID=781&src=/temp/Dialog/varval.asp?ma=SKO02302%26ti=Starfsf%F3lk+vi%F0+kennslu+eftir+kyni%2C+%E9ttindu+m%2C+menntun+og+b%FAsetu+1998%2D2008%26path=../Database/sk olamal/gsStarfsfolk/%26lang=3%26units=Fjöldi>

- Hagstofa Íslands. (e.d.-b). *Starfsfólk við kennslu eftir kyni, landssvæðum og kennsluréttindum 1998-2008*. Sótt 9. nóvember 2009 af <http://hagstofan.is/?PageID=781&src=/temp/Dialog/varval.asp?ma=SKO02301%26ti=Starfsf%F3lk+vi%F0+kennslu+eftir+kyni%2C+landsv%E6%F0um+og+kennslur% E9ttindum+1998% 2D2008% 26path=../Database/skolamal/gSStarfsfolk/%26lang=3%26units=Fjöldi>
- Háskólinn á Akureyri. (e.d.). *Náms- og kennsluskrá*. Sótt 28. október 2009 af <http://www.unak.is/?d=7&m=page&f=viewPage&id=111>
- Háskóli Íslands. (e.d.). *Kennsluskrá 2009*. Sótt 28. október 2009 af [https://ugla.hi.is/kennsluskra/index.php?tab=nam&chapter=namsleid&id=500000\\_20096&kennsluar=2009](https://ugla.hi.is/kennsluskra/index.php?tab=nam&chapter=namsleid&id=500000_20096&kennsluar=2009)
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Oliver, A. og Human, P. (1997). *Making sense, teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. og Finell, B. (ritstjórar). (2001) *Adding it up. Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Krauss, S., Baumert, J. & Blum, W. (2008). Secondary Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge: Validation of the COACTIVE Constructs. *ZDM (40)5*: 873-892. Sótt 21. janúar 2010 af <http://springerlink.com/content/t86vvlh11481tv82/>
- Kristín Bjarnadóttir. (2003). Menntun stærðfræðikennara, námsmat og stærðfræðileg hæfni. *Netla – Veftúmarit um uppeldi og menntun*. Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands. Sótt 30. mars 2009 af <http://netla.khi.is/greinar/2003/009/prent/index.htm>
- Kristín Bjarnadóttir. (2005). Áhrif styttingar náms til stúdentsprófs á stærðfræðikennslu. *Netla – Veftúmarit um uppeldi og menntun*. Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands. Sótt 28. september 2009 af <http://netla.khi.is/greinar/2005/007/prent/index.htm>
- Kristín Bjarnadóttir. (2006). *Mathematical education in Iceland in historical context – socio-economic demands and influences*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.

Lög um grunnskóla nr. 66/1995.

Lög um grunnskóla nr. 91/2008.

Lög um menntun og ráðningu kennara og skólastjórnenda við leikskóla, grunnskóla og framhaldsskóla nr. 87/2008.

Menntamálaráðuneytið. (2005). *Menntun kennara í stærðfræði- og náttúrufræðigreinum í grunn- og framhaldsskólum 2003–2004*.

Reykjavík. Sótt 21. september af

<http://bella.mrn.stjr.is/utgafur/skyrslakennara.pdf>

Námsmatsstofnun. (e.d.-a). *Niðurstöður úr samræmdum prófum í 10. bekk 2008*. Sótt 27. október 2009 af

[http://www.namsmat.is/vefur/skyrslur/fyrstu\\_nidurst\\_10bekk/fyrstunid\\_08.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/skyrslur/fyrstu_nidurst_10bekk/fyrstunid_08.pdf)

Námsmatsstofnun. (e.d.-b). *Framkvæmdahefti 2009*. Sótt 27. október 2009 af

[http://www.namsmat.is/vefur/samr\\_prof/grunnskolar/framk\\_10/framkvamd\\_2009/1\\_Inngangur.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/samr_prof/grunnskolar/framk_10/framkvamd_2009/1_Inngangur.pdf)

Námsmatsstofnun. (e.d.-c). *Fyrstu niðurstöður árið 2006*. Sótt 27. október 2009 af

[http://www.namsmat.is/vefur/skyrslur/fyrstu\\_nidurst\\_47bekk/nidurst\\_4706.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/skyrslur/fyrstu_nidurst_47bekk/nidurst_4706.pdf)

*Námskrá handa framhaldsskólum: Námsbrautir og áfangalýsingar*. (1990). 3. útgáfa. (1. útg. 1986). Reykjavík: Menntamálaráðuneyti, skólamálaáskrifstofa.

Niss, M og Jensen, T.H. (2002). *Kompetancer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*.

Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. Kaupmannahöfn:

Undervisningsministeriet. Sjá einnig

<http://www.nyfaglighed.emu.dk/kom>.

Niss, M. (1999). Aspects of the Nature and State of Research in Mathematic Education. *Educational Studies in Mathematics* 40: 1–24. Sótt 30. mars

2009 af

<http://www.springerlink.com/content/1502540730610860/fulltext.pdf>

Pehkonen, E., Ahtee, M. og Lavonen, J. (2007). *How Finns learn mathematics and science*. Rotterdam: Sense publishers.

- Petersen, S. B. og Mogensen, A. (1999). *Eining 1, Kennarabók*. Ritstjóri Hafdís Finnbogadóttir. Þýðandi Svanhildur Kaaber. Staðfært og viðbótarefni samið af Guðbjörgu Pálsdóttur og Sigrúnu Ingimarsdóttur. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Ragnar F. Ólafsson og Júlíus K. Björnsson. (2009). *TALIS. Staða og viðhorf kennara og skólastjórnaenda. Teaching and learning international study*. Alþjóðleg samburðarrannsókn unnin í samvinnu við OECD fyrir menntamálaráðuneytið. Reykjavík: Námsatsstofnun.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), bls. 1–22.
- Shulman, L.S., 1986. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Sigurður Kristinsson. (2003). Siðfræði rannsókna og siðanefndir. Í Sigríður Halldórsdóttir og Kristján Kristjánsson (ritstjórar). *Handbók í aðferðafræði og rannsóknum í heilbrigðisvísindum* (161-179). Akureyri: Háskólinn á Akureyri.
- Sigurlína Davíðsdóttir. (2003). Eigindlegar eða megindlegar rannsóknaraðferðir? Í Sigríður Halldórsdóttir og Kristján Kristjánsson (ritstjórar). *Handbók í aðferðafræði og rannsóknum í heilbrigðisvísindum* (bls. 219-235). Akureyri: Háskólinn á Akureyri.
- Skóladeild Akureyrarbæjar. (2006). *Skólastefna Akureyrarbæjar*. Akureyri: Sótt 29. mars 2009 af [http://www.akureyri.is/media/vefmyndir/akureyri/pdf/Skolastefna\\_mai06.pdf](http://www.akureyri.is/media/vefmyndir/akureyri/pdf/Skolastefna_mai06.pdf)
- Skott, J. (2004). The Forced Autonomy of Mathematics Teachers. *Educational Studies in Mathematics*. 55:227-257. Netherland: Kluwer Academic Publishers. Sótt 29. mars 2009 af <http://www.springerlink.com/content/w642nr10qg68n806/fulltext.pdf>
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

Þorlákur Karlsson. (2003). Spurningakannanir: Uppbygging, orðalag og hættur. Í Sigríður Halldórsdóttir og Kristján Kristjánsson (ritstjórar). *Handbók í aðferðafræði og rannsóknum í heilbrigðisvísindum* (bls. 331-355). Akureyri: Háskólinn á Akureyri.

Þorlákur Karlsson og Þórólfur Þórlindsson. (2003). Um úrtök og úrtaksaðferðir. Í Sigríður Halldórsdóttir og Kristján Kristjánsson (ritstjórar). *Handbók í aðferðafræði og rannsóknum í heilbrigðisvísindum* (bls. 51-66). Akureyri: Háskólinn á Akureyri.

## **Fylgiskjöl**

1. Spurningalisti fyrir kennara
2. Bréf til grunnskólakennara
3. Bréf til skólastjóra





## Fylgiskjal 1. Spurningalisti fyrir kennara

### A. Bakgrunnsupplýsingar

#### 1. Hvert er kyn þitt?

- Karl
- Kona

#### 2. Hvaða ár ert þú fædd(ur)? \_\_\_\_\_

#### 3. Hve margar kennslustundir í stærðfræði kennir þú á viku ?

\_\_\_\_\_ kennslustundir

#### 4. Hvaða bekkjardeild(um) kennir þú stærðfræði?

*Merktu við allt sem við á*

- 1.-4. bekk
- 5.-7. bekk
- 8.-10. bekk

### B. Menntun í framhaldsskóla

#### 5. Af hvaða námsbraut í framhaldsskóla útskrifaðist þú?

\_\_\_\_\_

#### 6. Hversu margar einingar tókst þú í stærðfræði í framhaldsskóla?

- 1-5
- 6-10
- 11-15
- 16-20
- 21 eða meira
  
- Veit ekki

#### 7. Fannst þér stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein þegar þú varst í framhaldsskóla?

- Mjög auðveld
- Frekar auðveld
- Hvorki auðveld né erfið
- Frekar erfið
- Mjög erfið
  
- Veit ekki

#### 8. Fannst þér stærðfræði skemmtileg eða leiðinleg námsgrein þegar þú varst í framhaldsskóla?

- Mjög skemmtileg
- Frekar skemmtileg
- Hvorki skemmtileg né leiðinleg
- Frekar leiðinleg
- Mjög leiðinleg
  
- Veit ekki

C. Menntun í háskóla

**9. Hvaða ár fékkstu kennsluréttindi og hvert er sérsvið þitt?**

Kennsluréttindi árið \_\_\_\_\_ með sérsviðið/sérsviðin \_\_\_\_\_

**10. Hvaða prófgráðu hefur þú lokið sem veitti réttindi til kennslu í grunnskóla?**

- B.Ed. frá KHÍ
  - B.Ed. frá HA
  - Kennarapróf frá KÍ
  - BA/BS ásamt uppeldis og kennslufræði
  - Iðnmeistari ásamt uppeldis og kennslufræði
  - Íþóttakennari án B.Ed.
  - Ég hef ekki réttindi til að kenna í grunnskóla
  - Annað, hvað?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

**11. Hversu margar einingar (gamlar einingar, ekki ECTS einingar) tókst þú í stærðfræði í kennaranámi þínu?**

- 1-5 einingar
- 6-10 einingar
- 11-15 einingar
- 16-20 einingar
- 21-25 einingar
- 26-30 einingar
- 31 einingu eða meira
  
- Veit ekki

**12. Fannst þér stærðfræði auðveld eða erfið námsgrein þegar þú varst í háskóla?**

- Mjög auðveld
- Frekar auðveld
- Hvorki auðveld né erfið
- Frekar erfið
- Mjög erfið
  
- Veit ekki

**13. Fannst þér stærðfræði skemmtileg eða leiðinleg námsgrein þegar þú varst í háskóla?**

- Mjög skemmtileg
- Frekar skemmtileg
- Hvorki skemmtileg né leiðinleg
- Frekar leiðinleg
- Mjög leiðinleg
  
- Veit ekki

D. Viðhorf til kennslu stærðfræði

**14. Hefur þú sótt endurmenntunarnámskeið í stærðfræði síðastliðin 5 ár**

- Já  
 Nei

**15. Ef já, hversu löngum tíma samanlagt var varið í námskeið?**

\_\_\_\_\_ klukkustundum

- Veit ekki

**16. Finnst þér skemmtilegra eða leiðinlegra að kenna stærðfræði en aðrar námsgreinar?**

- Mun skemmtilegra  
 Heldur skemmtilegra  
 Hvorki skemmtilegra né leiðinlegra  
 Heldur leiðinlegra  
 Mun leiðinlegra  
  
 Veit ekki

**17. Finnst þér auðveldara eða erfiðara að kenna stærðfræði en aðrar námsgreinar?**

- Mun auðveldara  
 Heldur auðveldara  
 Hvorki auðveldara né erfiðara  
 Heldur erfiðara  
 Mun erfiðara  
  
 Veit ekki

**18. Finnst þér þú hafa mikla eða litla kunnáttu í stærðfræði?**

- Mjög mikla  
 Frekar mikla  
 Hvorki mikla né litla  
 Frekar litla

- Mjög litla

- Veit ekki

**19. Finnst þér þú hafa mikla eða litla þekkingu á því hvernig nemendur læra stærðfræði?**

- Mjög mikla  
 Frekar mikla  
 Hvorki mikla né litla  
 Frekar litla  
 Mjög litla

- Veit ekki

**20. Finnst þér þú hafa mikla eða litla þekkingu á kennslufræði stærðfræðinnar?**

- Mjög mikla  
 Frekar mikla  
 Hvorki mikla né litla  
 Frekar litla  
 Mjög litla

- Veit ekki

**21. Gengur þér vel eða illa að mæta þörfum þeirra nemenda sem eiga við erfiðleika að stríða í stærðfræðinámi?**

- Mjög vel  
 Frekar vel  
 Hvorki vel né illa  
 Frekar illa  
 Mjög illa

- Veit ekki

**22. Hér á eftir koma nokkrar fullyrðingar varðandi stærðfræðikennslu sem ég bið þig um að svara**

*Settu kross við einn reit í hverri línu*

	Mjög sammála	Frekar sammála	Hvorki sammála né ósammála	Frekar ósammála	Mjög ósammála	Veit ekki
Ég finn stundum fyrir vanmætti gagnvart verkefnum nemenda í stærðfræði						
Ég kenni stærðfræði eins og mér var kennd stærðfræði						
Ég er ánægð(ur) með árangur minn í stærðfræðikennslu						
Ég hef lesið nýjustu aðalnámskrá grunnskóla í stærðfræði						
Ég leitast við að finna námsefni við hæfi hvers og eins nemanda						
Ég nota fjölbreyttar kennsluaðferðir í stærðfræðikennslunni						
Kennsla mín fer að mestu fram með innlögn til alls nemendahópsins						
Ég legg mikla áherslu á að nemendur vinni hver og einn í bókum sínum						
Ég nota mikið umræður þar sem nemendur tjá sig um lausnarleiðir sínar						
Það skiptir mestu máli að kenna nemendum réttar aðferðir						
Skilningur nemenda á viðfangsefni skiptir mestu máli						
Námsbækurnar stýra kennslunni fremur en ákveðnir efnispættir						
Ég nota kennsluleiðbeiningar sem fylgja námsefni						

*E. Námsefni í stærðfræði*

**23. Nýtir þú annað námsefni í stærðfræðikennslu en grunnnámsefnið Einingu, Geisla og Átta-tíu?**

- Mjög mikið
- Frekar mikið
- Hvorki mikið né lítið
- Frekar lítið
- Mjög lítið
  
- Veit ekki

**24. Ef já, þá hvaða námsefni**

---

---

---

---

---

**25. Hversu ánægð(ur) eða óánægð(ur) ertu með það grunnnámsefni sem í boði er?**

- Mjög ánægð(ur)
- Frekar ánægð(ur)
- Hvorki ánægð(ur) né óánægð(ur)
- Frekar óánægð(ur)
- Mjög óánægð(ur)

**26. Ef þú ert óánægð(ur) með námsefnið hver er þá helsta skýringin?**

---

---

---

---

---

**27. Hversu oft notar þú tölvur (ekki verið að meina vasareikna) í stærðfræðikennslu?**

- Daglega
- 2-4 sinnum í viku
- Einu sinni í viku
- Sjaldnar en einu sinni í viku
- Aldrei

**28. Ef já, á hvaða hátt notar þú tölvur í stærðfræðikennslu?**

- Gagnvirk verkefni af vef
- Tilbúin verkefni af geisladiskum
- Forrit til teikninga og mælinga í rúmfræði
- Töflureikni (t.d. Excel)
- Annað. Hvað?

---



## Fylgiskjal 2. Bréf til grunnskólakennara

Kæri grunnskólakennari á Akureyri

Ég heiti Anna Bergros Arnarsdóttir og er í meistaranámi við Menntavísindasvið Háskóla Íslands með stærðfræðimenntun sem kjörsvið. Ég er að vinna að M.Ed verkefni sem fjallar um fagmenntun kennara og viðhorf þeirra til stærðfræðikennslu. Liður í því verkefni er megindegling rannsókn sem felur í sér spurningalista til þeirra kennara sem kenna stærðfræði, hvort heldur er faggreinakennara eða umsjónarkennara við hverfisskólana á Akureyri. Tilgangurinn með slíkri rannsókn er að varpa ljósi á stöðu mála í þessum efnum í stærsta þéttbýliskjarna landsins utan höfuðborgarsvæðisins. Áætlað er að um 5-10 mínútur taki að svara þessari könnun. Þátttaka þín gefur mikilvægar upplýsingar um þessi mál en að sjálfsögðu er það þitt val hvort þú tekur þátt eða ekki. Fyllsta trúnaðar verður gætt og niðurstöður verða ekki raktar til einstakra þátttakenda þó bakgrunnsupplýsingar þrengi hóp mögulegra þátttakenda. Þá verður þess gætt í niðurstöðum að ekki sé hægt að sjá hvaða einstaklingar séu að baki ákveðnum svörum. Niðurstöður rannsóknar verða birtar í M.Ed. ritgerð sem fyrirhugað er að ljúka vorið 2010 og verður hún m.a. aðgengileg á bókasafni HÍ í húsi Menntavísindasviðs við Stakkahlíð í Reykjavík.

Ég þakka kærlega veitta aðstoð

Anna Bergros Arnarsdóttir





Ágæti skólustjóri grunnskóla á Akureyri

Ég heiti Anna Bergrós Arnarsdóttir og er í meistaranámi við Menntavísindasvið Háskóla Íslands með stærðfræðimenntun sem kjörsvið. Ég er að vinna að M.Ed verkefni sem fjallar um fagmenntun kennara og viðhorf þeirra til stærðfræðikennslu. Liður í því verkefni er meginleg rannsókn sem felur í sér spurningalista til þeirra kennara sem kenna stærðfræði, hvort heldur er faggreinakennara eða bekkjarkennara, við hverfisskólana á Akureyri. Tilgangurinn með slíkri rannsókn er að varpa ljósi á stöðu mála í þessum efnum í stærsta þéttbýliskjarna landsins utan höfuðborgarsvæðisins. Áætlað er að um 5-10 mínútur taki að svara þessari könnun. Niðurstöður rannsóknarinnar verða birtar í M.Ed. ritgerð sem fyrirhugað er að ljúka vorið 2010 og verður hún m.a. aðgengileg á bókasafni HÍ í húsi Menntavísindasviðs við Stakkahlíð í Reykjavík.

Formlegt leyfi til að leita til ykkar skólustjóra með þennan spurningalista hefur fengist hjá skóladeild. Það yrði mjög gott ef hver og einn skólustjóri svaraði erindinu og gæfi leyfi fyrir þessari rannsókn eða sýnjaði. Ef leyfið er veitt væri gott að fá jafnframt upplýsingar um:

- a) hversu margir kennarar í viðkomandi skóla kenna stærðfræði í 1. – 10. bekk
- b) hvenær næstu kennarafundir verða haldnir
- c) hvort skólustjórar myndu vilja leggja spurningalistana fyrir kennara á fundi og safna saman eða hvort ég sem rannsakandi ætti að koma á staðinn og leggja spurningalistana fyrir t.d. í lok kennarafundar eða starfsmannafundar. Ef skólustjórar eru tilbúnir að leggja þetta fyrir sendi ég þeim listana tímanlega og sæki að fyrirlögn lokinni.

Meðfylgjandi er sýnishorn af spurningalistanum.

Með kveðju og von um jákvæð viðbrögð

Anna Bergrós Arnarsdóttir, kennari í Oddeyrarskóla